地域水利用システムの信頼性評価

——渇水に対する信頼性をどのようにモデル化するか——

岡田 憲夫，多々納 裕一

1. はじめに

現代の社会経済活動は十分な水の供給を前提として営まれているため，ひとたび渇水が生じるとその被害は甚大なものとなる．したがって，現状の水利用システムが渇水に対してどの程度耐性があるのかを信頼性の観点から的確に評価し，渇水に対して耐性の高い地域水利用システムを構築しておくことが重要である．このような社会的要請に対して，地域水利用システムの渇水に対する信頼性を評価し，水資源計画に反映させるための研究が数多くなされてきている．

ＯＲの観点からみると，これらの研究は，①在庫モデルの考え方や待ち行列の理論を用いて理論的・解析的に信頼性評価指標を算定するというアプローチ(「貯水池の統計理論」＝理論モデルによる方法)と，②シミュレーション実験の結果を統計的に処理して信頼性評価指標を算定するというアプローチ（シミュレーションモデルによる方法（たとえば[1]））に大別される．以下本稿では主として①に焦点を当てて説明しよう．

2. 貯水池の統計理論にもとづく研究

Moran[2]は，(i)「離散量として表わされた流入量が時間的に独立かつ同一の確率分布にしたがう」という仮定と，(ii)「貯水池下流地点で渇水が生じているという事象と貯水池が空になるという事象の生起確率が近似的に等しい」という２つの仮定から，貯水量が１時点前の貯水量にのみ依存する(マルコフ性を持つ)という性質を導き，期待渇水継続時間や渇水生起確率がマルコフ連鎖の理論をもとに容易に算定できることを示した．Moranの流れをくむ研究としてはPrabhu[3]や長尾[4]，[5]らの研究があるが，それらは上記の仮定のうち，(i)の仮定を緩和できるように改善したモデルを提案している．

このように従来の貯水池の統計理論を用いたモデルは，仮定(ii)が成り立つという仮定のもとに構築されている．しかし，現実には，地域水利用システムの計画・管理の側面から，貯水池下流の複数地点において渇水に対する信頼性を求めることが要請される場合が多い．ところが，仮定(ii)のもとでは，このような要請に応じた評価を的確に行なうことはできない．また，指標の算定結果に厳密性を欠くことになる．したがって，貯水量をもとにした評価ではなく，放流量をもとに評価を行なうことが必要である．ところが，上述したように一般にはマルコフ連鎖理論をもとにした指標の導出はできない．しかし，筆者ら[6]，[7]，[8]が示したように，貯水操作が放流量と放流可能量で１対１対応するような場合には，放流量はマルコフ性をもつことを利用することができる．すなわち，放流量が必要放流量に満たない場合には放流量は放流可能量に一致するから，この前提が成り立ちマルコフ性が成立することになる．つまり，渇水の期待継続期間を(ii)の仮定によらず厳密に導出できることになる．このことが4.で提示する評価モデルにおいて渇水の頻度・期間・規模の指標により一般的に算定可能となる根拠となっている．

なお，竹内ら[10]，[11]は特定のリターンピリオドに対応した確率でm期間渇水が継続する場合の平均流量を近似的に求め，ＤＤＣカーブを用いる方法を提案している．ＤＤＣカーブ法は，非常に実用性に優れた貯水池での必要備蓄量の算定手法であるが，「残流域流出」を考慮する必要がある場合には，きわめて厳しい制約を満足する流況が成立する流域でのみ適用可能であるといえる．ここに「残流域」とは貯水池がある本川以外で，特にその下流部に流出してくる流量の源となる支流域全体を指している．

また，池淵・小尻ら[12]も直接貯水池の統計理論によ

おかだ のりお，たたの ひろかず
鳥取大学 工学部 社会開発システム工学科
〒680 鳥取市湖山町南４丁目101

らず，シフトオペレーションを用いて地域内特定地点の流量状態の生起確率を簡便に見出すアプローチを提案している．

3. Hashimoto の研究

Hashimoto[9] は信頼性評価理論にもとづいて，信頼性評価指標として Reliability（信頼度），Resiliency（回復度），Vulnerability（深刻度）という3指標を提示し，シミュレーションモデルを用いて各指標の算定を行なっている．時間および水利用システムの状態は離散量として扱われ，定常状態を仮定して各指標の定義が行なわれている．ここで，水利用システムの状態はあるしきい値によって正常状態（S）と渇水状態（F）の2つの状態のうちいずれかに属するものとしている．

