

日本建築における屋根の曲線—抄—

柳井 浩

1. はじめに

日本の伝統建築の造形的特徴は主として屋根に見られる。流れるような千鳥破風、軒の反り、正面入口の唐破風等の曲線によって建物の外観がまとめられている。

様式として確立されたこれらの曲線の作図法は、伝統建築においては規矩術と呼ばれる分野に属する。日本の規矩術は、もともとは中国大陸から韓半島を経て伝えられたものであるが、日本建築の独自性とあいまって、その後高度の発達をとげた。特に、江戸末期においては、和算の影響のもとに、理論的体系化が行なわれ、さらにこれが一般に公開される所となった。[1],[2]

しかしながら、曲線の作図法については、理論的体系化がなされるというところまではゆかず、いくつかの個別的方法が文献の間に散見されるにとどまっている。もともと曲線というものが、感覚的に取り扱われることが多かったゆえもあろうし、曲線の取り扱いを得意としなかった和算のゆえでもあろう。

明治期に入ってから今日にいたるまで、和算の衰退にともない、伝統的規矩術を深く理解する技術者も少なくなつた。しかし、伝統建築に対する需要は依然として存在しているので、規矩術の必要性は少しも衰えていない。洋算による書換えも、むろん行なわれている。しかし、それらは、技術指導書の範囲にとどまっているため、そこに用いられる数学は初等的なものに限られている。なかんずく、曲線の作図法については、全くの便法として手順が記述されているにすぎない。

しかし曲線を、様式として、あるいは美学の対象として見るとき、その種類を現代数学の立場から把握しておくことはぜひ必要なことだと考える。そこで、これらの曲線の作図法を収集し、現代数学によって書き換えてみ

た。ただ、そのような作図法の種類は数多く、なかには大同小異のものもある。その全体は別途発表の文献[0]を参照していただくものとして、本稿においては、そのうち特徴的なものだけを選んで紹介する。

伝統規矩術における曲線の作図法は基本的には、折れ線近似である。したがって、各手順について“曲線そのもの”を知るためにはキザミが無限小となる極限としての連続曲線を求めるという操作をすることになる。そこで、こうして得られた解析的な曲線が、伝統的な作図手順にしたがって画かれる折れ線をよく近似するものでなければ、意味がない。しかし、以下本稿においても、また他の場合[0]においても見られるとおり、大部分の場合において、近似度はきわめて高いものであった。

ところで、これらの作図法の発生と伝承の経路という点についても、関心もたれるところであるが、残念ながら詳しいことはわからない。この分野では、個々の方法について出典や、考案者の名前を、いちいち明記する習慣がないからである。ただ、12世紀初頭における中国の建築技術書「营造方式」[3]に記載された肘木の曲線の構成法や、江戸中期における石垣の曲線の構成法[4]-[6]をみると、かなり高度の方法が古くから存在していたことがわかる。今後の、くわしい調査が待たれるところである。このようなわけで、技術史の見地からすれば、いささか問題は残るが、本稿では、新しい文献に記載されていた手法も、出典を明らかにしつつ、あえて取り上げることにした。

個々の方法をみれば、素朴とはいえ、数列や3角関数の知識、アフィン変換、2点境界値問題の数値解法などに相当する発想がみられ、背景としての和算と、個々の考案者の苦心が偲ばれる。実際、現代的な方法をもってすれば、曲線等どのようにでも構成することができるわけだが、かえってこのような苦心の中にこそ、造形的意図と様式の変遷の本質を見出す鍵がひそんでいるものと考えてるのである。

やない ひろし 慶応義塾大学 理工学部

〒223 横浜市港北区日吉3-14-1

受理 平成2年9月3日

2. 茅負の曲線

軒の曲線は茅負を基本として定められる。茅負というのは、軒の一番外側にあつて屋根を支える横木のことであるが、茅葺き屋根で、ここに茅を乗せたゆえの名称が、他の場合にもそのまま転用されたのであろう。

