

## 平方根方式

柳井 浩

投票の方法のひとつに、平方根方式というものがある。いくつかのグループに別れている投票母体があるとき、各グループを構成する人数の平方根に比例した投票数を各グループに付与しようというものである。人数そのものに比例するようにすればよいようにも思えるのだが、それでは人数の多いグループの影響力が圧倒的なものになり、かえって、全体の決定に全体の意思が反映されにくいことを是正するための配慮と聞く。

このことに関しては、ある程度の理論的根拠もあるようで、その一端は文献[1]にも見ることができる。それでも、そのまた根拠は何かと聞いてみると、結局のところはある種の主観的判断になってしまうというのが、この種の問題では、致し方ないことのようなのである。

しかし、それでもIFORS(国際OR連合)の議決には、この方式が用いられており、ある程度は“合理的”な人々の賛同を得ているようである。

主観的なものに根拠を置かざるを得ないのならば、結果については十分な直観的理解をしておかなければならない。——平方根方式の効果を図解しておこう。

簡単のため、グループの数が3つの場合を考えることにしよう。各グループの構成人数を $x$ 、 $y$ および $z$ としよう。また、これらに対応して、全体に対する影響力の比率を $p$ 、 $q$ および $r$ とすれば、

$$p = \sqrt{x} / (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) \quad (1)$$

$$q = \sqrt{y} / (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) \quad (2)$$

$$r = \sqrt{z} / (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) \quad (3)$$

これらの式に見るように、

$$\text{点}(p, q, r) \text{は点}(\sqrt{x}, \sqrt{y}, \sqrt{z}) \text{を}$$

座標原点を中心として平面

$$p + q + r = 1$$

の上に射影したものである。一方において、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ は投票時に変化しつつあるものではないから、その和は一定であり、一般性を失うことなく、

$$x + y + z = 1$$

とすることができる。すなわち、点 $(x, y, z)$ および $(p, q, r)$ はそれぞれ3角座標上の1点として図示できる。したがって、平方根方式を点 $(x, y, z)$ から $(p, q, r)$ への変換としてとらえ、その特性を見るには $(x, y, z)$ を載せている三角座標上の等間隔な格子が $(p, q, r)$ の方ではどのようになるのかを見ればよい。これを示したのが図1である。

大概のORワーカーは、この図から直ちに、平方根方式の特質をのみこんでしまわれることと思うが、三角座標に不慣れな人のためには、どの点がどこに移るのかを示して、“点Uのように人数に大きな偏りがある場合にも、影響力は点U'のように是正されますよ”と、三角座標を“概念図”として説明の材料に使うこともできる。

このように、弱小グループに対しても、その意見を十分に尊重する効果があるわけだが、無論、影響力の優劣が人数と逆転するわけではない。実際、人数が拮抗する場合には、影響力を表わす点の位置も比例方式と平方根方式とでさほど違わないのも図に見るとおりである。

そこで、“影響力は増加するかもしれないが、逆転がないのなら、結局の所、多人数を抱えるグループが決定権を握ってしまうのだから、弱小グループにとっては、こんな方式も所詮は気休めに過ぎない。”と考える人がいるかも知れない。しかし、次の例が示すように、あきらめてしまうのはまだ早い。

たとえば、3つのうち第1のグループの人数が特に多く、他の二者が組んでも、比例方式では“勝てない”つまり、

$$x > y + z \quad (6)$$

であっても、平方根方式なら“勝てる”場合が出てくるのである。すなわち、(6)式の下でも、

$$\sqrt{x} < \sqrt{y} + \sqrt{z} \quad (7)$$

が成立する場合が起り得るのである。式で証明するのをごく簡単であるが、それよりは成立の範囲を図で示してみることしよう。

図2は各グループの人数を示す三角座標である。この座標上の点が正三角形ABCの中にあることが、第1グループの人数が50%を越えること、すなわち(6)式の成立に対応する。ところが、(6)式の成立の下で(7)式が成立する範囲は、三日月形ADCEの部分になる。すなわち、第1グループが決定権を握ることができるのは、面積で比較すれば、ざっと計算(内接円近似)して53%弱、すなわち半分くらいに減ってしまうのである。

やはり、強大グループの力を抑制するには効果のある方式といえよう。

[1] 大山達雄：「選挙区議員定数問題の数理」, オペレーションズ・リサーチ, 1987, No.5, pp.269-280

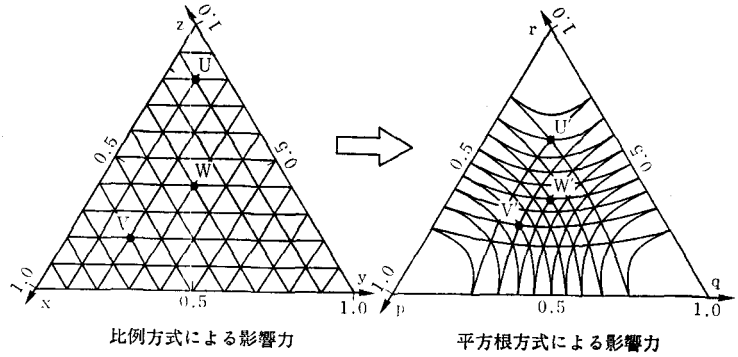


図 1

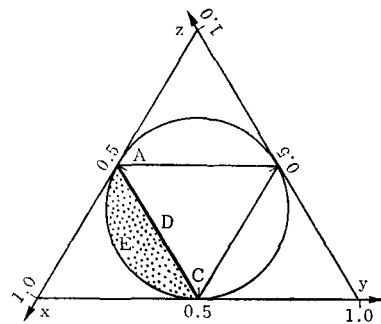


図 2

会 合 記 録

12月11日(水)	表彰委員会	8名
12月16日(月)	編集委員会	8名
12月19日(木)	研究普及委員会	10名
12月25日(水)	企業サロン企画委員会	6名

会 員 訃 報

西田 直矩氏

東京理科大学工学部教授 平成4年1月16日、  
直腸ガンのためご逝去されました。享年48才。  
謹んでご冥福をお祈りいたします。