論文誌掲載論文概要

JORSJ

Vol. 33, No. 1

最大平衡フロー問題に対する多項式時間二分探索アルゴリズム

小樽商科大学　中山　明

2端子ネットワークN上での最大平衡フロー問題というのは最大フロー問題の一種で，最大フロー問題に1つの制約条件が加わった問題である．制約条件は平衡係数関数と呼ばれる関数$\alpha: A \to R_+ - \{0\}$を使って示される．ただし$A$は$N$の枝集合，$R_+$は非負実数の集合とする．

この論文では，ネットワークNの中で与えられたすべての関数が有理関数であるという条件のもとで，最大平衡フロー問題を解く多項式時間のアルゴリズムを提案する．これは一種の二分探索アルゴリズムとパラメタを取り入れた Dinic の最大フローアルゴリズムを組み合わせたもので，その手間は$O(\max\{\log(c^*), m\log(\eta^*), nm\}T(n, m))$である．ただし，$c^*$は枝の容量の最大値，$\eta^* = \max\{\eta(a) : a \varepsilon A\}$ ($\zeta(a)$, $\eta(a)(a \varepsilon A)$は，$\alpha(a) = \zeta(a)/\eta(a) \leqq 1$ となる自然数)，$T(n, m)$は，n個の点と$m = |A|$本の枝を持つネットワークに対して最大フロー問題を解くのに必要な計算時間である．

ＢＩＢＤによるＡＨＰの解析

筑波大学　髙橋　磐郎

ＡＨＰの数学的骨子は，一対比較のデータにもとづいた行列の主固有ベクトル（最大固有値に対する固有ベクトル）の成分をもって対象の評価値の推定値とするものである．しかし対象の数nが大きいと，一対比較の総数はきわめて大きくなり，1人の観測者がそれらをすべて一度に処理するのは困難あるいは不可能となる．

そこで一対比較の全体をいくつかのグループに分割して各グループに1人の観測者を対応させて処理することが考えられる．本論文では，実験計画法や組合せ論の分野で古くから培われてきた，BIBD(balanced incomplete block design) による分割を提案し，これがわれわれの目的に適合するものであることをいくつかのシミュレーションによって検証する．

なおこの実験にさいして一対比較データに対するある確率モデルを仮定するが，そのモデルにおける対数最小二乗法（ＬＬＳ）による推定を提案し，これによる推定が $n \leqq 3$ の場合は主固有ベクトルによるものと一致することを証明する．また $n \geqq 4$ の場合もある条件の下ではＬＬＳ法は主固有ベクトルによるもののきわめてよい近似を与えることをシミュレーションによって検証した．

線形計画問題の諸解法の最適解近くでの振舞いについて

統計数理研究所　土谷　隆，田辺　國士

双対標準形線形計画問題(n変数，m制約式，$n<m$)

$$\begin{aligned}&\text{minimize } c^t x,\\&\text{subject to } A^t x - b \geqq 0,\\&A = [a_1, \cdots, a_m] \in \boldsymbol{R}^{n\times m},\\&a_i (i=1, \cdots, m),\ c, x \in \boldsymbol{R}^n,\ b \in \boldsymbol{R}^m\end{aligned}$$

に対する伊理—今井法，山下法はそれぞれ2次収束性，多項式性を持つ内点法である．山下は両方法の探索ベクトルが，“d_{AF} : dual affine-scaling 法による探索ベクトル”と“d_C : 制約式からなる線形不等式系の中心を見つけるための Newton 法の探索ベクトル”によって張られる超平面上にあることを示した．本論文では“目的関数cが非退化である”という仮定のみのもとで，山下の分解の2つのベクトルおよび伊理—今井法，山下法の探索ベクトルによる反復を解析し，それらが解の十分近くで次の5つの興味深い性質を持つことを示す．

(i) d_Cを(-1)倍したベクトルによる反復は，最適解の十分近くから出発して適当にステップ幅を1に近づけてやると，可能領域内から最適解へ2次収束する．(ii)最適解の十分近くから，ステップ幅を$\mu/c^t x (0<\mu<1)$としてd_{AF}による反復を行なうと，得られる点列は可能領域の内点に留まり，目的関数値は最低1反復あたり約μ/kより大きい割合で減少する(ここで$k(\geqq n)$は解で active な制約式の数)．さらに，そのとき生成される点列は，central trajectory に引きつけられ，central trajectory の方向から解に漸近していく．(iii)伊理—今井法の探索ベクトルは，$-d_C$ベクトルを$1/(m-k)$倍したものに近づく．(iv)制約式が退化していても，正確な直線探索を行なうと伊理—今井法は2次収束する．(v)最適解の十

