

東工大の学科所属方式における 学生の申告の安定性について

宮岸 宏明 (東京工業大学工学部経営工学科)
(現所属: 同大学院修士課程)

指導教官 森 雅夫

1. はじめに

本論文では、成績と学生の提出した志望という2種類のデータから、学生をいくつかの定員の決まっている学科に所属させようとする状況を考えている。

東工大の学科所属の場合、全学生の満足度の総和を最大とする、などの目標が数量的にはっきりと表わされていないので、線形計画法などの方法を使用できない。また、東工大の場合、定員がある幅を持った範囲で示され、どの学科も所属する学生数その範囲内でなければならないという特別な制約がある。したがって、学科所属の方法はアルゴリズムの形で与えられている。その方法では、一度別の学科に所属が決まった学生を下限不足の学科へ移す、はぎとりと呼ばれる手続きが入り、多少複雑になっている。

そこで、この論文では学生がお互いに他の学生の本当の志望や成績を知っているという仮定のもとで、東工大の学科所属の方法について、どの学生も納得できるような結果になり、各学生がこのように申告すると予想できる申告を安定な申告として定義し、その特徴を調べている。

2. 安定な申告

n 人の学生が、 m 学科に所属する場合を考える。東工大の学科所属方法は、基本的には志望を成績よりも優先している。つまり、成績が最下位の学生の第1志望が、成績が1番の学生の第2志望よりも優先して扱われる。すると、場合によっては自分の本当の志望を書くよりも嘘の申告をした方がよい結果が得られることがある。

そこで成績が i 番目の学生の第 j 志望の申告を x_{ij} 、これをまとめて $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ としたとき、東工大が行なっている学科所属の結果、学生 i が所属する学科を $F_i(x_1, \dots, x_n)$ と、定義する。

ここで、学生がお互いに他の学生の本当の志望や成績を知っているという仮定をおくと、各学生は他の学生がどのような申告をするかを考えることが可能である。

そこでどの学生も自分が所属できる最も高い学科に所属しようとする仮定する。すると、どの学生についても、自分だけがこれ以上申告を変えても所属できる学科は良くなるかと考える申告は、全学生が「この結果ならば良いだろう」と考えた申告である。このとき各学生の申告を集めたものを安定な申告と定義する。学生 i の学科 j に対する真の志望順位を $G_i(j)$ とすると、安定な申告 (x_1^*, \dots, x_n^*) は次のように表わされる。

$$\forall i, \forall x_i, G_i(F_i(x_1^*, \dots, x_i, \dots, x_n^*)) \\ \leq G_i(F_i(x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*))$$

3. 安定な申告を求めるアルゴリズム

安定な申告を求めるためには、学生の申告の全体を $X = (x_1, \dots, x_n)^t$ とすると、定義より次のようなアルゴリズムをとれば良い。

Step 1 成績が1番の学生から順に学生 i について $j_i = F_i(X)$ を求める。そして、本当の志望において学科 j_i よりも順位が上の学科 j のうち、第1志望を学科 j と申告を変更することで j に所属できるかを調べる。

Step 2 Step 1 の条件を最初に満たす学生の申告を第1志望を学科 j と変更し、新たな申告 X' について、再び Step 1, 2 を繰り返す。

Step 3 Step 1 の条件を満たす学生がいなくなったときの申告が安定な申告。

しかし、東工大の学科所属では、学生は希望学科に所属できない場合、留年を希望することができる。このとき上記の考え方で安定な申告を求めることができない場合がある。

ところで安定な申告について学科所属を行なった結果

は、成績の良い方の学生から順に所属学科を決定する学科所属の決定方法によって各学生の本当の志望からえた結果と同じになる。これを利用して、安定な申告を求め第2のアルゴリズムを考えた。

Step 0 学科 k の所属学生数 $n(k)$ を 0 とする。

成績が1番の学生から順に Step 1, 2 を繰り返す。

Step 1 学生 i について、 $n(k) < (\text{学科 } k \text{ の下限})$ を満たし所属可能な学科の中で、もっとも所属を希望している学科 k_i を学生 i の第1志望の申告とする。

Step 2 $n(k_i) = n(k_i) + 1$ とする。

このアルゴリズムは次の性質を持つことが証明できる。

1) 希望留年の申告を認める場合と認めない場合のどちらについても実行できる。

2) 実行すると有限回で終了する。

このアルゴリズムの実行結果を X^* とすると、

3) X^* は、2章で定義した安定な申告の性質をもっている。

4) 希望留年の申告を認めない場合、任意の学生 i について $F_i(X^*)$ は唯一である。

4. 計算機実験

3章の安定な申告を求めアルゴリズムをもとに、プログラムを作成した。それをもとに、人気学科が1つだけ存在するときとか、不人気学科が1つだけ存在するときといった、学科間の人気度のパターンを与えてみたとき、安定な申告を行なうと、ある成績の学生が何番目の志望学科に所属できると期待できるかについて調べた。さらに各学生が安定な申告をしているときと、全学生が本当の志望をそのまま申告するとき、所属する学科の志望順位の期待値にどんな違いが生じるのかを調べてみた。

その結果、人気度のパターンによって期待値と成績順位のグラフを描いたところ、それぞれ異なる特徴をもったグラフとなった。たとえば、相対的に人気のない学科が1つある場合、大部分の学生がこの学科に対してもっている志望順位は低いものと推測できるので、他の人気のある学科に所属できなかった成績の低い学生が人気のない学科に集中する。したがって、グラフではある程度

以下の成績の学生から所属学科の期待値は、急激に増大する。

また、人気の特にある学科、人気のある学科、不人気学科に分けられるときは、人気学科・不人気学科と二分されたパターンを2つ重ね合わせたものとして表現できることがわかった。

さらに安定な申告と本当の志望をそのまま表現するときの結果の差異について調べると、人気の人気学科・不人気学科と二分されたパターンの場合は期待値にそれほど差が出なかったが、人気の特にある学科・人気のある学科・不人気学科に分けられるときは、期待値に差が大きく出て、安定な申告を申告するときは、ある程度以下の成績の学生は希望した学科に入りにくくなっている。また期待値に対する分散をとったところ、一般に安定な申告の方が分散が小さく、比較的確実に期待される志望順位の学科に入れることがわかった。

これらのことから、安定な申告をすると、各学科への人気度のパターンと成績によってどのくらいの志望の学科へ所属できるかが予想できる。このとき成績の良い学生ほど志望順位の高い学科に入りやすくなっていて、優先される。

5. 結論

本論文では、学生がお互いに他の学生の本当の志望や成績を知っているという仮定のもとで、安定な申告という特別な申告を定義し、その存在性を証明し、計算機実験によって特徴を調べた。その結果、この安定な申告は東工大の学科所属の方法において、成績の良い学生の志望を優先する形となっていることがわかった。しかし、現実には学生が得られる情報はそれほど多くなく、不確実である。したがって、そのような状況では安定な申告のような特別な申告が存在するのか、存在するならばその申告による結果は学生にどのような影響を与えるのか、という問題が課題として残っている。

参考文献

[1] 今野 浩・朱：最適クラス編成問題 東京工業大学におけるケーススタディー、東京工業大学人文社会科学群レポート、IHSS 90-22 (1990)。