

# 確率的計画法による生産出荷計画の支援

南石 晃明

## 1. はじめに

わが国における線形計画法LPの農業への応用は、1954年にさかのぼることができる[1]。その後は、LPはもちろん、2次計画法QP、確率的計画法SP（農業分野ではリスク・プログラミングと呼ぶことが多い）、目標計画法GP、整数計画法IPなどが、家畜の飼料設計、農家の営農計画、そして全国レベルの農産物需給計画まで、きわめて幅広い問題領域に適用されている[2]、[3]。

本稿では、このうち農業分野における独自の発展もみられる確率的計画法について述べる。確率的計画法（あるいは数理計画法全般）の利用目的は、①国などによる政策効果の事前・事後評価（実在分析）、②県の農業改良普及所などによる営農指導（規範分析）、③農協あるいは地方自治体などの戦略立案や基本計画の策定（規範分析）に大別できる。

たとえば最近、筆者が行なった適用例として、①では開発途上国畑作地帯における新技術普及の制約要因の分析がある。また、②では関東都市近郊野菜作農家のパイプハウスの適正規模の分析や雇用導入効果の分析がある。③では冬春ピーマンの全国シェア5割を生産する宮崎県の月別市場ブロック別の適正出荷量の推定などがある（詳細はそれぞれ[2]の第5章から第7章参照）。いずれの適用例でも、収量や価格の予測誤差の不確実な動き、そして、これに関連して経済主体のリスク選好の水準が最適解に影響している。

以下では、市場シェアの大きい生産地域が直面する生産出荷計画問題に対する確率的計画法の適用例（上記③）の概略を説明する。ここで用いているモデルは、統計モデルと計画モデルを組み合わせる点にモデリング上のポイントがある。なお、この研究は、市場動向に対応した合理的な生産出荷体制の確立に資するた

なんせき てるあき 農林水産省農業研究センター農業計画部 〒305 つくば市観音台3-1-1

め、宮崎県農業試験場と行なった共同研究の一部である。

## 2. 市場需要関数を導入した計画モデル

宮崎県産の冬春ピーマン（全国シェア50%）のように市場シェアの高い農産物では、出荷量の増減が市場価格に大きい影響をおよぼすことになる。このため、出荷量と市場価格の関係を統計的に推定し、計画モデルに導入することが必要である。具体的には、生産地域の直面する特定の市場における需要関数を

$$p=c-dx+\varepsilon \quad (1)$$

とすると、生産地域の手取り単位収益 $r$ は

$$r=p-e \quad (2)$$

となる。ここに、

$p$ : 当該生産地の生産物の価格

$x$ : 出荷量

$\varepsilon$ : 確率誤差

$e$ : 輸送費および包装資料費など

したがって、総収益は

$$\pi=rx=(c-e+\varepsilon)x-dx^2 \quad (3)$$

となる。 $\pi$ は $x$ の2次関数となるが、1次の項には確率変数 $\varepsilon$ が入っている。このため、「 $\pi$ を $x$ に対して最大化する」ことはできず、不確実性下の最適化基準（たとえば、期待効用最大化とか確率最大化など）を導入することが必要となる。

実際には、他産地の出荷量など多様な要因が市場価格に影響するため、需要関数にこれらの外生変数を追加しなければならない。さらに、一般にはこれらの変数の値を正確に予測できないため、その予測誤差も推定して収益関数に導入する必要がある。また、市場手数料も考慮しなければ、現実的な収益関数とはならない。さらに、当然のこととして、出荷先は複数となる。しかし、これらの点をすべて考慮したとしても、収益関数は基本的には(3)式と同じである。

ここで、確率最大化基準にもとづいて計画モデルを定式化すると、問題1のようなになる。ただし、他の最適化

基準による定式化およびそれらの間の同値性については [2] 参照。なお、問題 1 では出荷先は  $n$  市場とする。

〔問題 1〕

最大化  $\text{Prod } [\pi \geq l]$

制約  $Ax = b, x \geq 0$

ただし、 $\pi = c'x - x'D'x + \omega'x$

ここに、

$\pi$ : 総収益

$l$ : 収益満足水準

$\text{prod} [\cdot]: [\cdot]$  が成立する確率

$c$ : 収益関数の定数項ベクトル ( $n \times 1$ )

$D$ : 収益関数の係数行列 ( $n \times n$ )