分近くでは，山下法の探索方向は dual affine-scaling 法の探索方向に近づく．

分散最小化問題の ϵ-近似解法

神戸商科大学　加藤　直樹

分散最小化問題とは，たとえば，所与の資源を与えられた有限個の活動に対して，配分された資源から生じる各活動の利得の分散が最小になるような資源の配分方法を求める問題である．

厳密には次のように定式化される．有限集合 E と R^E の部分集合 S(実行可能集合)および各 $e\in E$ に対して実数値関数 $h_e(x(e))$ が与えられているとき，S に属する $x=\{x(e):e\in E\}$ に対して

$$\mathrm{var}(x)\equiv\sum_{e\in E}[h_e(x(e))-\frac{1}{|E|}\sum_{e\in E}h_e(x(e))]^2$$

を x の分散と呼ぶことにする．この時，分散最小化問題とは，$\mathrm{var}(x)$を最小にする $x\in S$ を求める問題である．本論文は最初にその問題の最適解を次のパラメトリック問題の最適解と結びつける性質について論じる．

$$P(\lambda):z(\lambda)\equiv$$
$$\mathrm{minimize}\{\sum_{e\in E}(\{h_e(x(e))\}^2-\lambda h_e(x(e)))\,|\,x\in S\}.$$

すなわち，ある適当なパラメータ λ に対するパラメトリック問題 $P(\lambda)$ の最適解が分散最小化問題の最適解となることを示す．この性質にもとづいて，ある仮定の下で，$P(\lambda)$ を入力データ長と $1/\epsilon$ の多項式回数解くことを必要とする ϵ-近似解法を提案する．次に，その解法が全多項式近似解法となる3つのクラスを与える．1番目のクラスは h_e が線形増加関数で S が $\sum_{e\in E}x(e)$ が定数となる条件を含む線形不等式（または等式）で記述される場合で，2番目は，h_eが線形増加関数で，Sが劣モジュラーシステムの基（または整数基）の集合である場合である．3番目は h_e がある非線形関数で S がポリマトロイドの基（または整数基）の集合である場合である，最後に，Sが通常の単純な資源配分問題で現われる簡単な構造をしている場合，動的計画法にもとづく準多項式時間の手間を持つ解法を提案する．

線形相補性問題に対する点列を使った $O(n^3L)$ アルゴリズム

東京工業大学　水野　真治

本論では，線形相補性問題に対して，計算時間が $O(n^3L)$ で抑えられる内点法を提案する．線形相補性問題は，線形計画問題，2次計画問題等を含む広いクラスの問題である．

現在のところ，理論的に最も効率のよい内点法の計算時間は，$O(n^3L)$ である．線形計画問題に対して計算時間が $O(n^3L)$ で抑えられるアルゴリズムは Gonzaga と Vaidya がはじめて提案した．その後，小島，水野，吉瀬が線形相補性問題に対して Monteiro and Adler が2次計画問題に対して $O(n^3L)$ のアルゴリズムを提案した．これらの $O(n^3L)$ アルゴリズムは，すべてセンターパス追跡法である．したがって，センターに近い初期点が得られる場合のみ適用できる．

本論では，広範囲の初期点に対して，$O(n^3L)$ の計算時間で解を求められるアルゴリズムを提案する．そのアルゴリズムは，水野が提案した点列を使った $O(n^{3.5}L)$の方法を基礎とする．水野の方法は，1反復あたり $O(n^3)$ の計算を $O(n^{0.5}L)$ 回繰り返す．1反復あたりの平均計算時間を $O(n^{2.5})$ に下げるために，Karmarkar が提案したランク・ワン・アップデイトを使用する．本論では，線形相補性問題を対象とし，しかも広範囲の初期点から出発するために，Karmarkar と同じような基準で行列をアップ・デイトしていない．したがって，独自の評価方法により $O(n^3L)$という計算時間を求めている．

革新的技術進歩下の設備更新行動

東京都立商科短期大学　日下　泰夫
筑波大学　鈴木　久敏

現有設備から新設備への更新を検討するさい，操業コストの大幅な低下をもたらす革新的な設備が近い将来出現するなら，それが出現するまで現有設備の更新を延期し，逆に，それが近い将来に出現しないならば現有設備をそれと同じ旧系列の新設備で更新しようと考えることは自然であろう．

本研究では，漸進的技術進歩とともに革新的技術進歩が発生しうるような設備更新問題をとりあげ，従来漠然と捉えられていた上述の革新的技術進歩下の設備更新行動特性を，DPの定式化にもとづくコントロール・リミット政策によって理論的および実験的に解明する．特にこの設備更新行動特性が，本問題の特別かつ現実的な場合としての複数代替案からの更新決定問題の構造によって基本的に規定されることを明らかにする．ついで，革新的技術進歩の出現時点が予想されるときの設備更新をコントロール・リミットによって具体的に決定する方法を与える．