オプション価格理論の現状

三浦　良造

1. はじめに

一般に価値ある2つの“モノ”があるとき，一方を他方と交換する権利をオプションという，このオプションを発行した者には権利の行使に応じる義務がある．この権利の価値がいくらであるかを定めるのがオプション価格理論である．価値ある“モノ”としては理論上はいろいろなものが想定できる．たとえばある学生が講義までに1時間余裕があるのをみてパチンコ好きの友人に100円渡すとする．この友人は100円に対応するパチンコ競技の1時間後の成果の一部をその学生に渡す約束をする．これは1つのオプション契約であり学生が友人からオプション（成果の一部をもらいうけるという権利）を100円で買ったわけである．価値ある“モノ”とはこの場合，友人のパチンコの成果である．100円というオプション価格が妥当であるかどうかは成果の一部とは何をさすかということを含めて契約内容を吟味して決めなければいけない．このような例は読者の想像力を刺激するための概念上のものであるが金融の実務世界では，本稿で説明するオプション価格理論を背景にしていろいろな金融商品が考案され取引されている．オプションそのものとしては株式オプション（日本国内の取引所ではまだ上場されていない），指数オプション（Topix オプション，日経平均オプション，名証のオプション），通貨オプション，債券オプション，そして各種の先物オプションなどがある．これらの場合，それぞれ株式，指数，通貨，先物（指数先物，債券先物など）が価値ある“モノ”であり，株価，指数値，通貨交換レート，先物価格がそれらの価値を表示している．これらのオプションが市場で取引されるのをふまえてオプションを部分的に組み込んだ預金なども実際に扱われているようである．新聞報道によれば過去1年半程の間に各金融機関がつぎつぎと金融新商品を開発し市場に提供しているのがみられる．新しい金融商品が市場で取引されるためにはその商品を必要とする者（需要）と商品を発行（して業いが成立）する者（供給）の両者が存在しなければいけない．そのような市場における需要と供給の存在まではオプション価格理論のなかでは直接には論じられていない．また取引手数料とか税金などについては無視した形で理論を展開するので実務上の問題を考えるにはこうした理論が扱っていない部分をよく考慮に入れる必要がある．

オプション価格理論の基本形は株式オプション価格理論なので本稿でも価値ある2つのものを株式とキャッシュとして話を始めることにする．ここではヨーロッパ型オプションを扱う．ヨーロッパ型は満期時Tにおいてだけ権利行使できる．アメリカ型というのもあり，これは$t \leq T$の任意時点tで権利行使できる．

2. 株価変動モデルとオプション価格理論の仮定

価値あるものの価値が不確実に変動する場合，その価値の変動を確率モデルとして表現することが理論の出発点となる．不確実な変動といっても，もし全能の神のような存在があって（つまりすべての情報の把握ができる人があって）不確実な要素がないというなら話は別だが普通の人間にとって把握できない変動は不確実なものとしてそのなかでできるだけ法則性を見い出し表現することになる．それが確率モデルである．また価値といっても価値観によって評価が異なるだろうがここでは価値を市場で成立する価格といいかえることにする．

さてS_tを時刻tにおける株価（株式価格）とする．S_tを確率過程とみなし，対数正規確率過程

$$S_{t+dt} = S_t e^{\mu dt+\sigma\cdot(W_{t+\Delta t}-W_t)},\ t \geqq 0 \qquad (1)$$

としておくのが基本形である．この仮定が自然であることのひとつの説明としては

連続複利 $e^x=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$ $\Big($あるいは，$\{x_i\,;\,i\geqq 1\}$ に条件をつけて$\lim_{n\to\infty}\prod_{i=1}^{n}(1+\frac{x_i}{n})$$\Big)$

みうら　りょうぞう　一橋大学　商学部
〒186 国立市中2—1

を考えて，$X_i, i \geqq 1$ を確率変数として

$$\sum_{i=1}^{n} \log_e\left(1+\frac{X_i}{n}\right)$$

が中心極限定理により $n\to\infty$ のとき正規分布にしたがうことがあげられる．$X_i, i \geqq 1$，がどういう確率変数列であるかは中心極限定理のレベルに応じて考えればよい．ここではまず μ と σ を定数とし $W_t, t \geqq 0$ はウィーナー過程であると仮定する．

