

水資源開発における費用分担分析

——協力ゲーム理論および多目的効用理論を用いて——

藤井 光久 埼玉大学 政策科学研究科；現所属：大阪大学医学部

(指導教授 岡田章 助教授)

1. 研究の目的、意義

本論文では、多目的ダム建設の費用分担手法について考察する。現在、わが国において公共事業の費用分担手法として規定されているSCRB法は、実際のかつ簡便だが理論的妥当性が明確ではなく、各事業主体のダム建設に参加する動機として必要な費用分担の合理性や公正さの基準が明示されていないという問題点が指摘されている。そこで、本研究では、協力ゲーム理論(コア, 仁, 比例仁)を用いて費用および便益の両面から多目的ダムの公正かつ合理的な費用分担手法を検討する。また、多目的効用理論の観点からも費用分担を考察し, AHP法を用いて地域住民および企業の選好を考慮した重み付き多目的効用関数を定め, 多目的効用関数の最大化問題の解と協力ゲームの解による費用分担を比較, 評価するものである。

2. 分析対象

分析の対象としては、洪水調整, かんがい, 上水, 発電の4つの目的を持つ多目的ダムの建設を設定する。各事業主体は洪水調整は建設省, かんがいは農水省, 上水は県水道部, 発電は県電力公社である。各事業主体の貯水量の必要時期が違うために共同でダムを建設することによって建設費用の減少が可能となる。

3. 協力ゲーム理論による費用分担

(1) 費用ゲーム (N, C) の定式化

ダムの建設費用をもとにして特性関数形協力ゲームを定式化する。ここで, N を事業主体(players)の集合とし, その任意の部分集合 S を事業主体の提携とする。 $C(S)$ を提携 S で必要な貯水量に対応したダム建設費とし, c_i を事業主体 i の分担する費用とする。

(2) SCR B法

米国のTVAにおいて, 複数のダムの費用分担を決定

するさいに開発された手法。おもに土木構造物の費用分担方法として普及。事業主体 i に対して全体提携の建設費と事業主体 i を除いた3人提携の建設費の差 $MC_i = C(N) - C(N - \{i\})$ を事業主体 i の限界費用と呼ぶ。また, 全体提携の費用から各事業主体の限界費用の総和を引いたものを $NMC = C(N) - \sum MC_i$ とする。SCR B法には次の3通りの方法がある。

(1) 均等分担方式

$$C_i = MC_i + 1/N * NMC$$

(2) 比例分担方式

$$C_i = MC_i + \frac{(C(i) - MC_i)}{\sum [C(j) - MC_j]} * NMC$$

(3) 建設省方式

$$C_i = MC_i + \frac{\{MIN(C(i), B(i)) - MC_i\}}{\sum [MIN(C(j), B(j)) - MC_j]} * NMC$$

ここで, $B(i)$ は各事業主体 i がダムの供用期間に得ることのできる便益である。

(3) 費用ゲーム (N, C) の解

コア K とは全体提携が成立するために必要な合理的な費用分担の全体であり, 次の①②③の条件を満たすベクトル $c = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ の集合である。

① $\sum c_i = C(N)$ (全体合理性) ② $c_i \leq C(i)$ (個人合理性) ③ $\sum c_i \leq C(S) \forall S \in N$ (提携合理性)

コアの中で一意の費用分担を定める協力ゲームの解として, 仁と比例仁がある。費用分担案 c に対する提携 S の不満を $\theta_s(c) = \sum c_i - C(S)$ とし, すべての提携 S の不満 $\theta_s(c)$ を大きい順に配列したベクトル

$$\theta(c) = (\theta_1(c), \theta_2(c), \dots, \theta_{2^N-1}(c)) :$$

$$\theta_1(c) \geq \theta_2(c) \geq \dots \geq \theta_{2^N-1}(c)$$

を分担案 c に対する不満ベクトルと呼ぶ。仁(nucleolus)は辞書式順序で最小な不満ベクトルを持つ費用分担のことである。仁の計算は線形計画法を用いて行なう。

$$c^* : \text{仁(nucleolus)} \quad \theta(c^*) \geq \theta(c), \forall c \in K$$

比例仁の概念では, 費用分担案 c に対する提携 S の不満として $\zeta_s(c) = (\sum c_i - C(S))/C(S)$ を採用し, これを