歴史的にみても、茅負の反りの形は、きわめて興味深い変遷をたどっている [1]。端の方だけに反りをつけたもの、中央に折れ点のあるもの、軒全体にわたる反り、鉛直平面内ばかりでなく、水平方向にも曲線をなす3次元的反りなどがある。

茅負をめぐる各部の名称は図 2-1 に示すとおりである。

このような反りの曲線の作図法には、筆者の調査のおよんだ範囲でも、いろいろな種類のものがある。すなわち、解析学的な用語によれば、それぞれ、鉛直な軸をもつ放物線、水平な軸をもつ余弦曲線、水平な軸をもつ楕円、傾斜した軸をもつ楕円、楕円を長軸方向で変形させた曲線等である。ここでは、第 1 のものだけを紹介しておく。

茅負の作図法

小林昌長 (源藏)「独立稽古 隅矩雛形」(1857)、下の巻四十九 [2], [7] には、茅負の反りとして、
「茅負のそりはかやおひの高さにて定るなり 半本
老本 老本半 式本 式本半 三本とする也」云々
という作図法が述べられている。ここに、本という単位は茅負の“成イ”，すなわち、たて方向の厚さである。

現代数学風にいえば、基点から数えて第 i 本目から第 $i+1$ 本目の垂木の間では勾配 (tangent) を

$$\frac{1}{2} \left(-\frac{D}{2L} \right) (i+1) \quad (1)$$

とするようにという風に解釈できる*)。(L および D については図 2-1 参照) したがって、

y_i : 第 i 本目の垂木の位置における茅負の y 座標 とすれば、

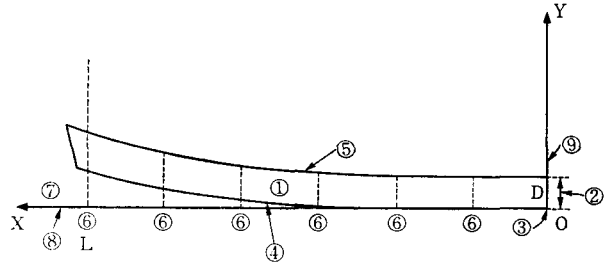
$$y_i = \frac{D}{4L} \sum_{j=0}^i \left(j \frac{L}{N} \right) = \frac{D}{8N} i(i+1) \quad (3)$$

となる。

文献において図等を見ると、

$$\frac{N \text{ (垂木の本数)}}{7} \frac{L/D}{8} \quad (4)$$

ある。そこで、



- ① 茅負#: 軒の一番外側にあつて屋根を支える横木
- ② 成イ#: 鉛直方向の厚さ, D
- ③ 基点
- ④ 下端#
- ⑤ 上端#
- ⑥ 垂木# (棟から軒に渡す材) の中心
- ⑦ 向留#
- ⑧ 立水#: 鉛直線, 基点を通る立水を Y 軸とする
- ⑨ 陸水#: 水平線, 基点を通る陸水を X 軸とする

……伝統建築用語

図 2-1 茅負とそれをめぐる用語

$$y_i = D \quad (5)$$

である。すなわち、全体として茅負の“成イ”の 1 本分の反りとなる。

さて、折れ線(3)を連続化しよう。

$$x = i \cdot \frac{L}{N} \quad (6)$$

として(3)式に代入すれば、

$$y(x) = -\frac{D}{8L} \cdot \frac{N}{L} \cdot x \left(x + \frac{L}{N} \right) \quad (7)$$

となる。この曲線を折れ線(3)に重ねて描いたのが図 2-2 である。折れ線(3)とは見掛け上ほとんど区別がつかないほどよく一致している。図からもわかるように、この曲線は放物線であり、

$$x = 0 \quad (8)$$

すなわち基点と

$$x = -\frac{L}{N} \quad (9)$$

すなわち、さらに 1 つ右側の垂木の位置にゼロ点をもち

$$y(L) = \frac{D(N+1)}{8} \quad (10)$$

となる。また、基点において、曲線(7)が水平線に接して

*) () 内の分母を L とする解釈も可能であるが、こうすると $y_i = 2D$ となり、反りが大きくなりすぎ、文献の図のいずれとも合わなくなる。軒全体の長さに相当する $2L$ を分母とした。