$\omega$ : 収益関数の誤差ベクトル ( $n \times 1$ )

$x$ : 計画変数 (市場別月別出荷量) ベクトル ( $n \times 1$ )

$A$ : 出荷量の下限および上限制約行列 ( $m \times n$ )

$b$ : 出荷量の下限量および上限量ベクトル ( $m \times 1$ )

問題 1 は、誤差項  $\omega'x$  に正規性を仮定することで次の確実性等価問題と同値であることが証明できる [2]。なお、最小 2 乗法で推定した需要関数の誤差項には正規性が仮定されているので、この場合には、誤差項  $\omega'x$  の正規性も満たされる。

〔問題 2〕

最大化  $h = \frac{c'x - x'D'x - l}{\sqrt{x'Vx}}$

制約  $Ax = b, x \geq 0$

ここに、

$V$ : 収益関数の誤差項  $\omega$  の分散共分散行列

問題 2 から明らかなように、本稿のモデルでは、収益関数の誤差項  $\omega$  の分散共分散行列が市場不確実性の構造を表わしており、モデルに直接組み込まれる。したがって、収益関数の誤差項  $\omega$  の大きさは最適解に影響をおよぼす重要な要素の 1 つとなる。

問題 2 の最適解は、2 次計画法とセカント法を組み合わせた方法などで求めることができる [2]。なお、後に示すように、本稿のモデルは 78 本の収益関数と 46 本の出荷制約をもつ確率的 2 次計画モデルとなり、パソコン用ソフト micro-NAPS で、最適解を得ることができる [2]。ただし、問題 1, 2 では、簡単化のために等式のみを示しているが、実際には不等号が含まれる。

### 3. 確率的計画モデルの概要

#### 3.1 宮崎県産ピーマンの需要関数

需要関数の推定には、農林水産省『青果物産地別卸売

統計』(1984~1988年)の市場別月別の年次データを用いる。対象市場(ブロック)は、北海道、東北、関東、北陸、東海、近畿、中国、四国、九州の9地域である。計測対象月は10月~6月(翌年)とし、この期間をI期(10~12月)、II期(1~3月)、III期(4~6月)に区分する。月別の計測では安定した結果が得られないため、需要関数の傾きは各期内には変化しないものと仮定し、需要関数のパラメータを最小2乗法(OLS)により推定する。サンプル数は15=5カ年×3カ月であり、関数型は(4)式に示すとおりである。

$$p_{ij} = a_{ij} + b_{ij}q_{ij} + c_{ij}s_{ij} + d_{ij}d_1 + e_{ij}d_2 + \varepsilon_{ij} \quad (i=1, \dots, 3, j=1, \dots, 9) \quad (4)$$

ここに、

$p_{ij}$ :  $i$  期  $j$  市場の宮崎県産卸売価格 (円/kg)

$q_{ij}$ :  $i$  期  $j$  市場の宮崎県産卸売数量 (t)

$s_{ij}$ :  $i$  期  $j$  市場の宮崎県産以外の卸売数量 (t)

$d_1$ : 各期の第 2 番目の月 (11月, 2月, 5月, に1, その他の月で0をとる月ダミー

$d_2$ : 各期の最後の月 (12月, 3月, 6月) に1, その他の月に0をとる月ダミー

$a_{ij} \sim \varepsilon_{ij}$ : 計測すべきパラメータ

$\varepsilon_{ij}$ :  $i$  期  $j$  市場の誤差項

計測結果によると、需要関数の説明力は、市場・月によってかなりの違いがみられる。決定係数が0.9以上の需要関数は2本、0.8~0.9が12本、0.7~0.8が3本、0.6~0.7が5本、0.6未満が3本となっている。これは、需要関数による価格予測誤差の大小からみた不確実性が、市場および期間によって相当異なることを意味している。なお、他産地卸売数量の将来における正確な予測は困難であるため、実際の不確実性は、需要関数による不確実性よりもさらに大きくなる。なお、一部の月・市場では出荷実績が乏しいため計測を行っていない。

#### 3.2 宮崎県産ピーマンの収益関数

収益関数は、需要関数の計測パラメータ、輸送費、他産地卸売数量予測値、市場手数料(8.5%)などから算出する。たとえば、11月の各市場の収益関数は、I期の需要関数から次のようにして導くことができる。

$$r_j = (1 - 0.085)p_j - t_j \\ = [0.915(a_j + d_j) + c_{js}q_j - t_j] \\ + 0.915b_jq_j + 0.915(e_j + c_{jv}v_j) \quad (j=1, \dots, 9) \quad (5)$$