提携 S の相対不満と呼ぶ。仁の場合と同様に、最大の相対不満が最小化される費用ベクトルを比例仁 (proportional nucleolus) という。

本論文では、費用ゲーム (N, C) の特性関数として次の3つのケースを考える。

[ケース1] $C(S)$

[ケース2] $C'(S)=C(S)$ とし、仁の計算に $C_i \leq B(i)$ という制約条件を加える。

[ケース3] $C'(S)=\text{Min}\{C(S), B(S)\}$ ただし、 $B(S)=\sum_i B(i)$ 。建設費と同様に便益に対する不満を考慮する。

(4) 費用便益ゲーム (N, V) の定式化および解

提携 S のダム建設による純益 $V(S)=B(S)-C(S)$ を特性関数にもつゲーム (N, V) を費用便益ゲームという。ここで、 $B(S)$ とは提携 S 内の各事業主体がダム建設によって得る便益を合計したものである。費用便益ゲーム (N, V) に対しても費用ゲームと同様に、コア、仁および比例仁が定義できる。

4. 協力ゲームによる分析結果

多目的ダム建設の実際例を用いて、SCR B法の解と費用ゲームの仁、比例仁を比較する。

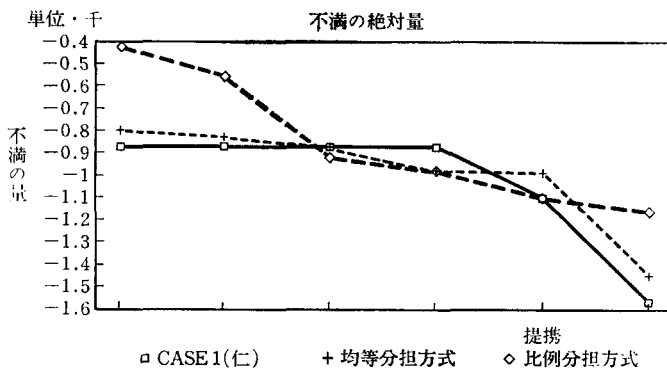


図1 建設費のみを考慮した場合(仁)

SCR B法(均等分担方式, 比例分担方式)と費用ゲーム(ケース1)が建設費用のみによる分析であり, 図1は各手法による提携の不満を大きい順に表わしたものである。SCR B法から費用ゲームの仁を採用することによって各提携の不満は均等化され, 最大不満の最小化が達成されている。

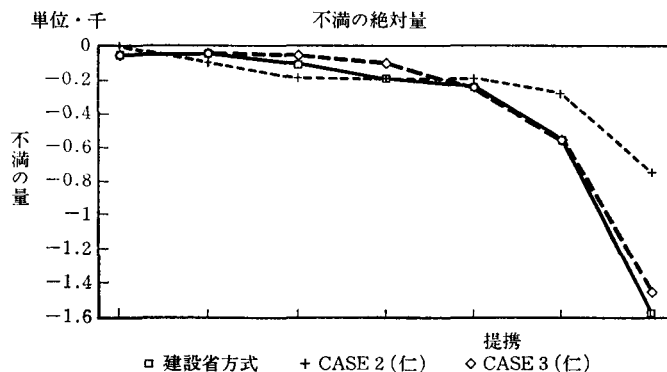


図2 建設費と便益を考慮した場合(仁)

SCR B法(建設省方式)と費用ゲーム(ケース2, ケース3)が建設費と便益を考慮した分析である。図2に各提携の不満を大きい順に表わす。本研究で用いた実際例ではかんがい, 発電に関して便益が小さいために不満の大きい提携については3つの手法とも大きな差はない。

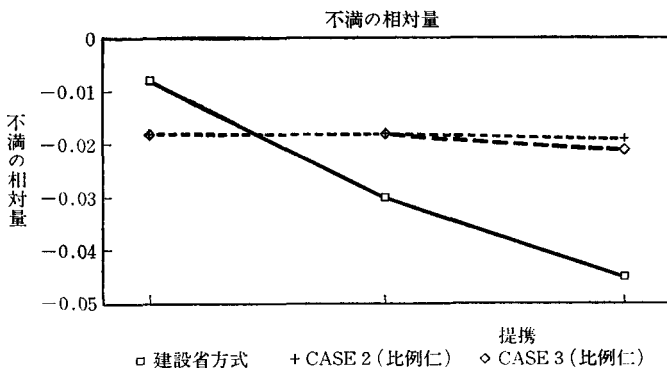


図3 建設費と便益を考慮した場合(比例仁)

SCR B法(建設省方式)と費用ゲーム(ケース2, ケース3)について, 図3は各手法による提携の相対不満を大きい順に表わしたものである。建設省方式より費用ゲーム(ケース2, ケース3)の比例仁を採用することによって各提携の相対不満は均等化されている。