この仮定が現実的であるかどうかは現在の研究のホット・トピックであり，そこでは現実の価格データの分析のために回帰分析，時系列分析などの数理統計学的方法が重要な役割を演じている．たとえば上の(1)式のモデルでは S_{t+dt}/S_t は S_t の値に依存しないが，価格データを分析すると $\sigma\cdot\{W_{t+dt}-W_t\}$ の部分が S_t に依存する様子がみえその現状をモデル化するために σ が定数ではなく S_t に依存する形に替えたり([2]参照)，また同様の趣旨ではあるが $\sigma\cdot\{W_{t+dt}-W_t\}$ を基準となる正規確率変数 $Y_i \sim n(0,\sigma_0^2)$ の和 $\sum_{i=1}^{X_t} Y_i$ とし，X_t が S_t などに依存する確率分布をもつ変数であるという表現に置きかえ（[5][7][10]参照）もする．これらの株価変動モデルは基本形にしろ修正形にしろ，オプションが対象とする価値あるもの（原証券と呼ぶ）の価格の確率的変動を表現するのでオプション価格の関数形に直接的に影響をおよぼす．西暦1900年に Bachelier がオプション価格を数学的に論じたときは株価変動を正規確率変動の和としてモデル化したが([1]参照）それは負の株価も許容しなければならず今ではモデルとしては用いられない．対数正規過程モデルを軸としてここ30年来（または20年来）確率論（特に確率過程と確率微分方程式）の発展における成果を用いて原証券価格変動モデルとオプション価格式が対として論じられている（[12][3]参照)．

オプションは原証券を対象とする契約であり，原証券とオプションは市場で取引きされるので理論を構成するために市場に関する次の仮定をおく．

(A1) 市場に裁定機会（金額ゼロの投資により確率1で正の収益をあげる機会）は存在しない．

(A2) 売買手数料と税はないものとする．株式の空売りとキャッシュの借り入れた無制限に行なえる．売買・貸借の単位はいくら細かくてもよいとする．そして投資家は価値の小より大を好むとする．

(A3) 金利 r は正で一定であるとする．貸出と借入の利子率は同じとする．

株式オプション価格理論の基本形はかなり精密なところまで研究されているので，現在を含めて今後は，上にあげた仮定の吟味など市場に立ち入った研究が重要となる．そのためのアプローチとしては数理的方法以外の重要な方法はもちろんあるが，数理的側面としては，より現実のメカニズムに沿った表現を試みることになるだろう．

3. 株式オプション価格

将来の T 時点において株式 S_T をキャッシュ K 円と交換する（S_T を K で買う）権利をコール・オプションという．S_T を K で売る権利をプット・オプションという．権利であるから，みずから損をするような行為は行なわないという前提のもとで T 時点におけるこのコールとプット・オプションの価値は，それぞれ $\max\{S_T-K,0\}$，$\max\{K-S_T,0\}$ である．このようなコールそしてプットの t 時点 $(t\leq T)$ における価値をそれぞれ，S_t，$T-t$，K の関数として

$$C(S_t, T-t; K),\quad P(S_t, T-t; K)$$

で表わす．

オプション価格については，その契約の性質上次のような S_t と K に関する線形斉次性(linear homogeneity)が成立する．

$$x\cdot C(S_t, T-t; K)=C(x\cdot S_t, T-t; x\cdot K)$$

したがって

$$C(S_t, T-t; K)=\frac{\partial C}{\partial S_t}\cdot S_t+\frac{\partial C}{\partial K}\cdot K$$