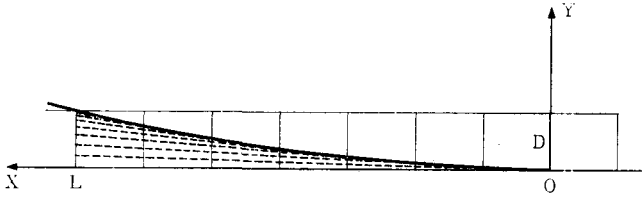


図 2-2 茅負の作図法—1— 作図例

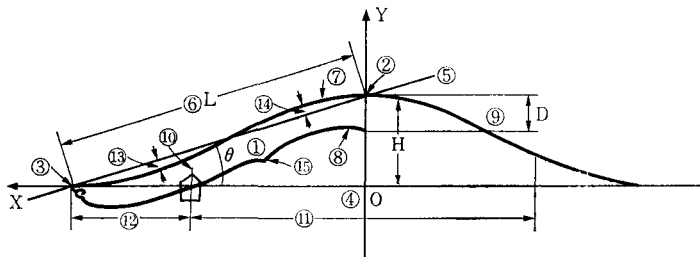
いないこと、すなわち、基点において茅負の勾配が、多少とはいえ、不連続に変化していることにも注意しておく。

3. 唐破風の曲線

唐破風は日本伝統建築の正面入口等によく見られる破風の様式である。平唐門のように、門の側面に用いられることもあるにはあるが[12]、大部分は玄関、拝殿等来訪者と相対する所に使われている。唐の名を冠してはいるが、日本独特のものと推察されており[13]、他の形の破風の曲線と異なり、凹凸両方の部分を有しているのが特徴である。

唐破風をめぐる各部の名称は、大略図 3-1 の示すとおりであり、曲線は破風板の上端を基準とする。

唐破風に関する寸法入りの絵図面などは、各地に多く残っているようであるが、作図法についての記載は、筆者の知るかぎり本節で述べるもの 1 種類にすぎない。これは、以下にみるとおり引き通し線を軸とする、周期の



- | | |
|--|----------------------|
| ① 破風板# | ⑧ 下端 |
| ② 破風揉み# | ⑨ 破風幅#: 鉛直方向の厚さ, D |
| ③ 破風鼻#(破風尻#) | ⑩ 桁中心 |
| ④ 基点: 破風揉みをとる鉛直線を Y 軸, 破風鼻を通る水平線を X 軸とする。それらの交点を基点とする。 | ⑪ 表間 |
| ⑤ 引き通し(引き渡し)#線 | ⑫ 軒の出 |
| ⑥ 引き通し(引き渡し)#, L : | ⑬ 鼻寄りのたるみの反り |
| ⑦ 上端 | ⑭ 棟寄りの反り上がり |
| | ⑮ 茨# |
- # ……伝統建築用語

図 3-1 唐破風とそれをめぐる用語

異なる正弦曲線をつないだものである。実地に観察すればわかるように、唐破風の形はかなりまちまちであり、作図上のパラメータには、文献[11]のものとは異なるものもあると考えられる。

唐破風の作図法

この作図法 [11] は破風の揉みを基点とし、引き通し線にそって垂直方向に“反り”や“たるみ”をつけるものである。そこでまず、破風の揉みを第 0 基点 0_0 とし、引き通し線をヨコ軸 (u) に、引き通し線に垂直な直線をタテ軸 (z) として作図法を説明することにする。(図 3-2 には $N=6$ の場合が示されている。)

