出荷よりみた在庫補充方式の一考察

浪平　博人

要　旨

在庫補充方式［3］は，物の流れが需要の実勢に直接対応するという点で簡潔な方式であるが，工場からの出荷量に直接，需要量の変化が伝わってしまうという点で，工場の負担が大きくなる．本稿では，補充要求量を満たしつつ，出荷側の要請である出荷総量の平均化，積載効率の向上およびロット単位出荷という3つの要件を満足する出荷量決定方式について述べる．補充の基準となる標準在庫量の決め方は，製品ごとの日々の需要統計値より異常値を除去し，その統計分布値のたたみ込みを計算し，それをもとにして目標サービス率を満たす点を求めた．サービス率の変化と標準在庫量の関係，発注サイクルの変化と在庫量の関係および倉庫集約時の在庫量減少の関係も，数値的，理論的に考察する．

1. はじめに

在庫に対する考え方も時代とともに変化する．在庫に不確実性の吸収という積極的な意味合いを与えた時代から在庫は不要ととらえる時代に変わり，カンバン方式あるいはジャスト・イン・タイムなどを中心に物の流れが組み立てられている．しかし最近になって，物流の制約から配送の方に重点を置き，在庫を持って平均的に配送する方式が復活しつつある．

在庫とその補充のための出荷とは本来一連のものであるが，在庫方式に好ましい要件と出荷方式に好ましい要件は排反の関係にある．在庫側にとっては要るものを必要量だけすみやかにもってきて欲しいし，出荷側にとっては流量が安定していることが望ましい．

本稿で対象とするものは，図1で示すように工場倉庫，地区倉庫，販社倉庫よりなるチャネルとし，各倉庫間を在庫補充方式で結ぶことを考える．なおここでは，

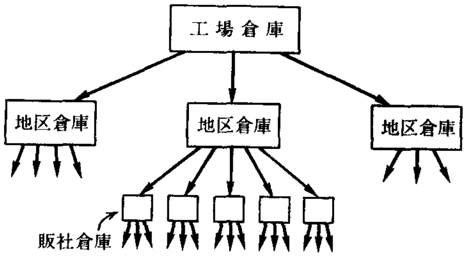

図1　物流チャネル

在庫補充方式を，「定期的に発注するが，その発注量は製品ごとに決めた標準在庫量と現在庫量との差とするもの」である．地区倉庫と販社倉庫との間への在庫補充方式の導入は，従来の配送量も小口であったので大きな障害はない．しかし，工場倉庫と地区倉庫の間へのその導入は，このままの姿では，出荷量が需要の振れを反映して変化しすぎるので，手配作業の面から受け入れ難いものであった．

2. 補充方式における標準在庫量

2.1 標準在庫量の決め方

ある販売拠点は，上位の配送拠点に定期的（c日ごと）に補充を要求するものとし，その補充量はある決められた製品ごとの標準在庫量と発注時点の実在庫量の差から，すでに発注してあるが未だ届いていない量を差し引いたものとする．製品は調整期間（d日）後に届けられるとする．サービス率（α）を，需要数に対する需要に応じられた数の比率と定義するとき，αの値を与えてそれに対応する標準在庫量Mを求めるには，次の手順による．

(1)　1日にi個売れる確率を$f(i)$とする．$f(i)$は互いに独立で定常的であるとする．

(2)　$L=c+d$（以下Lを在庫計算期間と呼ぶ）とし，$f(i)$のL重のたたみ込みを$\Phi_L(t)$とする．$\Phi_L(t)$を$f(i)$で表わせば，次のようになる．

$$\Phi_L(t)=\sum f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_L)$$
$$x_1+x_2+\cdots+x_L=t \quad x_i \geqq 0$$

なみひら　ひろと　産能短期大学
〒158 世田谷区等々力6—39—15
受理：平成3年6月6日

(3) 求める標準在庫量Mは，次式を満足するものである．

$$\frac{\sum_{t>M-1}^{\infty}(t-M+1)\Phi_L(t)}{\sum_{t=0}^{\infty}t\Phi_L(t)}<1-\alpha\leqq \frac{\sum_{t>M}^{\infty}(t-M)\Phi_L(t)}{\sum_{t=0}^{\infty}t\Phi_L(t)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

（L重のたたみ込みを効率的に計算するには，Lを2進数で表現してビットがオンである次数のたたみ込みを保存しておき，それらのたたみ込みを計算する．たとえば，$L=10$のとき2進数で表わせば1010であるから2，4，8次のたたみ込みを計算し，2次と8次の結果のたたみ込みを求めれば10次のものが求まる）