ここに、

$r_j$ :  $j$  市場の単位収益 (千円/t)

制約名 <sup>a)</sup>	制約量 (t)	不等号	出荷プロセス																				
			1	...	9	10	11	12	13	14	15	16	17	67	68	69	70	78					
			10月			11月											5月			6月			
			北海道			北海道			東北		関東		北陸		東海		近畿		中国		四国		九州
1 11月 北海道下限	161	≦			1																		
2 11月 東海下限	443	≦								1													
3 11月 近畿下限	850	≦											1										
4 11月 中国下限	194	≦												1									
5 11月 九州下限	747	≦														1							
6 11月 東北上限	23	≧				1																	
7 12月 北海道下限	283	≦																					
8 12月 関東下限	2,133	≦																					
⋮	⋮	⋮																					
(省略)	⋮	⋮																					
⋮	⋮	⋮																					
42 5月 東海下限	716	≦																					
43 5月 近畿下限	1,440	≦																1					
44 5月 中国下限	366	≦																		1			
45 5月 九州下限	1,117	≦																				1	
46 6月 九州下限	813	≦																					1

註 a) 重点市場における市場シェア（出荷量）維持制約は、下限として表わす。  
出荷実績の乏しい市場における出荷量上限制約は、上限として表わす。

図1 制約条件の概要（[2]より）

$s_j^*$ :  $j$ 市場の他産地卸売数量の計画期間における値（t）。本稿では、過去5年間の平均卸売数量とする。

$v_j$ :  $j$ 市場における他産地卸売数量の予測誤差。本稿では、過去5年間の平均卸売数量からの毎年の卸売数量の乖離幅（偏差）として求める。

$t_j$ :  $j$ 市場への輸送費（千円/t）

$c_j$ :  $j$ 市場における需要関数の他産地卸売数量の係数

ただし、その他の記号は（4）式と同じ。

（5）式において、第1項は収益関数の定数項、第3項は単位収益の予測誤差項である。誤差項に他産地予測誤差項  $v_j$  が入っているのは、正確な予測が困難な他産地卸売数量が宮崎県産ピーマンの価格に影響をおよぼすためである。

収益関数の誤差の大小は、市場別月別の価格形成における不確実性の大小を表わしている。月・市場で誤差の間に負の相関がある場合には、これらの市場への出荷を組み合わせることで、収益変動（市場不確実性）を低下させることも可能となる。

### 3.3 制約条件

本稿のモデルでは、①重点市場における市場シェア（出荷量）維持制約および②出荷実績の乏しい市場における出荷量上限制約の制約を設定して（図1）。ただ

し、出荷可能量制約は設定していない。つまり、月別の最適出荷量（最適生産量ともいえる）も解として求めている。

重点市場における市場シェア（出荷量）維持制約は、宮崎県産シェアの高い重点市場で銘柄品としての高値形成を行なうために、一定の出荷量を長期的に確保する制約である。本稿では、過去5年間の市場シェアの平均が40%以上の市場を重点市場としている。これらの重点市場では、少なくとも過去5カ年の宮崎県産卸売数量の最低値は、計画期間においても出荷するものとする。

出荷実績に乏しいI期およびIII期の東北市場に対しては、急激な出荷量の増加を防ぐため、計画期間内における出荷量上限制約を設ける。具体的には、過去5年間の東北の各月の宮崎県産卸売数量の最大値をもって、計画期間における出荷量上限とする。

### 3.4 収益安定化と収益追求

計画主体の目標は、上述の制約のもとで、市場分荷によって得られる総収益を、可能な限り安定的に向上させることにある。しかし、計画期間に市場で実現される価格は、他産地の出荷量の動向や気象要因など事前に正確に予測できない要因の影響をうけて不規則に変動する。このため、各市場への出荷量を決定しても、その計画から得られる総収益を事前に正確に知ることはできない。

このような状況では、計画主体の収益変動に対する戦

略（リスク選好）に応じて、収益安定化を追求する計画や収益期待値の向上を追求する計画など、種々の最適計画が存在する。具体的には、収益安定化計画では、過去5年間における収益実績値の最低値（1986年の123.8億円）を収益満足水準（問題1のリスク選好パラメータ $l$ ）とする。また収益追求計画では、満足水準を可能な限り高くする。これは期待収益の最大化と同値である〔2〕。