引き通し、すなわち、区間

$$0 \leq u \leq L \quad (1)$$

を

$$\text{棟寄り: } \alpha, \quad \text{鼻寄: } 1-\alpha \quad (2)$$

の比率で 2 つの区間に分割し、各小区間をさらに N 等分する節点を棟側から順に

$$u_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, 2N \quad (3)$$

とする。すなわち、

$$u_i = \alpha i L / N \quad i=0, 1, \dots, N \quad (4)$$

$$= (\alpha N + (1-\alpha)(i-N))L / N \quad i=N, N+1, \dots, 2N$$

である。

次に、半径

$$r_j = \rho_j D \quad j=1, 2 \quad (5)$$

の半円を描き、その円弧を N 等分する点から、直径に垂線を下ろす。この垂線の長さ采取して各節点における反りおよびたるみとして、これらをつないだ折れ線を丸めたものを破風板の上端の曲線とするのがこの作図法である。すなわち、節点 u_i におけるそり、たるみを z_i とすれば、これらは

$$z_i = r_1 \sin(\pi i / N) \quad i=0, 1, \dots, N$$

$$= r_2 \sin(\pi i / N) \quad i=N, N+1, \dots, 2N \quad (6)$$

によって与えられる。

ただちに明らかのように、この折れ線を連続化した曲線の方程式は

$$z(u) = r_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi u}{\alpha L}\right) \quad 0 \leq u \leq \alpha L$$

$$= r_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi(u-L)}{(1-\alpha)L}\right) \quad \alpha L \leq u \leq L \quad (7)$$

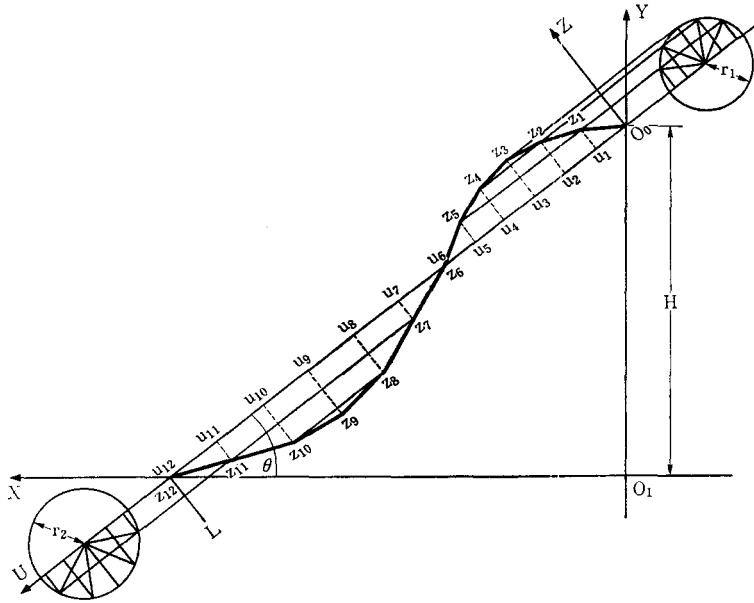


図 3-2 唐破風の作図法 手順

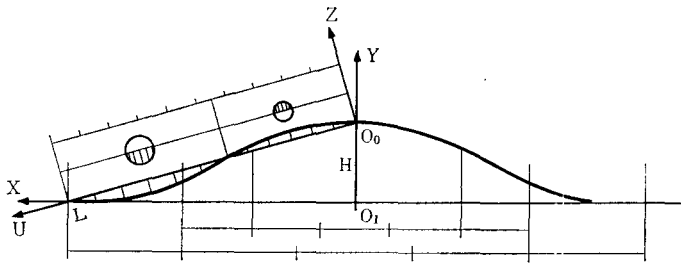
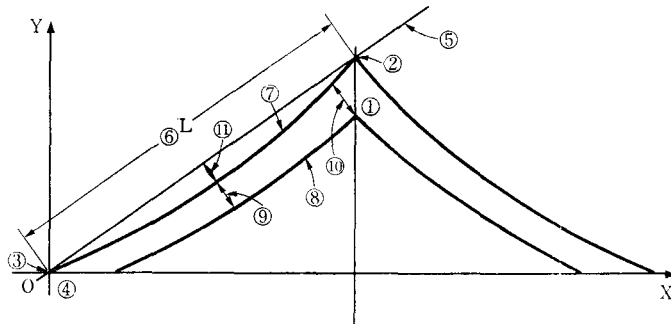