が導かれる([9] p. 103参照)．これに発想を得て，あるいは C の不確実な変動はすべて S_t に含まれるのでそれをヘッジするという発想のもとで C と S_t の組合せ(ポートフォリオ)

$$V_t=S_t-C_t\Big/\left(\frac{\partial C}{\partial S_t}\right) \qquad (2)$$

を作る．金利 r が一定であるという仮定のもとでこれの dt 時間内の変動量

$$dV_t=dS_t-dC_t\Big/\left(\frac{\partial C}{\partial S_t}\right)$$

が，$V_t\cdot r\cdot dt$ に等しいとおく．（このように考えてよいということは自己充足性のもとに示される．([9]参照))さらに伊藤の補題により

$$dC=\frac{\partial C}{\partial t}\cdot dt+\frac{\partial C}{\partial S_t}\cdot dS_t+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2}\cdot\sigma^2\cdot S_t^2\cdot dt \qquad (3)$$

であり，対数正規過程にしたがうことから

$$dS_t=(\mu+1/2\sigma^2)S_t dt+\sigma\cdot S_t\cdot dW_t \qquad (1')$$

であることを用いて，偏微分方程式

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2}\cdot\sigma^2\cdot S_t^2+\frac{\partial C}{\partial S_t}\cdot r\cdot S_t+\frac{\partial C}{\partial t}-rC=0 \qquad (4)$$

が得られる．これを初期条件

$$C(S_T, 0\,;K)=\max\{S_T-K, 0\} \qquad (5)$$

のもとで解いた解がオプション価格式

$$C(S_t, T-t\,;K)=S_t\cdot N(h)-K\cdot e^{-r(T-t)}\cdot N(h-\sigma\sqrt{T-t}) \qquad (6)$$

である．ただし$h=\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}\log\frac{S_t}{K\cdot e^{-r(T-t)}}+\frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$

$N(h)=\int_{-\infty}^{h}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ である．この解は次のような条件付期待値として与えられることも知られている([12] p. 105参照)．

$$C(S_t, T-t\,;K)=e^{-r(T-t)}E[\max\{S_T-K, 0\}\mid S_t] \qquad (7)$$

プットに関しても同様に導かれるが，プットとコールの関係式

$$C+K\cdot e^{-r(T-t)}=P+S_t$$

を用いてもよい．この関係式はS_tの変動型を特定化しなくても成立する一般的命題である．([11]参照) これがオプション価格式導出の枠組みである．それをまとめると次のようになる．

①ある特徴をもつポートフォリオ(2)を作る．②原証券価格の変動型(1′)と伊藤の補題を用いて(3)偏微分方程式(4)を導く．③初期条件(5)のもとで偏微分方程式の解を求める．

もっと異なる状況のオプションを扱うときにもほぼ同様の手順をふむ．その意味でこれは価格式導出の枠組みとしての基本形である．

ここで上の議論の応用の一端を述べておく．それは偏微分方程式(4)の線形性による．コール・オプションの満期Tにおける価値は$\max\{S_T-K, 0\}$であるがこれをS_Tの関数$f(S_T)$として一般的に考えれば別のオプションの価値をgを関数として$g(S_T)$と表わしてよい．aとbを定数とすれば$a\cdot f(S_T)+b\cdot g(S_T)$も1つのオプションの価値であり偏微分方程式(4)を満足する．fとgに対応するオプションのt時点における価値はそれぞれ$e^{-r\tau}E[f(S_T)\mid S_t]$, $e^{-r\tau}E[g(S_T)\mid S_t]$で表わされるがそれらの線形結合が，オプション$a\cdot f+b\cdot g$の$t$時点における価値である．数関$g$の例としては，権利行使価格$K$が異なる値であるコールやプット，先物($g(S_T)=S_T-$($t$時点の先物価格))，割引債券($g(S_T)=$定数)，株式($g(S_T)=S_T$)，supershare ($g(S_T)=I[c\leqq S_T\leqq d]$, ただし$c$, dは定数で$I(\cdot)$は定義関数)，がある．その他いくらでも考察できるが，要するに金融市場における需要を反映して関数$g(\cdot)$を考えればよい．そのときにはS_Tの分布形から導かれる$g(S_T)$の分布形が満期Tにおけるこのオプションの価値の予想として重要である．オプションがこのようにあらゆる金融証券を表現しうるので，次節以節以下のオプションも含めてその組合せとしてのポートフォリオはここに述べた形式でデザインが需要に見合ってなされるとよい．これがポートフォリオ工学の一端である．