### 3.5 モデルの現実妥当性

計測した収益関数に宮崎県産卸売数量の実績値を代入して求めた宮崎県産の月別収益は、収益実績値と誤差の範囲内でよく一致している。また、収益関数の誤差項（規準化済み）は、ほぼ正規分布にしたがっている（図2）。正規分布との $\chi^2$ 適合度検定（級数11,  $\chi^2$ 値6.89）などでも正規分布と有意差はない。したがって、モデルの前提は満たされており、モデルの現実妥当性が高いといえる。

## 4. 最適生産出荷量と販売計画

本節では、モデルから算出される最適生産出荷量を、宮崎県産出荷実績、宮崎県経済連（県レベルの農協組織）の出荷実績および1995年販売計画と比較し、今後の生産計画および販売計画のあり方に検討を加える。

### 4.1 宮崎県産全体の最適総生産出荷量

宮崎県産促成ピーマン（10～6月）の1987～88年の平均出荷量は、市場全体で43,880tであり、収益は142.7億円である。これに対し、収益追求を行なう場合の最適出荷量は46,830t、期待収益は152.4億円となる（表1）。この計画では、実績に比較し出荷量で6.7%、収

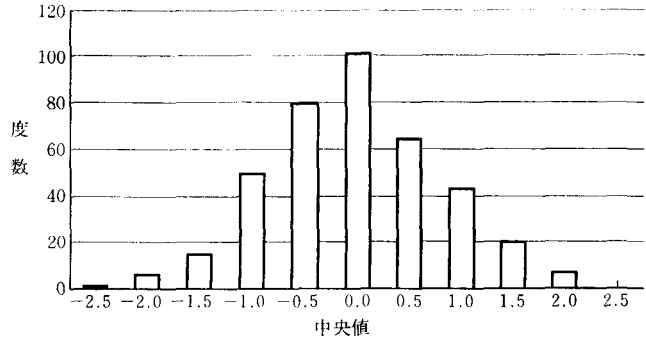


図2 収益関数の誤差の度数分布〔2〕より

表1 収益安定化計画解と期待収益最大化計画解の比較〔2〕より

満足水準 $l$	収益安定化計画 123.8億円	期待収益最大化計画 (152.4億円)
年間総出荷量(最適解) (実績43,880tに対する増減)	42,910 t (2.2%減)	46,830 t (6.7%増)
年間期待収益 (実績142.7億円に対する増減)	148.3億円 (3.9%増)	152.4億円 (6.8%増)
変動幅(確率90%)	134.8～161.8億円	133.5～171.2億円
123.8億円を下回る確率	1%	2.3%
計画の特徴		
期待収益	低い	高い
変動	小さい	大きい

益で6.8%増加する。また、収益の確率90%の変動幅は133.5～171.2億円となる。

一方、収益安定化を重視する場合の最適出荷量は42,910t、期待収益は148.3億円となる。この計画では実績に比較し、出荷量では2.2%減少するものの、収益では3.9%増となっている。出荷量減にもかかわらず収益が減少しないのは、モデルでは月別市場別の最適な出荷が行なわれていることと、出荷過剰基調の強い市場および月における出荷量の減少による市場価格の上昇を仮定しているためである。また、この場合の収益の変動幅は134.8～161.8億円である。なお、収益安定計画の満足水準123.8億円を収益が下回る確率は、収益安定計画では1%、収益追求計画では2.3%となる。