図 3-3 唐破風の作図法 作図例



- | | |
|------------------|-----------------------|
| ① 破風板# | ⑥ 引き通し (引き渡し)#, L : |
| ② 破風拌み# | ⑦ 上端 |
| ③ 破風鼻# (破風尻#) | ⑧ 下端 |
| ④ 基点: 破風鼻 | ⑨ 腰幅# |
| 破風鼻を通る鉛直線を | ⑩ 腰幅+増し |
| Y 軸, 破風鼻を通る水 | ⑪ たるみ |
| 平線を X 軸とする. | # …… 伝統建築用語 |
| ⑤ 引き通し (引き渡し)# 線 | |

図 4-1 千鳥破風とそれをめぐる用語

となる。

文献[11]には、次の数値例が与えられている。

| α | ρ_1 | ρ_2 | $\tan\theta$ | D | N |
|----------|----------|----------|--------------|---------|-----|
| 0.45 | 0.3 | 0.6 | 0.28 | $0.08L$ | 6 |

(8)

図 3-3 に示したものは、この数値によって作図したものである。曲線(7)が折れ線(4)・(6)とよく一致していることが見られる。

4. 千鳥破風の曲線

千鳥破風は、日本伝統建築において最も多く見られる破風の様式である。凸曲線(伝統建築用語では照り屋根と呼ばれる)をなすその形こそが日本伝統建築の象徴といっても過言ではない。もっとも屋根にこのよ

うな曲線を用いることは、もともとは日本古来のものではなく、世紀以降に韓半島を経て日本に渡来したものと考えられている。ただ、日本で用いられる曲線は、中国大陸や韓半島のものに比べると、概して反りが浅く、直線に近いものが多いのが特徴である。

千鳥破風をめぐる各部の名称は図 4-1 の示すとおりである。千鳥破風の作図法としては、解析学的用語を用いるならば、鉛直な軸をもつ放物線と、引き通し線を軸とする正弦曲線となるものが文献にあらわれる[8],[9],[11]。ここでは、前者だけを紹介することにすが、後者は唐破風の作図法と同様のものである。

千鳥破風の作図法

この作図法[8]-[9]では、図 4-2 に示すように、破風の鼻を基点 O として、水平棟向きに X 軸、鉛直に Y 軸をとり、破風上端の反りをつける。

引き通し線を N 等分する点を鼻側より順に

$$Q_0, Q_1, \dots, \dots, Q_N \quad (1)$$

として、これらを通る鉛直線を

$$m_0, m_1, \dots, m_N \quad (2)$$

とするとき、

$$u_i : Q_i \text{の横座標} \quad (3)$$

は

$$u_i = \frac{iL}{N} \cos \theta \quad i=0, 1, \dots, N \quad (4)$$

で与えられる。ここに、 θ は

$$\tan \theta : \text{引き通し線の勾配} \quad (5)$$

となる角度であり、

$$L : \text{引き通し線長さ} \quad (6)$$

である。

次に、 α をパラメータとして

$$d = \frac{1}{N} \alpha L \cos \theta \quad (7)$$

として、桿を通る鉛直線上、下方に向かって間隔 d で点

$$R_0, R_1, R_2, \dots, R_{N-1} \quad (8)$$

をとる。

$$v_i : R_i \text{のタテ座標}$$

はすなわち、

$$v_i = H - i \cdot d$$

$$= L(\sin \theta - \alpha \frac{i}{N} \cos \theta)$$

となる。ここに、

$$H = L \cos \theta : \text{桿みの高さ}$$

である。

ここで、

$$k_i : \text{基点0と} R_{N-i} \text{を結ぶ直線} \quad (12)$$

また、

$$P_i : k_i \text{と} m_i \text{が交わる点} \quad (13)$$

として、点

$$P_0, P_1, P_2, \dots, P_N \quad (14)$$

を順につないで作った折れ線を、丸めて破風上端の曲線とするのがこの作図法である。

したがって、

$$y_i : \text{点} P_i \text{のタテ座標} \quad (15)$$

とすれば直線 k_i の勾配は

$$\frac{1}{\cos \theta} (\sin \theta - \alpha \frac{N-i}{N} \cos \theta) \quad i=1, \dots, N \quad (16)$$