2.2 実際の手順

需要に季節性のある製品は，需要が比較的安定な期間に区切ってデータをとる必要がある．さらに，販売伝票としてあがってくる生データの中には，在庫量計算のためのデータとしては除外すべきものもある．たとえば，大口の契約等によって生じるデータは前もって納入日が決まっており，標準在庫方式によらないで手配すべきものである．これらのデータを除かないと，算出された結果は実情に合わない高い値になる．これらのことを考慮して，以下の手順でデータの処理を行なった．

(1) 3～5カ月の期間を選び，その間のデータを1日ごとのデータに集約する．

$p(i)$：第i日における販売数

$i=1,2\cdots,n$　nは実働日数

(2) $p(i)$をもとに，販売数に関するヒストグラムを作る．

$Q(x)$：1日の販売数がxであった日数の割合

$x=0,1,\cdots,m$　mは最大販売個数

(3) 異常値の除去

$a=\sum_{x=1}^{m}Q(x)*x/(1-Q(0))$として（$a$は販売数がゼロでない場合の平均販売数に相当する），$p(i)>\beta*a$となるiについては，$p(i)=\beta*a$と修正した．ここに，βは異常値判定係数で，具体的には$\beta=4$とした．

(4) 修正済$p(i)$より販売数xの相対頻度分布を求めて，それを需要分布$f(x)$とした．

表1　サービス率とα%点在庫の数値例［1］

販売拠点名	A営業所				
目標サービス率（α）	95%	96%	97%	98%	99%
α　%　点　在　庫	1,244	1,300	1,380	1,504	1,726
シミュレーションによる欠品個数	516	424	313	234	122
結果としてのサービス率	0.940	0.951	0.964	0.973	0.986
在庫変化率（α=95%基準）	100	105	111	121	138
在　庫　月　数	0.874	0.913	0.969	1.060	1.210

期間4～9月　期間内総販売量 8,541　対象製品数 106

表2　サービス率とα%点在庫の数値例［2］

販売拠点名	B営業所				
目標サービス率（α）	95%	96%	97%	98%	99%
α　%　点　在　庫	1,516	1,590	1,690	1,834	2,088
シミュレーションによる欠品個数	906	751	585	413	202
結果としてのサービス率	0.933	0.945	0.957	0.970	0.985
在庫変化率（α=95%基準）	100	105	111	121	138
在　庫　月　数	0.677	0.710	0.754	0.818	0.932

期間 4～9月　期間内総販売量 13,443　対象製品数 120

(5) $f(x)$のL重のたたみ込み$\Phi_L(t)$を計算し，①式によりサービス率αに対応する標準在庫Mをうる．

2.3 数値例および解析

さて，筆者の体験した事例は，自動車用のタイヤに関するものである．まず，販社倉庫に本論で説く在庫補充方式の適用を考えよう（図1）．販社倉庫はすなわち営業所であり，この事例の場合2カ所であった．

［1］ サービス率と標準在庫量（α%点在庫）

営業所ごとに，月平均販売数が3以上のすべての製品を対象として，サービス率と標準在庫量の関係を数値的に調べたのが**表1**，**表2**である．表のα%点在庫とは，各対象製品の，目標サービス率（α%）に対して算出された標準在庫量の合計である．シミュレーションによる欠品本数とは，算出された標準在庫量を持つポリシーに従ったとき，実データに対して対象期間内に起きた欠品の総計である．また，在庫月数とは，α%点在庫の平均販売数に対する率である．

表1，表2の結果より，これらの販売拠点の在庫については，次のことが観察された．

(1) 表1および表2の在庫変化率の行を見てみると，A，B両営業所はその規模を全く異にするにもかか

わらず，同一の値を示している．すなわち，次のような値をとる：

サービス率（%）	95	96	97	98	99
在庫変化率（α=95%基準）	100	105	111	121	138

後に述べるようにこの関係により，サービス率とそれを達成するためのコストとの関連がわかる．これによって，それらの合理的な設定が可能になる．

(2) 表1，表2における目標サービス率と，結果としてのサービス率を比較してみると，後者が前者に較べて少し低目に出ていることがわかる．筆者はこのことの原因を

ア　商習慣による人為的な月末月初の販売の集中

イ　大口注文等の異常値の存在

にあると考えている．

アについて言えば，人為的集中がない場合に関するシミュレーションの結果をみるとき，目標サービス率とシミュレーションによるサービス率がよく一致していることがこれを裏づけている．また，イについて言えば，大口注文によって異常値が発生するのは当然のことであるが，これらを除けばシミュレーションの結果もよく一致するし，現実にも別途対応しているものであるから特に問題にする必要はない．

(3) 商規模と標準在庫量との解析

図2（A）は，販売量最大の製品の販売確率分布であり（この分布は一見指数分布のようにも見えるが，片対数方眼紙にプロットしても，また，平均値と標準偏差の比較からも，指数分布とはみとめられない）．（B）はその5重のたたみ込み分布である．

