論文・研究レポート

DEAによる効率性分析に関する一考察

末吉　俊幸

1.　はじめに

本論文の研究目的はＤＥＡ（Data Envelopment Analysis）による効率性(生産性)分析に関する諸注意点をまとめ，それぞれに対する対応策を，応用面を中心にして，考察，検討してみる．ＤＥＡ手法は，テキサス大学のクーパー教授がカーネギー・メロン大学にいた頃，博士課程の学生，ローデスといっしょに開発した数理モデルである．最初の研究発表は，クーパー教授がハーバード大学に移った時に行なわれ，それ以降，テキサス大学のチャーンズとクーパー両教授を中心にした研究である[1].

ＤＥＡの特徴は各事業体の経営効率を相対的に比較し，事業経営に関するさまざまな情報を提示してくれるところにある．たとえば，どの事業体がより効率的に経営を行なっているかを数量的に決定することができる．サイフォード[3]の文献集の中に報告されているように300以上の応用も現在にまでなされ，その経営評価への応用性はきわめて高いものと考えられている．しかしながらその応用のさい，ただデータを計算機に入れ，ＤＥＡモデルをやみくもに使えば良いというものでもない．つまり，ＤＥＡに関する理論背景なり，基礎知識なりを充分に理解して，このモデルを使わないと，ＤＥＡという道具に振り回されて，誤った評価を意思決定者に示しかねない．したがって，本論文ではＤＥＡ応用に関する諸注意点とそれぞれの改善方法を考察する．

本論文の構成は以下のようにまとめることができる．まず，**2.** では，ＤＥＡモデルを提示し，その解の理論的特徴を記述する．**3.** ではＤＥＡ応用に関する注意点を示し，**4.** で，その対応策を考察する．最後に，**5.** で，本研究の結論と将来の研究課題を検討してみる．

すえよし　としゆき　オハイオ州立大学，ビジネス・スクール，政策・経営学科，1775 COLLEGE ROAD, COLUMBUS, OHIO 43210 U.S.A.
受理　平成元年８月24日
再受理　平成元年11月20日

2.　ＤＥＡモデルとその解

クーパー教授は大学院の講義の中で，口癖のように，“経営に関する意思決定の良さを，自然科学のように，１次元の尺度で計ることができるか？”という質問をよく発する．たしかに，物の長さは“m”で，音の大きさは“db”で計ることができる．しかし，事業体の経営に関する生産性の高さを何らかの１つの尺度で計るのは不可能なのかもしれない．なぜならば，経営効率の良さは多次元尺度と相対的観点からの総合判断を必要とするからである．ＤＥＡはそのような多次元尺度で，相対的判断を必要とする事業体の経営効率を実証的に評価するＯＲモデルである．

ここで，ＤＥＡモデルの構造を明らかにするため，それに付随した仮定を考察してみる[2].

a.　ＤＥＡでは，分析対象となる事業体をDMU(Decision Making Unit）と呼び，各DMUは多種の入力を使い，多種の出力を生産していると仮定する．もちろん，入出力値はともに非負であると考える．

b.　DMUは全部でn個あり，各$DMU_j(j=1,\cdots,n)$はm種の入力，$X_j=(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{mj})^T\geq 0$を使い，$S$種の出力，$Y_j=(y_{1j},y_{2j},\cdots,y_{sj})^T\geq 0$を産出していると仮定する．また，各$DMU_j$は同種の産業の中に属し，同じ環境の中で，互いに競い合っているものと考える．

すでに，20個以上のＤＥＡモデルが提唱されているので，本論文では最初のモデルへ焦点をあて，その特徴を洗い出してみる[3].

チャーンズ他[1]は，特定のDMUo$(o=1,\cdots,n)$のＤＥＡ効率値を測定するために，次のような分数計画問題からはじめた．

目的関数　$\max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} / \sum_{j=1}^{m} v_i x_{i0}$

制約　$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 1 \ (j=1, \cdots, n)$

$u_r > 0 \ (r=1, \cdots, s)$

$v_i > 0 \ (i=1, \cdots, m) \qquad (1)$

刀根 [5] の中で説明されているように，この分数計画は，入力と出力にそれぞれ重み (u_r と v_i) をかけ，両者の比を作るという形で定式化されている．その制約式からわかるように，すべてのDMUが1 (100%効率) 以下という条件下でその重みを決定している．

チャーンズ他 [1] はこの分数計画モデル (1) を解くために，次のような線形計画法モデルに変化させている．

目的関数　$\max z = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0}$

制約　$-\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \leq 0 \ (j=1, \cdots, n)$

$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1$

$u_r > 0 \ (r=1, \cdots, s)$

$v_i > 0 \ (i=1, \cdots, m) \qquad (2)$

このDEA (2) は，さらに，次の双対モデルを持つ．

目的関数　$\min \theta$

制約　$-\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j + \theta x_{i0} \geq 0 \quad (i=1, \cdots, m),$

$\sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0} \ (r=1, \cdots, s),$

$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1, \cdots, n). \ (3)$

ここで，最小化された θ は，評価されている特定のDMU$_o$ のDEA効率値を示している．つまり，θ^* が1ならば，DEA効率であり，θ^*が1以下ならば，DEA非効率である．この (3) の中で，$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)^T$は1つのベクトルを表わし，すべてのデータを結ぶ多面体を作るために用いられている．