5. 多目的効用理論による費用分担

(1) 多目的効用関数

各事業主体の分担費用を地域住民および企業の選好を考慮した多目的効用関数によって評価し、多目的効用関数を最大にする費用分担を考察する。最初に、各事業主体 $i = 1, 2, 3, 4$ の効用関数を Keeney の効用理論を用いて設定する。分担費用 C_i について事業主体 i の効用 $u(C_i)$ は次のように表わされる。

$$u(C_i) = a + b \exp(cC_i) \quad (a, b, c: \text{定数})$$

分担費用が単独の建設費 $C(i)$ と一致する時 $u=0.0$ 、便益 $B(i)$ と一致する時 $u=0.5$ 、また限界費用 MC_i と一致する時 $u=1.0$ とし、定数 a, b, c を決定する。

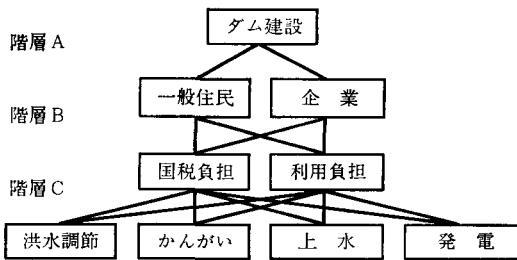
【計算結果】

$$u(C_1) = 1.89 + 0.77 \exp(0.13C_1)$$

$$u(C_2) = -0.015 + 1.69 \exp(-3.4C_2)$$

$$u(C_3) = 1.16 - 0.13 \exp(0.38C_3)$$

$$u(C_4) = -0.014 + 1.05 \exp(-7.2C_4) \quad C_i: 10 \text{億円}$$



次に、多目的効用関数を設定する。事業主体の負担する費用は、実際は地域住民と企業によって負担されるため、ここでは各事業主体の効用関数を地域の住民や企業の選好を考慮した重み k_i で調整し、すべての事業主体の効用関数を掛け合わせたもの $U(C_i) = \prod \{1 + k_i * u(C_i)\}$

を多目的効用関数とする。

事業主体 i に対して住民および企業の負担する費用が小さいほど住民の選好が高いとし、選好が高いほど重み k_i は大きい値を示すものとする。重みの決定には AHP 法を用いる。流域の住民および企業にとって国税によって支払う方が負担は小さくなる。国税による事業すなわち洪水調節、かんがいの事業主体が多くの費用を分担することを望むために k_1, k_2 は相対的に小さい値となる。図 4 はダム建設に対して住民および企業の負担が各事業主体についてどのような比率になるかを示した階層図である。

【計算結果】 $k_1=0.23 \quad k_2=0.14 \quad k_3=0.41 \quad k_4=0.22$

(2) 多目的効用関数の最大化問題

4 事業主体の提携が成立するためには求める費用分担はコアに含まれなければならない。そこで、コアの制約条件のもとで多目的効用関数の最大化を行なう。ここで制約条件は線形であるが、目的関数は非線形の関数となるために非線形計画法により解析を行なう。

◀ 図 4

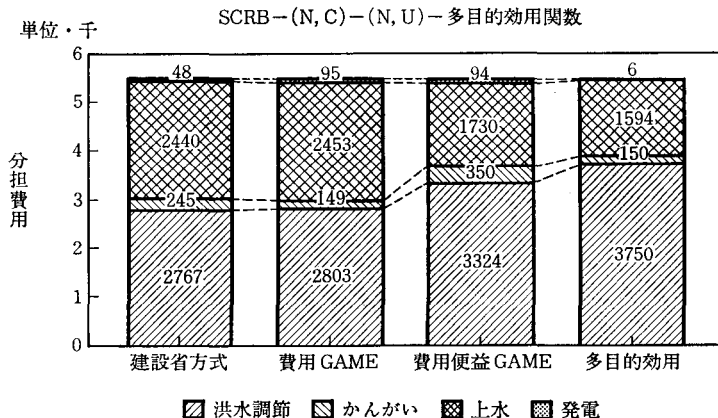
階層 A については企業と住民との比を同じにしている。階層 B については流域の住民および企業の国税による負担対利用負担の比は住民については (流域住民の人口 / 全国の人口) となり、企業については (流域の企業の法人税 / 全国の法人税) となる。階層 C については各事業主体の負担に関して国税とそれ以外 (使用料金もしくは県税) の比率を算出する。

$$\max U(C_i) \quad \text{s.t.} \quad C_i \in K \text{ (コア)}$$

(3) 各手法による計算結果 (図 5)