であるから、

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{1}{\cos \theta} (\sin \theta - \alpha \frac{N-i}{N} \cos \theta) \frac{iL}{N} \cos \theta \\ &= \frac{iL}{N} (\sin \theta - \alpha \frac{N-i}{N} \cos \theta) \quad i=0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

となる。したがって、

$$y_0 = 0 \quad (18)$$

$$y_N = L \sin \theta = H \quad (19)$$

となる。

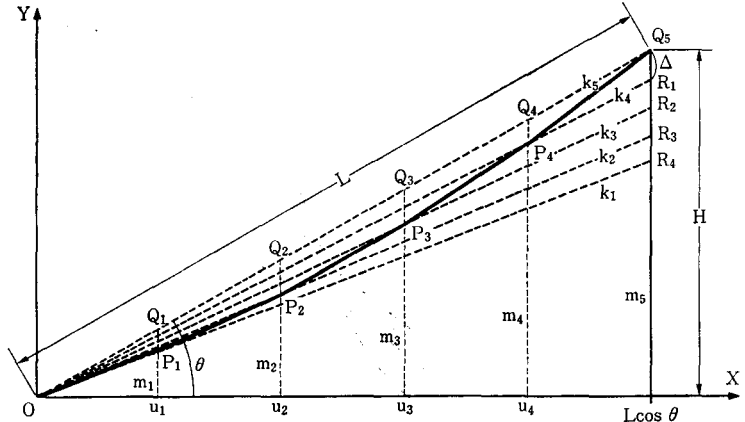


図 4-2 千鳥破風の作図法—1— 手順

この折れ線を連続化すべく

$$x = \frac{iL}{N} \cos \theta \quad (20)$$

として(17)式に代入すれば、

$$y(x) = \frac{x}{\cos \theta} \left(\sin \theta - \alpha \frac{L \cos \theta - x}{L} \right) \quad (21)$$

を得る。すなわち、 $y(x)$ は

$$\text{原点}(0,0) \text{ および 桿}(L \cos \theta, H) \quad (11)$$

の2点を通過する x の2次式であり、鼻(原点)における勾配は

$$y'(0) = \frac{1}{\cos \theta} (\sin \theta - \alpha \cos \theta) \quad (22)$$

である。

文献の数値例は、その記述と付図からの採寸によれば次のとおりである。

$$\frac{L}{8.7 \text{尺}} \quad \frac{\theta}{30^\circ} \quad \frac{L \cos \theta}{7.5 \text{尺}} \quad \frac{N}{5} \quad \frac{\alpha}{1/N} \quad (23)$$

ただ、ここで文献に示されているように、

$$\alpha = \frac{1}{N} \quad (24)$$

とパラメータを N の関数として与えれば、 $N \rightarrow \infty$ とするとき、この式は1次式に退化してしまう。現代の数学的見地からすれば、パラメータの与え方として具合が悪い。

図 4-3 は(23)の数値にもとづいて、折れ線(17)と2次式(21)を重ねたものである。式の作り方からして当然のことではあるが、ほとんど完全に一致している。

図 4-4 は(21)式をその対称軸を含めて、広い範囲で描き、破風の曲線として使用される部分の相対的位置を示したものである。諸元は図 4-3 のそれと同じである。

さらにまた、この作図法が、微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad (25)$$

を境界条件

$$y(0) = 0 \quad (26)$$

$$y'(0) = \frac{1}{\cos\theta} (\sin\theta - \cos\theta) \quad (27)$$

および

$$y(L\cos\theta) = H \quad (28)$$

の下で解く、図式解法になっていることには注意をはらう必要がある。容易に確かめられるように、図-28式を解けば図式がえられる。これは、西欧における微分方程式の図式解法の歴史との比較という点からも注目すべきことであろう。