いま，水利用システムの状態が離散的確率変数 X_t によって表わされており，各時点において X_t は同一の確率分布にしたがうとする．Reliability（信頼度α）は定常状態においてシステムが正常状態にある確率として，次式のように定義されている．

$$\alpha=P_r(X_t\in S) \tag{1}$$

Resiliency（回復度γ）は，渇水状態に陥ったときの平均的回復確率として次式のように定義されている．

$$\gamma=P_r(X_t\in S\,|\,X_{t-1}\in F)$$
$$=P_r(X_t\in S, X_{t-1}\in F)/P_r(X_{t-1}\in F) \tag{2}$$

Vulnerability（深刻度ν）は，渇水が生じたことによる損失の期待値，すなわち期待損失として次式のように定義されている．ここで，s_j は渇水の深刻さの計量可能な指標値，e_j は s_j に対応する水利用システムの状態 x_j が生起する確率である．

$$\nu=\sum_{j\in F}s_j\cdot e_j \tag{3}$$

ここで，定常状態における渇水の生起頻度をρとすると，渇水の生起頻度は次式のように定義される．

$$\rho=P_r(X_t\in S,\ X_{t-1}\in F) \tag{4}$$

Hashimoto は Reliability（信頼度α）と渇水の生起頻度ρとを用いて渇水の期待継続時間 $E[T_F]$ を求め，さらに Resiliency（回復度γ）との関係を次のように求めている．

$$E[T_F]=(1-\alpha)/\rho=P_r(X_{t-1}\in F)/P_r(X_t\in S,$$
$$X_{t-1}\in F)=\gamma^{-1} \tag{5}$$

Hashimoto の指標は，Resiliency の逆数が期待渇水継続時間を示すが，これは筆者らの提案する評価指標からも導出される．しかし，Vulnerability は具体的な損失関数を特定化することが難しく，この点については他の角度から研究・補完する必要がある．

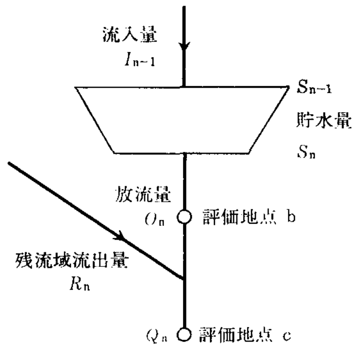

図 1 流域モデルのプロトタイプ

4. 残流域考慮型信頼性評価モデルの構築

理論モデルを用いた研究では水利用システムのモデル化にあたって，流入量および貯水量のみを考慮して貯水池からの放流量が決定されるとしている．これは，主として「残流域」からの流出量を考慮して放流量が決定されるとするモデルが複雑となり，理論モデルの利点である分析の効率性が失われることを回避するためであろうと推測される．従来の理論モデルでは貯水池下流の評価地点流量等の情報が貯水池からの放流量の決定に何ら反映されていない．故に，貯水池から評価地点までの間の残流域からの流出流量が精度上無視できない場合（これは，現実によくある）には，渇水に対するシステムの信頼性を過小評価することとなる．このことは，往々にしてダム建設等を実際に検討するさい，たとえダム建設を行なっても十分な信頼性を確保しえないという結論を導きやすい傾向の原因となっている．これが，モデルの操作性や分析の効率性，解の厳密性等の面でシミュレーションモデルに優る利点を有しながら，理論モデルがあまり実用化されなかった原因の1つであろう．したがって，理論モデルの適用可能性を向上させるためには残流域流出流量を考慮した貯水池操作を前提とした理論モデルの開発が不可欠である．筆者らは流域モデルとして図1に示すような水利用システム（単一貯水池および2評価地点を有する本流に，残流域からの全流出分が1本の支流として合流するモデル）を想定し，貯水池の統計理論を拡張して渇水に対する信頼性を評価するためのモデルを提案している[6]，[7]，[8]．以下，このことについて説明しよう．

モデル化にあたって次のように仮定する．

①ダムは利水のみを目的とする単一目的ダムとする．

②流下時間は計算単位時間の内におさまるとする.