4. いろいろな状況のオプション

T時点が満期である額面Kの割引債と同じ満期をもつ権利行使価格Kのコール・オプションを保有しているとする．このポートフォリオの満期T時点における価値は

$$\max\{S_T-K, 0\}+K=\max\{S_T, K\}$$

である．t時点($t<T$)においてS_tとKが互いに近い値であるとき（理論的にはそうでなくてもよいが）投資家が株式S_tと割引債のどちらを買うべきか迷っているとしよう．このとき万能の予想屋がいてT時点における価値の大小を啓示してくれるならこの投資家はオプション価格と同等の価値ある助言をうけたことになる．投資家が割引債を買うならコールの価値，株式S_tを買うなら$S_t+\max\{K-S_T, 0\}=\max\{K, S_T\}$によりプットの価値をもつ助言をうけたことになるからである．なぜならT時点においてS_TとKのうち価値の高い方を必ず取得することがオプションの使用なしにできたからである．オプションを買うには費用がかかる（発行する側は売って代金を受け取るがS_Tの不確実な変動によるリスクを負担する.)が，このように確実に将来を見通せればオプションは不要である．いいかえればポートフォリオを運用する人の判断(予想)能力は上のようにオプションの価値によって計測することも可能である．そういう分析も回帰分析を用いて行なわれることがある．

上の場合（そして3節では）は株式とキャッシュのオプションであるが，次にそれの一般化の一方向として2つの異なる証券（t時点におけるその価格を$x_1(t)$と$x_2(t)$と書く.）を交換するオプションを考える．([8]参照）満期時点Tにおいて$x_2(T)$を$x_1(T)$と交換するとしてこのオプションの価値は

$$\max\{x_1(T)-x_2(T), 0\}$$

と表わされる．$x_1(t)$と$x_2(t)$の変動を，W_1とW_2をウィーナー過程として

$$dx_1=(\mu_1+\frac{1}{2}\sigma_1^2)\cdot x_1\cdot dt+\sigma_1\cdot x_1\cdot dW_1$$

$$dx_2=(\mu_2+\frac{1}{2}\sigma_2^2)\cdot x_2\cdot dt+\sigma_2\cdot x_2\cdot dW_2$$

$$dW_1 \cdot dW_2 = \rho \cdot dt$$

のように仮定するとき，この t 時点($t \leq T$) におけるオプションの価値は

$$V(x_1, x_2, t) = x_1 \cdot N(d) - x_2 \cdot N(d - v\sqrt{T-t})$$

ただし，$v = \sigma_1{}^2 - 2\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho + \sigma_2{}^2$

$$d = \frac{1}{v\sqrt{T-t}} \log\frac{x_1}{x_2} + \frac{1}{2} v\sqrt{T-t}$$

である．このオプションは x_2 を組み合わせることにより, $\max\{x_1 - x_2, 0\} + x_2 = \max\{x_1, x_2\}$ だから満期時には x_1 と x_2 の価値の高い方を手にしていることになる．このオプションは3節の株式オプションにおいてKを x_2 と置き換えたものとみてよい．Kが(または割引債 $K \cdot e^{-r(T-t)}$ を考えるときの金利 r が) 一定であるところに確率的変動を許した点で1つの進歩である．

さらに $\max\{x_1, x_2\}$ とか $\min\{x_1, x_2\}$ とかを対象にするオプションも考えられる．このオプションの満期における価値は，たとえば

$$\max\{\max\{x_1, x_2\} - K, 0\}$$

である．このオプションの t 時点における価格式は2変量正規分布の分布関数を用いて表わすことになる ([13]参照)．これは満期における価値が $\max\{x_1, x_2\}$ ($= x_2 + \max\{x_1 - x_2, 0\}$) であるようなオプションに対するコール・オプションとみなしてよい．特にこのケースを意識するのではないが，オプションのオプション (複合オプション，Compound option) と呼ばれるものがある．アメリカ製オプションを扱う場合など理論的に重要なのでここに述べておく．