5. 起り破風の曲線

起(むく、おこ)り破風は、千鳥破風とは逆に、凹曲線を用いた破風である。おそらく、茅葺き屋根等にその起源をもつ、日本古来の形と考えられる。したがって、歴史的には千鳥破風より古いことになるが、様式としては、むしろ千鳥破風に相対するものと意識されたようである。千鳥破風に比べて、柔らかく暖かい印象をあたえるのが特徴である。

起り破風をめぐる各部の名称は、図 5-1 に示すとおりである。また、曲線は破風板の上端を基準とし、作図上の基点は鼻にとられるが、基線は鼻を通る水平線が用いられることも、引き通し線が用いられることもあり、作図法によって異なる。

筆者が調べた作図法には、解析学的用語にしたがえば、引き通し線の midpoint における垂線を軸とする放物線、鉛直な軸をもつ放物線、および引き通し線を軸とする正弦曲線になるものの3つが知られている[8],[9],[11]。ここでは、そのうち第1のものを紹介する。

ごく大雑把に言えば、起り破風の曲線は千鳥破風の曲線を裏返したものである。事実そのような発想法による作図法は、どれも文献に見ることができる。しかし、引き通し線の midpoint における垂線を軸とする放物線に対応するものは、千鳥破風の場合には見られない。文献[11]には、起り破風の曲線として、引き通し線の midpoint における垂線を対称軸とするものだけが示されている。このことが、意図的なものか否かについては、著者がすでに物故者であるため、判然とはしないが、この著者が、ある種

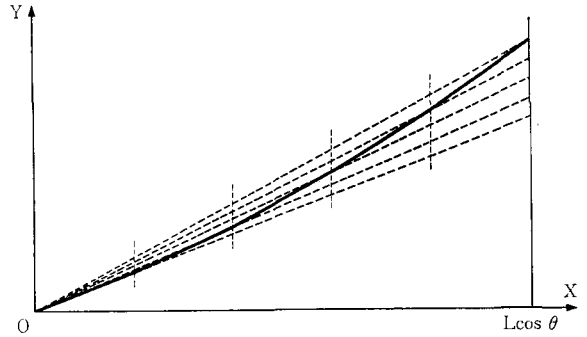


図 4-3 千鳥破風の作図法—1— 作図例

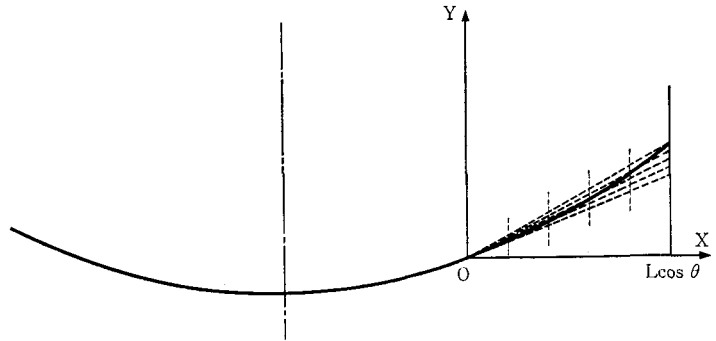


図 4-4 千鳥破風の作図法—1— 放物線とその使用部分

の“造形的好み”にもとづいて、作図法を選択あるいは考案しているものと筆者は考えている。

起り破風の作図法

この作図法[11]は破風の鼻を基点とし、引き通し線にそって垂直方向に“起り”をつけるものである。破風の鼻を基点0とし、引き通し線をヨコ軸(u)に、引き通し線に垂直な直線をタテ軸(x)として作図法を説明することにする。(図 5-2)