③ダムは残流域流出量を考慮して必要水量を充足する範囲内で可能な限り最小の流量を放流するよう操作されるものとする.

④各地点で取水された水量は単位時間内に同地点に還流される.

⑤流入量・残流域流出量は時間的に独立であり,かつどの時点においても同一の確率分布にしたがう.

⑥流入量・残流域流出量の生起事象は互いに従属である.

ただし,筆者ら[7]は,流入量および残流域流出量の時間的な独立性の仮定は,マルコフ性の仮定に緩和しても指標の算定を同様に行なうことができることを確認している.

以上の仮定をもとに流域モデルを定式化する.まず,地点および合流地点の連続式は次式で与えられる.ここで,I_{n-1}:期間$[n-1,n)$の流入量,S_{n-1}:時点$[n-1]$の貯水量,S_n:時点$[n]$の貯水量,O_n:期間$[n-1,n)$の放流量,R_n:期間$[n-1,n)$の残流域流量,Q_n:期間$[n-1,n)$の地点cにおける流量である.ただし,これらはすべて非負であり,単位は単位時間当りの平均流量(m³/sec)で統一されている.

$$S_n-S_{n-1}=I_{n-1}-O_n \tag{6}$$

$$Q_n=O_n+R_n \tag{7}$$

次に,ダムの操作は次式で示すモードにしたがって行なわれるものとする.ここで,v:貯水容量,d_b:地点bでの必要流量,d_c:地点cでの必要流量,$A(R_n)$:必要放流量$(A(R_n)=\max(d_b,d_c-R_n))$である.

$$\begin{aligned}O_n=&\chi(0\leqq S_{n-1}+I_{n-1}<A(R_n))\cdot(S_{n-1}+I_{n-1})\\&+\chi(A(R_n)\leqq S_{n-1}+I_{n-1}\leqq A(R_n)+v)\cdot\\&A(R_n)+\chi(A(R_n)+v<S_{n-1}+I_{n-1})\cdot(S_{n-1}\\&+I_{n-1}-v)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}S_n=&\{1-\chi(0\leqq S_{n-1}+I_{n-1}<A(R_n))\}\cdot(S_{n-1}+\\&I_{n-1})-\chi(A(R_n)\leqq S_{n-1}+I_{n-1}\leqq A(R_n)+v)\cdot\\&A(R_n)-\chi(A(R_n)+v<S_{n-1}+I_{n-1})\cdot(S_{n-1}+\\&I_{n-1}-v)\end{aligned} \tag{9}$$

流入量および残流域流出量は時間的に独立かつどの時点においても同一の確率分布にしたがうことから,これらの分布を次のように表わす.

$$\theta(i|r)=P_r(I_{n-1}=i|R_n=r) \tag{10}$$

$$\phi(r)=P_r(R_n=r) \tag{11}$$

式(10)および式(11)により,$P_r(S_n=s|S_{n-1}=z,\ R_n=r)=p(s|z,r)$,$P_r(O_n=o|S_{n-1}=z,R_n=r)=q(o|z,r)$とおくと,貯水量状態および放流量状態の推移確率$p(s|z,r)$,$q(o|z,r)$は次式のように求まる.

$$\begin{aligned}p(s|z,r)=&\chi(s=0)\cdot\sum_{i=0}^{A(r)-z}\theta(i|r)+\chi(0<s<v)\cdot\\&\theta(A(r)-z+s|r)+\chi(s=v)\cdot\sum_{i=A(r)-z+v}^{v+d_c+1}\theta(i|r)\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}q(o|z,r)=&\chi(0\leqq o<A(r))\cdot\theta(o-z|r)\\&+\chi(o=A(r))\cdot\sum_{i=o-z}^{o-z+v}\theta(i|r)+\chi(A(r)<o\leqq d_c)\cdot\\&\theta(o-z+v|r)+\chi(o=d_c+1)\cdot\sum_{i=o-z+v+1}^{v+d_c+1}\theta(i|r)\end{aligned} \tag{13}$$