オプションとオプションを交換するというのも考えられるが，単純には満期時点TにおいてオプションとキャッシュKを交換するオプションである．株式オプションにおいて株式の替りにオプションを置いたものとみてよい．$T < T_1$ として，原証券は満期時点を T_1，権利行使価格を K_1 とし株式 S_t を対象とするコール・オプションであるとする．その t 時点における価値を $C(S_t, T_1 - t; K_1)$ で表わす．S_t は (1) を満たすとする．これに対して複合オプションは満期をTとし権利行使価格をKとしておく．この複合オプションの t 時点における価格を最も源 (みなもと) となる S_t の関数として $C^*(S_t, T-t; K)$ として表わすと，

C^* は(4)式と同じ偏微分方程式

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C^*}{\partial S_t{}^2} \cdot \partial^2 \cdot S_t{}^2 + \frac{\partial C^*}{\partial S_t} \cdot r \cdot S_t + \frac{\partial C^*}{\partial t} - r \cdot C^* = 0 \qquad (4')$$

を満足する．実は(4)式は S_t を原証券とするすべての自己充足ポートフォリオ (T時点までの期間中にキャッシュの流出入がないポートフォリオ) が満足するもので特にオプションに限らず広い範囲の証券を扱っているのである．特定の証券は(5)式のように満期時点の価値で表現され，そこで関数としての差異により区別される．この辺がオプション価格理論の汎用性を示しており応用の世界で今後も発展すべき方向を示唆している．

(4′)式を初期条件

$$C^*(S_T, T-t; K) = \max\{C(S_T, T_1 - t; K_1) - K, 0\}$$

のもとで解くと，

$$\begin{aligned} C^*(S_t, T-t; K) = {} & S_t \cdot N_2(q + \sigma\sqrt{T-t}, h + \sigma\sqrt{T-t}; \\ & \sqrt{(T-t)/(T_1-t)}) \\ & - K_1 \cdot e^{-r(T_1-t)} \cdot N_2(q, h; \sqrt{(T-t)/(T_1-t)}) \\ & - K \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(q) \end{aligned}$$

である．ただし

$$q = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \log\left(\frac{S_t}{\bar{S} \cdot e^{-r(T-t)}}\right) - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

$$h = \frac{1}{\sigma\sqrt{T_1-t}} \log\left(\frac{S_t}{K \cdot e^{-r(T_1-t)}}\right) - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T_1-t}$$

$$N_2(a, b; \rho) = \int_{-\infty}^{a}\int_{-\infty}^{b} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{1-\rho^2}} dx \cdot dy$$

であり，$\bar{S}$ は $C(\bar{S}, T_1 - T; K_1) - K = 0$ の解である．

複合オプションはアメリカ型オプションを考えるときに重要である．満期までのある時点で株式の配当が支払われるとき，アメリカ型コール・オプションの所有者はヨーロッパ型と異なり満期前の任意時点での権利行使が許されるため，権利行使をして株式を所有し配当を受ける権利 (株式の配当は株主に支払われ，オプション所有者には支払われない．)を確保しようかと考える．このとき配当を含む株式を所有するのと配当をやりすごして，満期まで (すでにヨーロッパ型となる) コール・オプションをもつのとどちらが価値が高いかを比べることになる．これが上のT時点における複合オプションの価値式となって表現されアメリカ型オプションの価格式を導くことになる．([4]参照)

複合オプションは (今のところ) 概念的に重要な意味をもっている．株式を企業価値のコール・オプションとみなし，株式オプションはそれに対する(オプションの) オプションとみなされることである．これは企業の合併における株主の立場を論じるときにも用いられる．株式が企業価値に対するコール・オプションであるというのは次のような視点から示される．いま，企業を起こし，