引き通し、すなわち、区間

$$0 \leq u \leq L \quad (1)$$

を $2N$ (図 5-2 では、 $N=3$)等分する節点を鼻側から順に

$$U_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, 2N, \quad (2)$$

その u 座標を

$$u_i = \frac{iL}{2N} \quad i=0, 1, \dots, 2N \quad (3)$$

とする。また、これらの点を足として引き通し線に立てた垂線を

$$m_i : \text{点 } U_i \text{ を足とする引き通しの垂線} \quad (4)$$

とする。

次に、引き通し線の midpoint U_N における起りをパラメータ

$$D : \text{点 } U_N \text{ における起り} \quad (5)$$

実際、筆者としても、これらの問題をめぐって多少の見解もないわけではないが、これについては、機会をみて、視点を明らかにしつつ稿を新たにしたい。

参考文献

- [0] 柳井 浩「日本建築における屋根の曲線」Engineering Report No.90001, Dept. of Administration Engineering, Faculty of Science and Technology, Keio Univ., 1990
- [1] 大岡 実「日本建築の意匠と技法」中央公論美術出版, 1971
- [2] 狩野勝重解説「小林昌長(源藏)独稽古 隅矩雛形(千鐘房1857)/平内延臣 匠家 矩術新書(1848)」恒和出版, 1978
- [3] 竹島卓一「营造法式の研究」全3巻 中央公論美術出版, 1970-1
- [4] 北垣聰一郎「石垣普請」法政大学出版局, 1987
- [5] 喜内 敏「城石垣の秘法と史料」,「探訪日本の城」別巻, 小学館, 1978
- [6] 柳井 浩「石垣の曲線一様式の数理一」オペレーションズ・リサーチ, 1988, No.6
- [7] 上田虎介解説「小林昌長(源藏)独稽古 隅矩雛形(千鐘房1857)」, 1975
- [8] 森永達男「建築技術図解」金竜堂, 1975
- [9] 森永達男「建築雛形」金竜堂, 1976
- [10] 広江文彦「社寺建築」金竜堂, 1984
- [11] 佐久間田之助「実用規矩術」槇書店, 1975
- [12] 川勝政太郎「古建築入門講話」河原書店, 1980
- [13] 近藤 豊「古建築の細部意匠」大河出版, 1980
- [14] 柳井 浩・岡村 潔「反り屋根の形」オペレーションズ・リサーチ, 1985, No.10

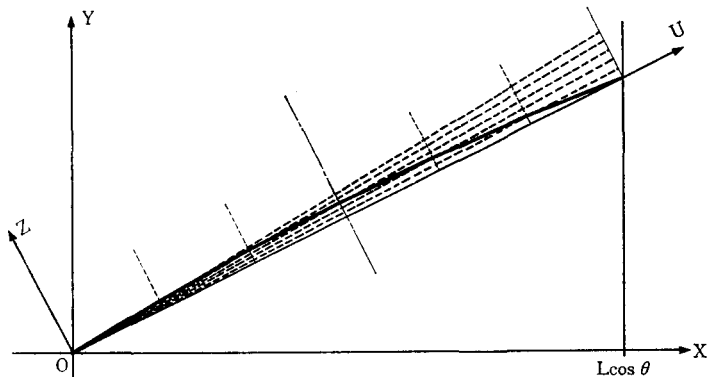


図 5-3 起り破風の作図法 作図例

訂正とお詫び

第36巻1号の下記の校正ミスを訂正させていただきます。

訂正1：13ページ脚の著者の読み

あけだ よしあき

訂正2：17ページ右段下から11行目から、アンダーラインの所が正しいものです。

証券分析でポピュラーなマーケット・モデルを仮定する。ポートフォリオ・リターン r_P の指数リターン r_I に対する感応度を β とすると、次のようになる。

$$r_P = \beta * r_I + \epsilon \quad (3)$$

ここで ϵ は残差項と呼ばれる。トラッキング・エラー ($r_P - r_I$) の標準偏差を σ_{TE} とすると、簡単な計算の結果、次の式を得る。

$$\sigma_{TE} = \sigma_I \sqrt{(\beta - 1)^2 + \beta^2 (1/R^2 - 1)} \quad (4)$$

σ_I は r_I の標準偏差、 R は相関係数である。インデックス・ファンドを考えているので、 $\beta = 1$ のポートフォリオに限定してトラッキング・エラーの大きさを推定してみよう。1カ月でみると、 σ_I は5%程度である。

この号は、他にも校正もれが多々ありましたことお詫び申し上げます。
—編集委員会—