貯水池の統計理論と同様に,流入量・残流域流出量が時間的に独立であれば,貯水量状態の生起確率は1次のマルコフ性を持つことが保証される[7].したがって,貯水量状態の定常生起確率$\pi(s)$は式(14)および式(15)で与えられる連立1次方程式の解として求めることができる.

$$\pi(s)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{z=0}^{v}p(s|z,r)\pi(z)\phi(r) \tag{14}$$

$$\sum_{s=0}^{v}\pi(s)=1 \tag{15}$$

このようにして,貯水量状態の定常生起確率$\pi(s)$が求まると,放流量状態の定常生起確率$\lambda(o)$は次式により求められる.ただし,$\lambda(o)$は$\lambda(o)=\lim_{n\to\infty}P_r(O_n=o)$と定義する.

$$\lambda(o)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}q(o|s,r)\pi(s)\phi(r) \tag{16}$$

以下では,地域水利用システムの渇水に対する安全度を信頼性の観点から評価しよう.

a) 渇水状態生起確率 $PF(x)$ 水利用システムが「渇水レベル」x以上の渇水状態となる確率を示す.これは,任意の期間中に渇水状態となっている時間の割合とも定義することができる.ここで,システム全体での不足水量は$O-A(R)$で表わされるから,渇水レベルx以上の渇水の生起する確率は次式によって与えられる.ここに「渇水レベル」とは,水利用システム内での不足水量が単位時間当りXであるような渇水をいう.

$$PF(x)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{o=0}^{A(r)-x-1}q(o|s,r)\pi(s)\phi(r) \tag{17}$$

b) 期待渇水継続期間長 $ED(x)$ ある時点で初めて渇水レベルxを上回る渇水状態になったとき,その状態が平均してどれくらいの期間継続するのかを示す.

$$ED(x)=\sum_{t=0}^{\infty}\bar{F}(t,x) \tag{18}$$

ここで,$\bar{F}(t,x)$は渇水レベルx以上の渇水がt期間を通じて継続する確率を示す.渇水状態では,放流量がマルコフ性を持つから,$\bar{F}(t,x)$は算定可能で次式で与えられる.

表 1 信頼性指標の算定結果（水利システム全体，渇水レベル $x=0$）

	$v=10$		$v=15$		$v=20$	
	考　慮	未考慮	考　慮	未考慮	考　慮	未考慮
渇水状態生起確率	0.0076	0.3954	0.0019	0.3247	0.0005	0.2754
期待渇水継続期間長	1.1190	3.0391	1.1190	3.0391	1.1190	3.0391
渇　水　頻　度	0.0064	0.1301	0.0016	0.1068	0.0004	0.0906
再　現　期　間	155.99	7.69	614.14	9.36	2367.72	11.04
期待不足水量	0.0071	1.3215	0.0018	1.0832	0.0005	0.9183

ここに，考　慮：残流域流出量を考慮したとき
未考慮：残流域流出量を考慮しないとき

$$\bar{F}(t,x)=\{\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{i=0}^{A(r)-x-1}\theta(i|r)\phi(r)\}^t \tag{19}$$

c)　渇水頻度 $FR(x)$　水利用システムの渇水レベル x 以上の渇水の発生頻度を示し，次式によって算定される．これは，Hashimoto による式(5)の結果と完全に整合する．

$$FR(x)=PF(x)/ED(x) \tag{20}$$

d)　再現期間 $RP(x)$　渇水レベル x 以上の渇水状態が生じてから再び渇水状態となるまでの平均的な期間を示し，渇水頻度の逆数で表わされる．

$$RP(x)=1/FR(x)=ED(x)/PF(x) \tag{21}$$

e)　期待不足水量 EF　1期当りに不足する水量の平均値を示し，次式で与えられる．

$$EF=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{x=0}^{A(r)}x\cdot q(A(r)-x|s,r)\pi(s)\phi(r) \tag{22}$$