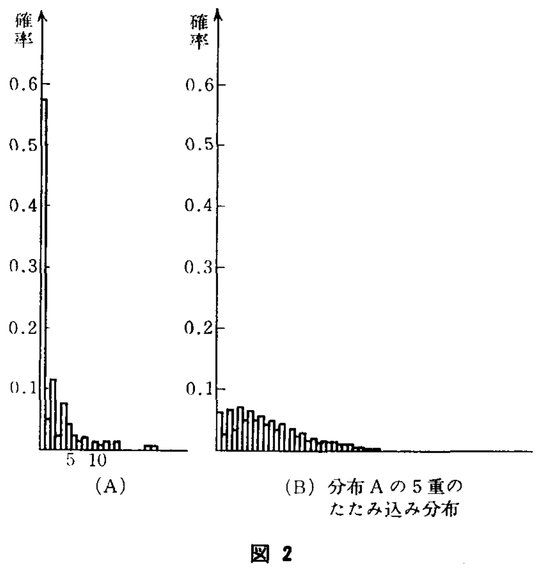

図 2

図3は代表的な3つの製品につき，たたみ込みの次数に応じて98%点在庫Mの変化を両対数紙にプロットしたものである．この図より，この事例のデータについては，標準在庫量はたたみ込み次数Lが3～9の範囲ではLのほぼ平方根に比例するものと推察できる．そこで，次のような近似式を仮定する．

$$M=k\sqrt{L} \quad \cdots\cdots ②$$

いま，商規模が次第に大きくなっていく場合を考える．ある商規模を基本単位とし，そのときの販売数xの分布を$f_0(x)$とし，その平均，標準偏差をμ_0, σ_0とする．商規模がL倍になったときの販売数の分布をfとすると，これはf_0のL重のたたみ込みと考えることができる．これは，商規模の拡大がL個の単位規模の独立な店舗が寄りあったものであるというモデルにもとづくものである．つまり，商規模vとたたみ込み次数を等価なものとして考えることができる．したがって，②式から次のような近似式を設定することができる．

$$M=k\sqrt{v} \quad \cdots\cdots ③$$

この近似式は，一見，不自然にも見える．すなわち，販売量の分布がたとえば正規分布である場合を考えれば，

$$M \sim \mu+k_0\sigma$$

とする方が，むしろ自然な推論である．しかしながら，事例としてとり扱かった場合については，$\mu \ll k_0\sigma$ が成立するので，実質上μを無視して

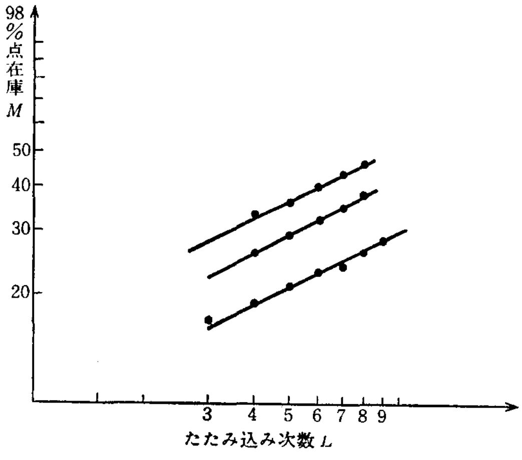

図 3

$$M \sim k_0 \sigma \cdots\cdots\cdots\cdots④$$

としても，それほど大きな間違いはない．さらに，周知のごとくL重たたみ込みに関しては

$$\sigma = \sqrt{L}\,\sigma_0 \cdots\cdots\cdots\cdots⑤$$

という関係が成立するので，④，⑤により②が成立するのである．

上の式を用いれば，A，B両営業所におけるα%点在庫量の差異を次のように説明することができる．すなわち，2つの商規模v_1とv_2に対するα%点在庫M_1，M_2の関係は，③式により

$$M_2 = M_1\sqrt{v_2/v_1} \cdots\cdots\cdots\cdots⑥$$

となるはずである．実際，A，B両営業所の総販売数を商規模にあてて計算してみると，3%以内の誤差でよい一致を示した．

表 3 在庫計算期間と平均在庫個数数値例 ($d=2$)

目標サービス率	項目	在庫計算期間 ($c+d$)					
		5日	6日	7日	8日	9日	10日
99%	平均在庫個数	1,385	1,469	1,510	1,567	1,610	1,690
	5日を基準とした変化率	100	106	109	113	116	122
98%	平均在庫個数	1,200	1,270	1,304	1,358	1,386	1,461
	5日を基準とした変化率	100	106	109	113	116	122
97%	平均在庫個数	1,089	1,150	1,179	1,224	1,263	1,324
	5日を基準とした変化率	100	106	108	112	116	122
96%	平均在庫個数	1,015	1,065	1,088	1,137	1,165	1,228
	5日を基準とした変化率	100	105	107	112	115	121