### 4.2 宮崎県産全体の出荷実績と最適解の比較

図3は、最近2カ年（1987～88年平均）の宮崎県産市場別出荷量と、モデルの市場別最適出荷量を比較したものである。東海、中国では、

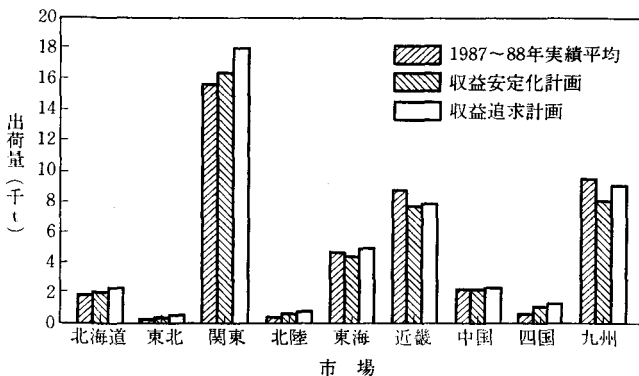


図3 宮崎県産出荷実績と最適解—市場別比較—〔2〕より

出荷実績が収益追求計画と収益安定化計画の間に概ね位置しており、適正出荷量となっている。これに対し、関東および北海道では、実績が慎重な計画を下回っていることや、また、強気の計画量に対する実績の比率が87%、81%に留まっていることなどから、10%以上の出荷増が可能と思われる。また、四国、北陸、東北では、慎重な計画量をそれぞれ49%、43%、20%下回っており、大幅な出荷増の余地があることを示している。一方、近畿および九州では、それぞれ実績が強気の計画量を11%および6%上回っており、出荷過剰基調となっていることを示唆している。

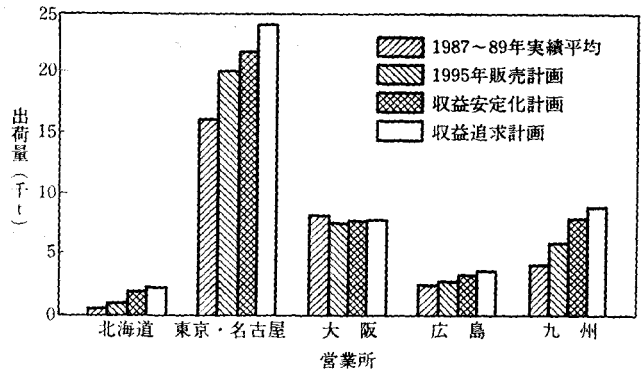


図4 経済連出荷実績、販売計画と最適解—営業所比較—  
〔2〕より

### 4.3 宮崎県経済連の販売計画と最適解の比較

ここでは、宮崎県産ピーマンの約80%を販売する宮崎県経済連の販売計画と宮崎県産全体の最適解を比較する。図4は、経済連の営業所別の1987～89年の平均販売実績、1995年の販売計画（目標）、モデルの最適解を示している。販売計画は、各営業所が個別の市場調査を実施しこれを積み上げて作成したものである。

販売実績と計画を比較すると、大阪営業所では販売計画が実績を下回っている。また、実績は強気の計画量を上回っており、経済連出荷に限ってみても、出荷過剰基調であることを示している。一方、北海道、九州、東京、名古屋、広島の営業所では、それぞれ実績の74%、45%、24%、15%の販売増を計画している。ここで、宮崎県産全体の最適出荷量（慎重な計画）に対する販売実績は、それぞれ27%、50%、74%、75%となっており、宮崎県産の最適出荷量に対して経済連販売実績が少ない営業所ほど、大きな販売増を計画していることがわかる。以上の結果から、営業所別の販売計画は、基本的にはモデル分析の結果からみても妥当なものである。ただし、北海道および九州では、販売計画はモデルの最適出荷量のそれぞれ48%、73%にとどまっている。したがって、これらの営業所では、現在の販売計画以上に販売増の可能性を示唆している。

なお、以上と同様に最適解と実績値および販売計画の比較を月別に行なうことも可能である。月別の分析結果によれば、5月、6月は過剰基調であり、一方、10月、11月は逆に出荷量増加が有利となっている。ただし、詳しい分析結果は紙幅の制約のため省略する。

## 5. むすび

本稿では、市場シェアの大きい生産者が直面する生産出荷計画問題を確率的計画モデルとして定式化し、宮崎県産ピーマンの生産出荷計画への適用例を示した。本稿では、おもに生産者の収益の安定的向上に焦点をあてたが、同様のモデルによって、消費者の利益も明示的に考慮した社会的経済余剰の安定的向上をめざす最適解を求めることも可能である〔2〕。

### 参考文献

- [1] 武藤和夫ほか(1977): 農業経営診断・設計および計量的経営研究の展開, 『農業技術研究所報告H第49号』, pp. 35～93.
- [2] 南石晃明(1991): 『不確実性と地域農業計画—確率的計画法の理論, 方法および応用』, 大明堂.
- [3] 農業経営定量分析研究会〔編〕(1985): 『農業生産の計画モデル』, 農林統計協会.

× × × × ×