さて最後に，実際に残流域流出量を考慮したモデル（残流域考慮型モデル）と考慮しないモデル（残流域未考慮型モデル）の両モデルを用いて，実河川であるA川流域（流域面積 342km^2，年平均降水量 1,930mm，渇水の生起頻度3～4年に1回程度）のデータをもとに信頼性指標の算定を行ない，両者の出力値の差異について検討しよう．分析にあたっては，計算単位時間を半旬(5日)とし，流入量および残流域流出量がともに独立な対数正規分布にしたがうと仮定して，昭和53年～昭和62年の夏期（6月1日～9月30日）のデータをもとにパラメータを推定し，流入量状態および残流域流出量状態の生起確率を求める．**表1**に分析結果の一部を示す．詳細については文献［7］，［8］を参照されたい．全般的な傾向として，残流域考慮の有無が流域の渇水に対する信頼性の評価結果に大きく影響することがわかる．特に貯水池整備による信頼性の向上度合は大きく異なっている．また，A川流域における渇水の生起頻度（3～4年に1回）に比較して，残流域考慮型モデルは，再現期間 780 日（＝155.99×5日）とオーダー的には比較的良好な値を示している．この結果は，残流域未考慮型モデルによる算定結果（再現期間 7.69×5日＝38日）に比べて現実の値に近く，流域・流況特性によっては残流域考慮型モデルに比べて考慮型モデルの方が高い適用性を示すことがわかる．

5.　おわりに

地域水利用システムはもとより図1に示したような単純な図式にあてはまるものだけではない．本稿では紙幅の都合上，あくまで単一貯水池システムのみを取り上げて説明したことをことわっておきたい．いずれにしてもOR理論の直接の応用のみならず，その新しい理論展開を図るうえでも，地域水利用システムは興味ある対象になることは明らかであろう．

参　考　文　献

［1］　建設省土木研究所：渇水時の水管理に関する計画学的研究，建設省土木研究所，(1979).

［2］　Moran, P. A. P., "A Probability Theory of Dams and Storage systems" Aus. Jour. Applied Science, Vol. 5, pp. 116-124, (1954).

［3］　Prabhu, N. U., "Time-Dependent Result in Storage Theory" Journal of Applied Probability, Vol. 1, pp. 1-46, (1964).

［4］　長尾正志：貯水池をもつ河川の渇水確率について，京大防災研年報，第11号B. pp. 115-129, (1968).

［5］　長尾正志：利水用貯水池の取水機能の信頼性評価に関するマルコフ連鎖理論の応用，第22回水理学講

演会論文集，pp. 135-137，(1979).

［6］ 中川浩作，上野正和，多々納裕一，岡田憲夫：残流域流出量を考慮した渇水時における利水システムの信頼性評価モデル，第41回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集，pp. 402-403，(1989).

［7］ 多々納裕一，岡田憲夫，河合一：残流域流出量を考慮した利水用貯留システムの信頼性評価モデル，第12回土木計画学研究発表会・論文集，pp. 99-106，(1989).

［8］ 多々納裕一，岡田憲夫：渇水に対する水利用システムの信頼性評価について―残流域流出量を考慮した単一貯水池系の信頼性評価モデルの開発，信頼性ワークショップテキスト，(1989).

［9］ Hashimoto, T., Stedinger, J. R. and Loucks, D. P., "Reliability, Resiliency, Vulnerability Criteria for Water Resource System Performance Evaluation" Water Resources Research, Vol. 18, No. 1, pp. 14-20, (1982).

［10］ 吉川秀夫，竹内邦良：渇水持続曲線の性質とその応用，土木学会論文報告集第234号，pp. 61-71，(1975).

［11］ 図師義幸，山田均，竹内邦良：DDCルールカーブ作成時の条件設定について，第31回水理学講演会論文集，pp. 287-292，(1987).

［12］ 池淵周一，小尻利治，飯島　健：安全度評価をベースにした最適な水利用システムの構成に関する研究，第29回水理講演会論文集，pp. 323-328，(1985).