〔2〕 発注間隔の変化と在庫

前述のA営業所のデータを用いて，在庫計算期間(L)の変化に応じて在庫がいかに変化するかシミュレートした結果が**表3**である．ここに，平均在庫数とは，日々の在庫実績の平均値である．

このテーブルは，次のように使うことができる．たとえば調整期間$d=2$，在庫計算期間=5の場合を考えてみよう．発注サイクルは$c=L-d=5-2=3$日であるから，1カ月に10（=30日／c日）回程度の出荷および受入れ作業が発生することになる．したがって，1回ごとの量は少なく，高い物流効率は期待することはできない．そこで，在庫計算期間を10日にすると，同じ調達期間$d=2$に対して平均在庫量は約22%上昇することが表から読みとれるが，発注サイクルは$c=10-2=8$日なので，1カ月に3～4回の発注回数で済むから，物流効率の向上も期待できる．物流効率そのものは本稿でとり扱う範囲外の要因にも依存することであるが，それを含めた合理的な決定にもこのテーブルを利用することができるのは明らかであろう．

表 4 倉庫集約時の平均在庫の変化 ($c+d=5$のとき)

目標サービス率	90%	95%	97%	98%	99%
X営業所 平均在庫	800	964	1,076	1,166	1,352
Y営業所 平均在庫	997	1,221	1,386	1,506	1,737
合併時 平均在庫	1,093	1,317	1,560	1,703	1,964
在庫減少率 (X+Y−合併)/(X+Y)	39%	40%	37%	36%	36%

月平均販売量 X営業所 885 Y営業所 1602

〔3〕 倉庫集約時の在庫減少について

倉庫の集約は固定費の大幅な削減につながり，物流合理化の1つのテーマである．集約の具体的検討がなされていた2倉庫につき，その販売データを用いて本稿で提案する方式によるときの平均在庫をシミュレートしたのが**表4**である．

在庫減少率は次のように説明される．目標サービス率αを一定にすると，商規模vのときの在庫レベルは$I=k\sqrt{v}$であり，平均在庫Hはこれから発注サイクル間の平均使用量を差し引いた値になる．平均使用量は商規模vに比例するから，evとかける．ここにeは比例係数であり，発注サイクルcによって定まる定数である．したがって，

$$H = k\sqrt{v} - ev$$

とかける．それゆえ，規模v_1とv_2の倉庫を1つに集約したときの平均在庫減少率は，次のようにかける．

平均在庫減少率＝

$$1 - \frac{k\sqrt{v_1+v_2} - e(v_1+v_2)}{k(\sqrt{v_1}+\sqrt{v_2}) - e(v_1+v_2)}$$

値を入れて計算してみれば，この式がシミュレーションの結果をよく説明していることがわかる．もちろん，倉庫の集約とは定量的にはとらえ難い配送時間の遅延による販売への悪影響などもあり得る．そのような場合にも上のようなシミュレーションの結果による定量的なデータをふまえれば，それなりの合理性の向上が得られよう．

3. 在庫補充方式に対応する出荷方式の構築

さて次に，図1における工場と地区倉庫間の物の供給について考えてみよう．ここにも在庫補充方式を導入したい．しかしながら，実際上の問題として要求量のバラツキが大きく，要求量をそのまま出荷するのは作業上困難で，工場倉庫の出荷方式に特別の工夫が要る．すなわち，実際上以下のような要請を満たさねばならない．

(1) 輸送総量の変動はある範囲内でなければ対応できない．すなわち，輸送量の平準化が必要である．

(2) 製品ごとの出荷量は，製品ごとに決まっている詰合せ単位（パレット単位と呼ぶ）の倍数であることが作業効率上望ましい．

(3) 輸送便（たとえばトラック）の積載効率を上げること．

補充方式を拡大採用するためには，出荷側での以上のような制約を解決した出荷量決定方式の構築が必要である．

3.1 調整期間の導入

受注に対してはできるだけ早く配送するのが通常の対応であるが，発想を変えていくつかの補充要求情報が入るまで対応を遅らせる期間（調整期間と呼ぶ）の導入を考えた．発注サイクルを c として調整期間をその m 倍の mc ととれば，配送量決定時に上記の要請を満たすのに $(m+1)$ 個の情報が利用でき，この調整期間内の自由度を利用することに着目した．そこで，そのようなシミュレーション（詳細次節）を行なってみた結果が図8～図11に示されている．結果として在庫の増大にならず，かつ送量の平準化が可能なことが示された．このことはちょっとみると対応が遅れるのであるから在庫も増えそうに思えるのだが，シミュレーションは逆の結果を示している．このことは次のように解釈できよう．すなわち，図4のA点に対する決定をB点で行なうことは，A点に立場を置いてみれば将来の確定需要情報をいくつか与えられてそれらをフィルタリングして決定することに相当する．それ故すべての情報が逐次有効に繰りこまれていることが，良い結果をもたらした原因であろう．