6. 結 論

協力ゲーム理論の仁、比例仁と多目的効用理論による

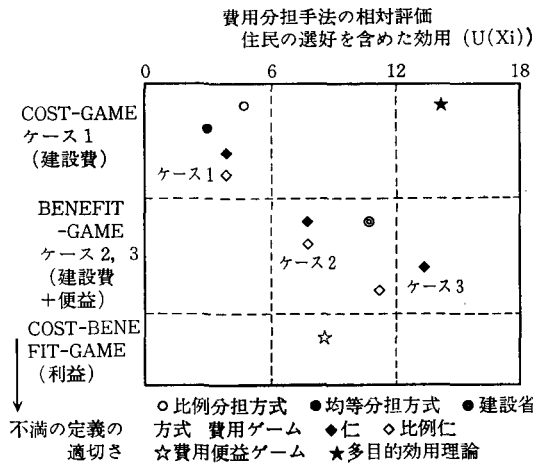


◀ 図 5

建設省方式と費用ゲームに関しては各事業主体の分担費用は大きい変化は見られないが、費用便益ゲームによって治水、上水が大きく変化した。多目的効用関数によってさらに治水の分担費用が増大し、かんがい、発電についてはほとんど限界費用に近く、非常に低い値となった。

費用分担の相対評価を示したのが図6である。横軸は多目的効用の大きさを表わし、縦軸は事業主体の不満の定

義の適切さを表わしたものである。



◀図 6

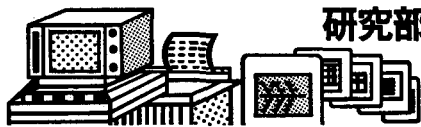
- ①建設費のみによる解析では費用ゲーム(ケース1)によりSCRB法(均等, 比例分担)と比較して最大不満の最小化という意味で大幅な改善がみられる。費用ゲームは建設費と便益の差が小さい場合有効な手段であると考えられる。
- ②建設費と便益を考慮した分析では費用ゲーム(ケース3, 特に比例仁)はSCRB法(建設省方式)と比較して不満および効用の点で改善がみられる。
- ③費用便益ゲームは、提携によって便益の変化が大きい場合各提携の不満を適切に把握できる有効な手法である。

【参考文献の一部】

[1] R. Keeney and E. Wood : "Evaluating Tisza River Basin Development Plans Using Multi-

attribute Utility Theory : IIASA CP-76-3.

[2] H.P. Young and Okada N. : "Cost Allocation in Water Resources Development : Water Resources Research Vol.21.7, July 1985.



研究部会報告

●投資と金融のOR●

●第26回

日時：10月20日(土) 14:00~17:00 出席者：108名

場所：東京工業大学百年記念館

テーマと講師：(1)「Mean-Absolute Deviation-Skewness Portfolio Optimization Model : An Extension of Markowitz's Model」今野 浩, 山崎博章 (東工大・工学部)

同氏らが提案する平均・絶対偏差型 (MAD) モデルならびに平均・絶対偏差・歪度型モデル (MADS) を紹介し、従来の平均・分散 (MV) モデルとの比較検討をした。MADモデルの特徴として、MAD最適ポートフォリオがMV最適ポートフォリオとほぼ一致すること、大規模問題でも線形計画法により十分早く解けること、同モデルにもとづく資本資産評価モデル (CAPM) の結果が、従来のMVモデルの一般化になっていること等を示した。またMADSモデルについては、歪度評価

を区分的に線形近似すれば、スパースな構造をもった線形計画問題に帰着できることを示した。

(2)「A Capital Asset Model with Restricted Borrowing and Short Sales」H. Markowitz (The City University of New York)

各証券への投資比率 X が $AX=b, X \geq 0$ なる領域に制限された場合に、効率的ポートフォリオがどのような集合になるのかを、標準化された3証券モデルを例にして分析検討した。結果として効率的ポートフォリオの集合は、標準化されたモデル上での、ある連続かつ区分的に線形な線分 (集合) に対応することが示された。また市場ポートフォリオが効率的ポートフォリオとなるためには、各投資家の選択した効率的ポートフォリオが、標準化モデル上で同一の線形な1区画上に対応している必要があることを証明した。

●第27回

日時：平成2年11月17日(土) 14:00~17:00 出席者：

53名

場所：東京工業大学百年記念館

テーマと講師：(1)「日経平均株価のオプションのボラティリティーの分析」福田 徹 (大和総研)

日経平均株価オプション市場について、市場指標から