たとえばT年度に企業を解散するとして，資金の調達を銀行からの定利借入れと株式発行によって行なうとする．T年度になって企業を解散するとき企業価値から銀行への返済分を差し引いた残りが株主の取得分である．それは

$$\max\{(T\text{年度企業価値})-(\text{銀行への返済額}),0\}$$

と表わされる．企業価値の計測が計量的に可能で，その(不確実な)変動がモデル化されればそのうえで株式価値も企業価値の関数として表現されるが，現在のところそれは実現していないようである．

ここでひとつオプション価格理論について見過ごされがちな点について付記しておく．ここで紹介しているオプション価格は，原証券の価格変動モデルがある特定化された（パラメトライズされた）確率過程にしたがっているという仮定のもとで導かれている．これに対して確率過程を特定化しないでオプション価格の（主に大小関係とか関数形としての）性質を考えることも重要である([9]第3章,[11]参照)．このような試みは成果は一般性をもつが表現が精密でないこともある．数理統計学が確率分布をパラメトリックなものからノンパラメトリックあるいはセミ・パラメトリックなものを対象として発展しているのになぞれば，確率過程をノンパラメトリックふうに表現する研究（現在いくらか行なわれていると思う）が進み，それにつづいて確率微分方程式が，これに応じて表現され，さらにいえばそれが一般に普及する形式を整えれば大変面白い．

5. 債券オプション

債券オプション価格理論については公表された論文の世界ではまだその基本形ができあがっていないのではないかと思われる．いくつかのアプローチが公表されており，さらにワーキング・ペーパーのレベルではかなり納得できるものがあるようだが，ここでは債券オプション価格理論を部分的にではあれ一応まとまった形で表現している例を説明する．それは3節で示した議論の基本形をふまえている．ここでは金利が不確実に変動するから3節の金利一定の世界とは異なる．両者をまとめて整合的に表現することは重要だがここではできない．金利をスポット・レート（現時点のレート）とフォワード・レート(現時点からみた将来のレート)に分けて考えて，ここでは，各時点でスポット・レート$r(t)$が変動する様子をモデル化する．

まず一般的に$dr(t)=f(r,t)\,dt+\rho(r,t)\,dW_t$としておく．債券価格は金利にだけ依存すると仮定するのが自然なので（ここが株式とは大いに異なる点である．)，各債券は満期時点の違い（そして満期までに支払われるクーポンの違い)だけで区別される．これをふまえて債券ポートフォリオを作り，裁定取引が成功しないという仮定のもとで次の偏微分方程式が導かれる．$U(r,t)$を債券オプション価格として，

$$\frac{1}{2}\rho^2\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+(f+\rho q)\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{\partial U}{\partial t}-r\cdot U=0$$

ただしqは market price of risk と呼ばれるものである．Uの満期時点の価値を1(定数)とおくことによりUは満期に1円を支払う割引債を表わすことになり，それを用いてUの満期における価値を割引債に対するオプションふうに指定すればUは割引債を原証券とするオプションであり価格式はこの偏微分方程式の解である．一般に満期におけるUの価値をrの関数として$U(r,T)=g(r(T))$とすれば

$$U(r,t)=E[\,g(r(T))\,e^{-\int_t^T r(s)ds}\mid r(t)\,]$$

である．$U(r,t)$は(6)式とよく似た形になる．([6][14][3]第6章定理5.3参照)

market price of risle q の値が未知のまま残るのでこれが難点である．これを克服するためにフォワード・レートを軸に据える理論ができつつあるようである．