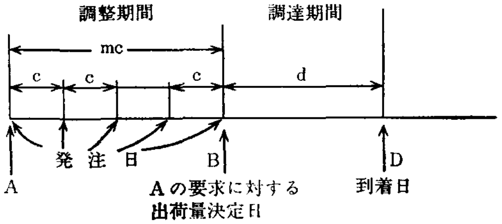

図 4

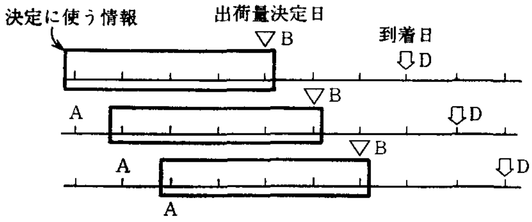

図 5 決定に使う情報の範囲

3.2 出荷量決定アルゴリズム

調整期間内に含まれる発注日の数を n とする．その要求量を $a(1), a(2), \cdots, a(n)$ とし，累積要求量を $b(i)$ とする．

$$b(i)=\sum_{j=1}^{i} a(j)$$

この $b(i)$ を図示すれば，図6のように単調増加な折れ線が得られる．この折れ線の勾配の最大値は

$$h=\max_{i=1,n}\left(\frac{b(i)-v}{i}\right)$$

によって計算される．この量がBで決定され，それはAでの要求の対応量としてDで配送されるのである．ここに，v はすでに送りつけてある量である．これを用いて

$$v'=v+h-a(1)$$

を計算し，これが次の先送り量となる．このような手順を毎サイクルくり返すのである．なお，h の値は実際問題として整数でなければならない場合もある．その場合には，必要な修正をほどこしておけばよい．

この平準化の手順を，要求量の総量に適用して輸送量の平準化を図り，しかるのち個々の製品ごとに適用して製品ごとの送量の平準化を図る．全体の手順は，以下のようになる．

(1) 平準化の手順を，要求量を容積に換算した総量に

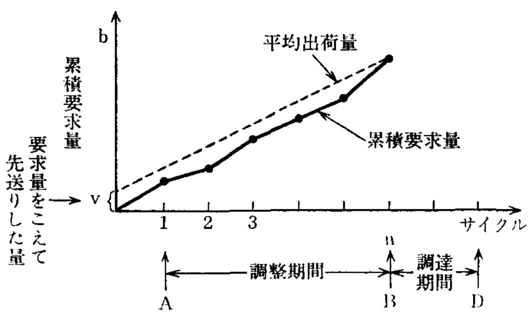

図 6 平 均 化

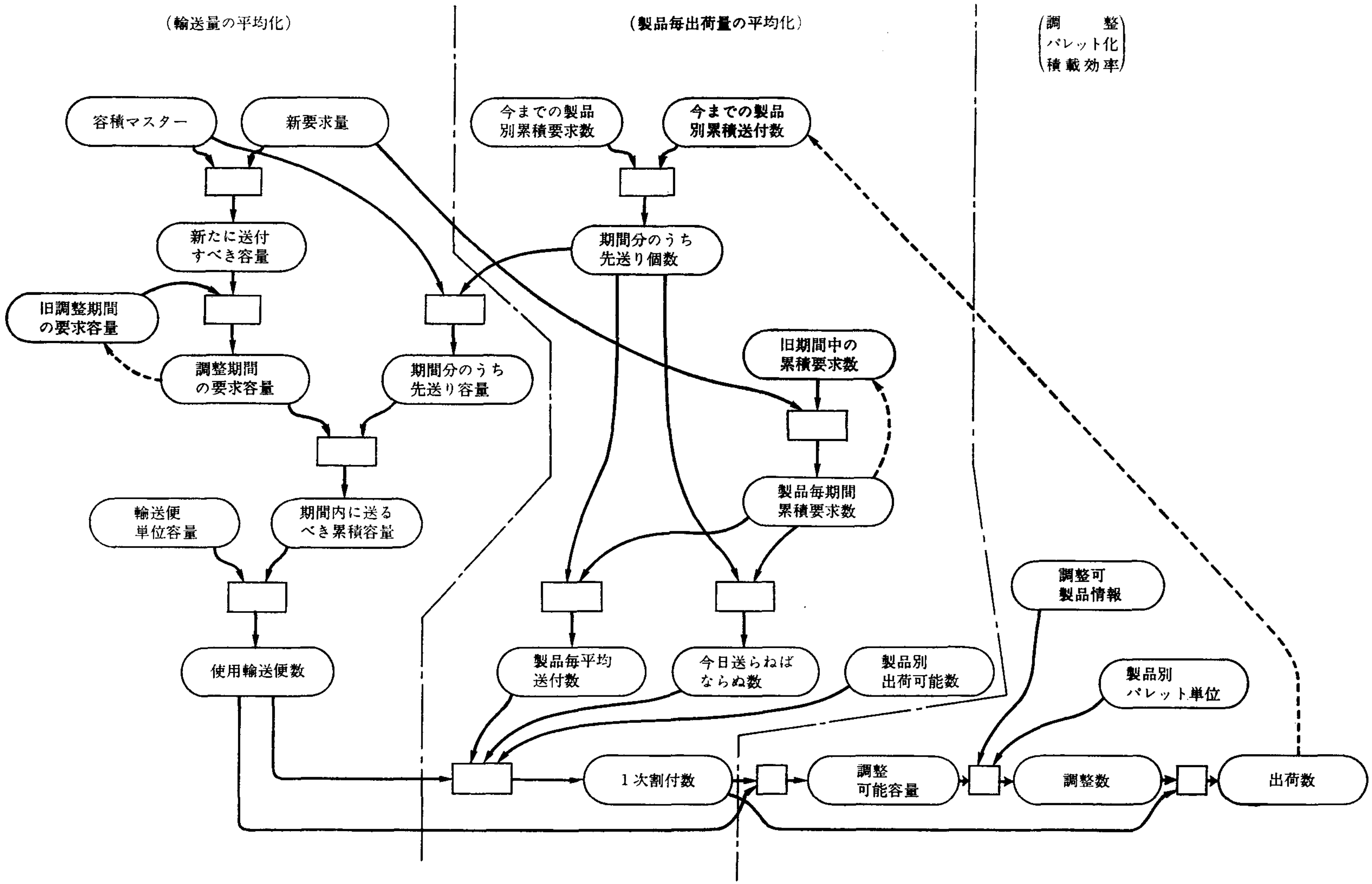

図7 出荷量決定チャート

対し適用して，輸送便数を決める．

(2) 平準化の手順を，個々の製品ごとに適用し，製品ごとに平均送量を決める（1次割当量）．

(3) 製品ごと平均送量の容積の計が輸送便の総量を超えれば，輸送便数を必要数増す．

(4) 微　調　整

輸送便総容積から1次割当容積を引き，調整可能容積を求め，その範囲内で次のことを達成するよう微調整を行なう．

① すべての製品がパレット単位になるまで積み増す．

② 需要の多いものの順にパレット単位で積み増す．

③ 残ったパレット単位で積み増せない容積は，需要の多いものを積み増して，輸送効率を100％とする．

以上の手順を図示すれば，**図7**のようになる．

3.3 シミュレーション結果およびその考察

ある企業の1つの地区倉庫を選び，工場倉庫とその地区倉庫との間に本稿で提唱する出荷方式の適用をシミュレートしてみた．地区倉庫は補充方式で運用されており，その販売データは管轄下の販社倉庫販売データを日々に集計したものを用いた．

〔1〕 調整期間の長さと平均在庫との関係

表5は，目標サービス率を98％と固定して，調整期間を導入して配送の平均化を図ったときと導入しないときを比較して，平均在庫がどれくらい増えるかをシミュレートしたものである．

この表から，次のことが結論される．

(1) シミュレートの調査範囲内では，調整期間の長さは平均在庫をきわめてわずか増加させるのみである．一方，送量の平均化は調整期間が長いほど達成しやすいので，実施上は充分長い調整期間をとればよい．これは平均化の手順で最新の情報が逐次とり入れられることによるものと考えられる．

(2) 調整期間の導入は，導入のない場合に比べて，平均在庫を約0.05カ月分（1日分）押しあげるに過ぎない．しかも，この押しあげられた在庫が有効に働いていることが，サービス率が目標より高い値であることによりわかる．

〔2〕 送量の平均化およびパレット化

図8，図9，図10，図11は，本アルゴリズムに従って出荷計画をつくった場合の出荷量の平均化およびパレット化の度合いを示したものである．これらの図の結果より，次のことが結論される．

(1) 送量の平均化は，調整期間が長いほど急速によくなる．

(2) 調整期間の増大は在庫量の増大をもたらさないことがすでにわかっているので，本アルゴリズムは在庫を増さず送量の平準化を行なう問題に対する良質な解答になっている．