5. おわりに

オプション価格理論は西暦1900年においてはBachelier により確率過程論の先駆的な成果を生んだが，今までの20数年間は確率微分方程式論の成果を理解しつつ，それを取り込んで応用としての発展をしているようである．さて日本国内においてこれまでの40数年間に数理統計学(統計的データ分析)，OR，確率論が産業界,官庁,大学において研究そして実践された例がいくつかある．目立ったものとしては，大成功をおさめたといわれる品質管理，そして一時期客観的考察の指針を与える役割をもった計量経済学的方法(モデル)がある．これらにつづく第3番手としてオプション価格理論そして平均・分散を用いるポートフォリオ選択の理論は“ポートフォリオ工学”として統計的データ分析と確率・数理的方法を用いて広く研究・実践される分野ではないだろうか．ポートフォリオ工学は金融証券の価格を直接的に扱うが故に金もうけの理論かと思う人々もあるだろう．(金もうけの定義にもよるがそれには立ち入らないことにしよう．)しかし制度がよく整い，情報がよく流通し共有される環境

では市場における参加者の意図は金もうけであってもそれは偶然に左右される結果に到り全体としては確率的変動をコントロールするという姿勢が中心となるだろう．このうえで市場全体がある調和を保って動いていく，そういう内容を研究し表現するのがポートフォリオ工学とか証券経済学などではないかと考えている．

参考文献

［1］ Bachelier (1900). この論文は Cootner, P.H. が編集した論文集『The Random Character of Stock Market Prices』(1964年 The MIT Press 刊) に収録されている．

［2］ Engle, R. F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," Econometrica Vol.50, pp.987-1007

［3］ Friedman, A. (1975). 「Stochastic Differential Equations and Applications.」 Vol.1 New York, Academic Press.

［4］ Geske, R. (1979). "A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends," Journal of Financial Economics, Vol.7, pp.375-380.

［5］ Hull, J. and White, A. (1987). "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities," The Journal of Finance, Vol.42, pp. 281-300.

［6］ Jamshidian, F. (1989). "An Exact Bond Option Formula." The Journal of Finance. Vol.44, No.1, pp.205-209.

［7］ 刈屋・佃・丸 (1989年)『日本の株価変動』 東洋経済新報社

［8］ margrabe, W. (1978). "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another." The Journal of Finance, Vol.33, pp.177-186.

［9］ 三浦良造 (1989)『モダンポートフォリオの基礎』同文館

［10］ 三浦良造 (1989) "混合型株価変動モデルとオプション価格" 一橋論叢 第102巻第5号 pp.48-72.

［11］ 三浦良造 (1990) "オプションのポートフォリオとポートフォリオのオプション" ニッセイ基礎研究所調査月報

［12］ Schuss, Z. (1980).『Theory and Applications of Stochastic Differential Equations.』 John Wiley and Sons, Inc, p.107.

［13］ Stultz, R.M. (1982). "Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets, Analysis and Applications." Journal of Financial Economics, Vol.10, pp.161-185.

［14］ Vasicek, O. (1977). "An Equilibrium Characterization of the Term Structure." Journal of Financial Economics, Vol.5, pp.177-188.

10月会合記録

事例集編集委員会	10月3日(水)	9名
研連シンポジウム委員会	10月4日(木)	5名
名簿刊行委員会	10月9日(火), 10日(水)	4名
機関誌編集委員会	10月23日(火)	6名
論文誌編集委員会	10月24日(水)	5名
財政問題検討委員会	10月24日(水)	6名
OA化委員会	10月29日(月)	3名

11月会合記録

事例集編集委員会	11月1日(木)	8名
国際委員会	11月6日(火)	7名
研究普及委員会	11月13日(火)	10名
庶務幹事会	11月14日(水)	4名
機関誌編集特別委員会	11月17日(土)	11名
財政問題検討委員会	11月19日(月)	7名
機関誌編集委員会	11月19日(月)	8名
第4回理事会	11月20日(火)	14名
研連シンポジウム委員会	11月29日(木)	3名

第4回理事会議題

1. 平成2年度第3回理事会議事録の件
2. 入退会承認の件
3. 各委員会報告
   秋季支部長会議終了報告の件
   平成3年度事業計画(案)および予算(案)編成方針の件
   第24回シンポジウム・秋季研究発表会終了報告および収支決算の件
   平成2年度定例講演会，セミナー開催および収支予算の件
   ノーベル賞受賞記念特別講演会開催の件
   RAPMシンポジウム終了の件