(3) パレット単位送付については，シミュレート期間中の70％の日が，ほぼ完全にパレット単位で送っている．パレット単位送付が崩れた30％の日でも，送付製品の70％はパレット単位で送ることができている．

5. む す び

本稿では，在庫補充方式とそれに対応する出荷方式についての研究の成果について述べた．標準在庫を，在庫計算期間とサービス率および製品ごとの任意の需要分布から，分布のたたみ込みより求める方法について述べ，その有効性を確認した．また，実データより需要分布を求めるときの異常値の除去についても述べておいた．

本方式をある製品群に適用し，サービス率と在庫，発注サイクル在庫と在庫の数値的な関係を得て，さらに倉

表5 調整期間導入の平均在庫への影響

目標サービス率	調整期間あり					調整期間なし	
	条件			シミュレート値		シミュレート値	
	発注サイクル	調整期間	配送期間	平均在庫	サービス率	平均在庫	サービス率
	(日)	(日)	(日)	(月数)*	(％)	(月数)*	(％)
98％	1	4	3	0.386	98.7	0.32	97.2
	1	5	3	0.395	98.7		
	1	6	3	0.396	98.7		
	1	7	3	0.397	98.5		
	1	4	4	0.422	98.8	0.36	97.4
	1	5	4	0.422	99.1		
	1	6	4	0.425	99.0		
	1	7	4	0.430	99.0		
	2	6	3	0.398	97.3	0.38	97.8
	2	4	4	0.429	98.3	0.42	97.9
	2	6	4	0.434	98.1	0.42	97.9

＊月数：1カ月の平均販売に対する率

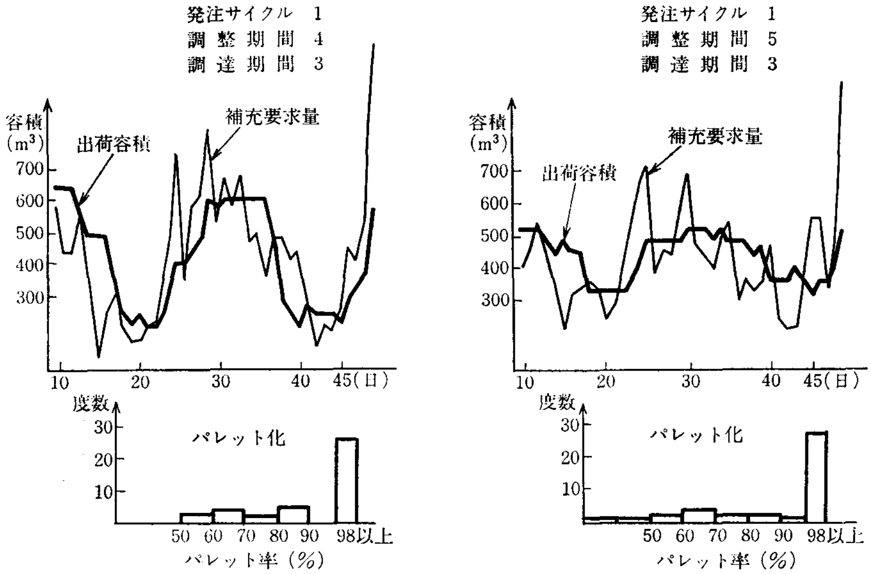

図 8 出荷量平均化

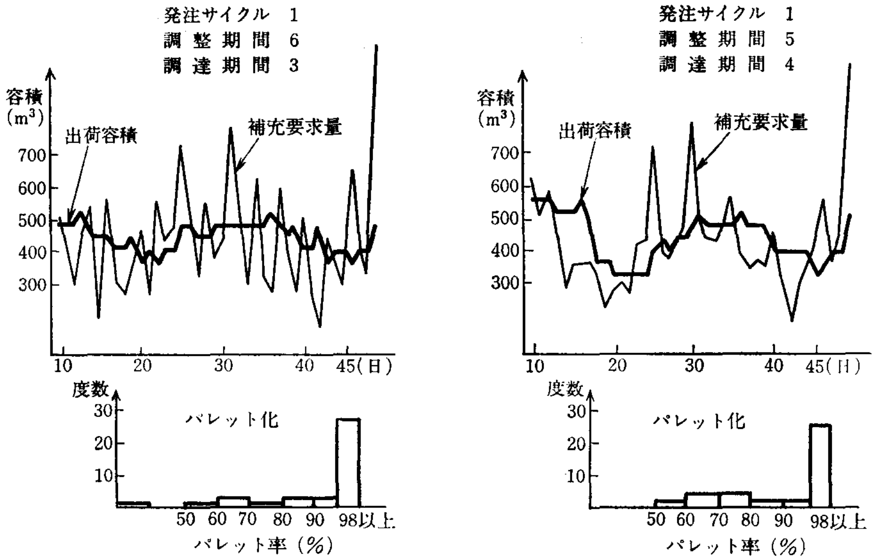

図 9 出荷量平均化

庫集約時の在庫減少についても検討した．これらの理論的考察の過程で，本例で扱った製品群のように，日々の需要分布が大変広くばらついている場合には，標準在庫量は商規模の平方根に比例することを発見した．

さらに，在庫補充方式に対応する新しい出荷方式として調整期間を導入し，出荷量決定時期を遅らすことにより得られる調整期間内の確定需要情報を利用する方式を考えた．この方式により，実際上の要請である出荷量の平準化等の問題の解決に成功した．

なお，在庫補充方式の部分は，企業ですでに実施され効果をあげているものである．

〔謝 辞〕

本研究は，慶応義塾大学の柳井浩先生のご指導の下でできあがったものである．ここに，感謝の意を表します．また，問題の調査を通してブリヂストン㈱の物流関係の人たちには大変お世話になりました．

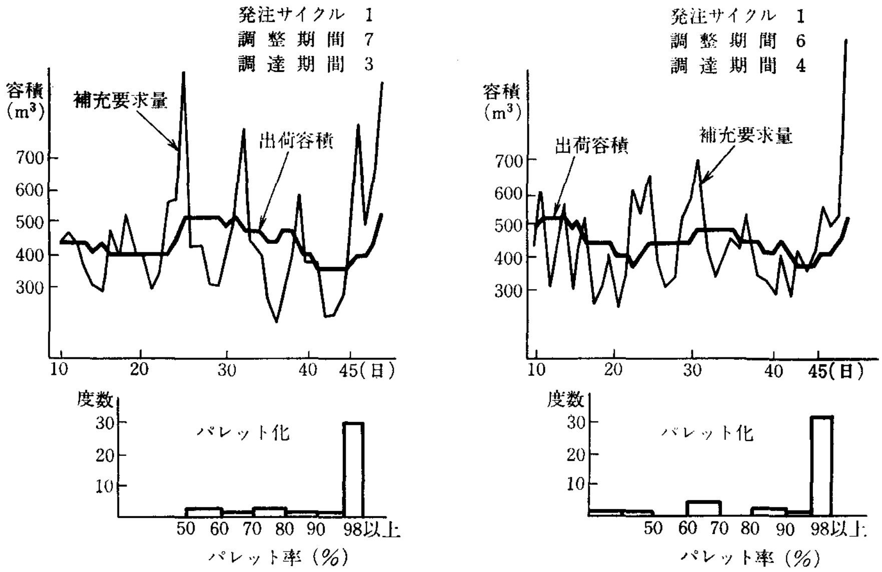

図 10 出荷量平均化

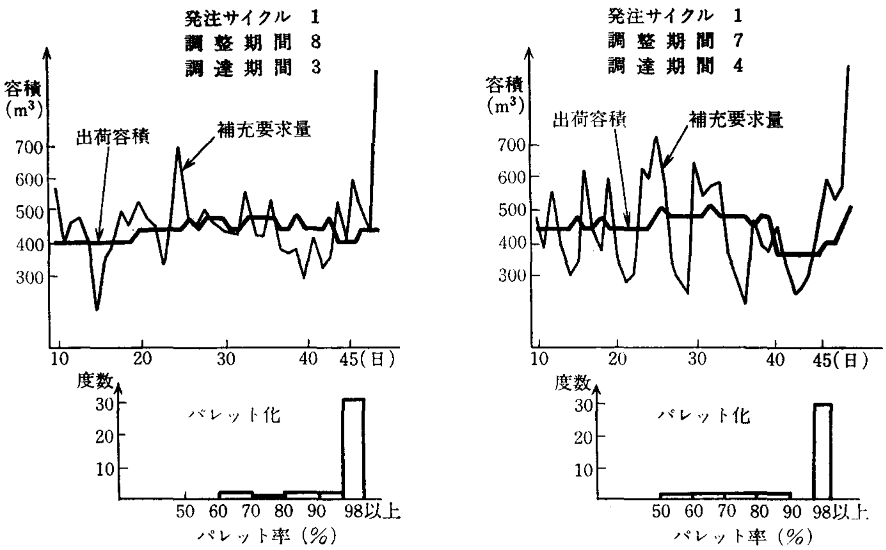

図 11 出荷量平均化

参 考 文 献

[1] W. Feller : An Introduction to Probability Theory and Its Application. John Wiley & Sons, 1965.

[2] 柳井 浩：z変換とその応用，日科技連，1988.

[3] 阿保栄司：流通在庫管理入門，同文館，1977.