刀根 [5] の中で，(1) から (3) までのDEAモデルの誘導とその線形計画法化に伴う注意点が詳しく説明されている．本論文では，(2) よりも (3) を使いDEAの考察を進める．なぜならば，

a.　刀根 [6, 7] の中で説明されているように，(3) の方が (2) よりも，より直観的に，また数学的に，DEAの基礎となっている生産経済学に結びつけやすいことにある．

b.　また，実際のデータでは，当然のことながら，n(DMUの数) は $m+s$(入出力の合計数) よりもかなり大きくなる．したがって，(2) の制約式数は (3) のそれよりも多くなる．その結果，シンプレックス法で解くと仮定すると，(3)の方が(2)より，計算量も少なく，早く解くことができる．特に，DMUの数の増加に伴って，(3) と (2) では，計算速度に大変な違いがでてくることにもよる．

本研究ではDAAに関する説明を刀根 [5, 6, 7] にまかせ，むしろ，ここでは，その効率値を含めたDEA解全体の性質を考えてみる．DEAの応用に関する注意点をまとめるにあたり，この解の考察は1つの基礎を与えてくれる．そのため，本論文では，次のようなスラック変数を導入する．

$s_i^- = \theta x_{i0} - \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j \ (i=1, \cdots, n),$

$s_r^+ = \sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j - y_{r0} \quad (r=1, \cdots s)$

本論文では，これら θ, s_i^-, s_r^+ を含めて，"DEA解" と呼ぶことにする．

チャーンズ他 [2] はDMUの全集合をJで表現し，それを次のように分割している．

$J = \mathrm{E} \cup \mathrm{E'} \cup \mathrm{F} \cup \mathrm{N}$

ここで，"∪"は和集合を表わし，各集合は次のように定義される．

a.　Eは効率的なDMUの集合で，その中に属するDMUは $\theta^*=1, \lambda_0^*=1, \lambda_j^*>0 (\forall_j \neq 0 \in J)$ を持つ．また，スラック変数は零となる．

b.　E'は効率的なDMUの集合で，その中に属するDMUは $\theta^*=1, \lambda_0^*<1, \lambda_j^*>0 (\exists j \neq 0 \in E)$ を持つ．また，スラック変数は零となる．

c.　Fは非効率的なDMUの集合で，その中に属するDMUは$\theta^*=1$を持つが，少なくとも1つのスラック変数は正となる．

d.　Nは非効率的なDMUの集合で，その中に属するDMUは$\theta^*<1$を持つ．また，少なくとも1つのスラック変数が正になる．

図1はJのサブ集合である E, E', N, F をグラフ上で表現している．例を簡単にするため，すべてのDMUは2種の入力を用い，1種の出力のみを生産していると考える．したがって，図1のx軸とy軸は，それぞれ，x_1/yとx_2/yを表現している．つまり，各軸は1単位の出力を生産するために，各DMUがどれだけの入力量を必要としているかを示している．

3.　DEA応用に関する注意点

ここでは，前章のDMUの分類をふまえて，DEA応用に関する諸注意点をまとめてみる．

はじめに，効率値(θ)とスラック変数(s_i^- と s_r^+)の両方に注意を払い，評価されているDMUがどのサブ集合に入るかを確かめる必要がある．たとえば，DMUがF

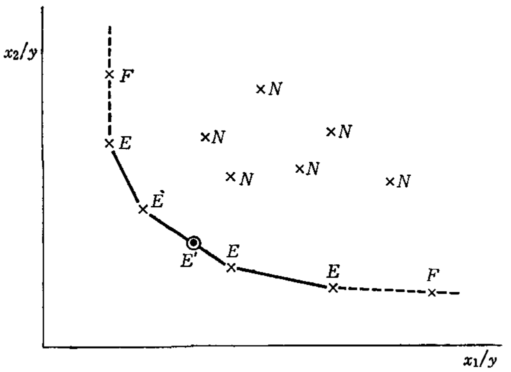

図 1 4種のDMU群

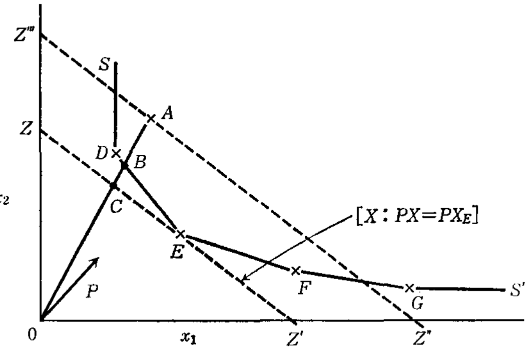

図 2 DEA効率とコスト効率の比較

に属するとき，その効率値は1を示すにもかかわらず，正のスラック変数が少なくとも1つ存在するため，そのDMUは非効率と考えられる．また，DMUが，E'やFに属するとき，その解は退化し，無限個の解が存在する可能性があるので，注意する必要がある．

2番目に，DEAでは，入出量のみを取り扱い，入出力の価格をモデルの中に組み入れていない．したがってコスト（入力量×入力価格）といった，経営上きわめて重要な情報をDMUの評価基準に活用していない．このように，DEAは生産性を評価するためのもので，コストに関する効率を測るためのものではない．ただ，実証研究では，価格に関するデータが入手しにくい場合があり，入出量だけの少ない情報で，経営効率を測定しうるDEAの性質は長所と考えてよい．応用上の注意点としては，コストや価格に関する情報を入出力の変数として使うときは，それらがDEAモデルの仮定に合わないことに留意して，それらの使用に関する何らかの説明が必要と考えられる．

3番目に，DEAでは，データだけの情報に依存して事業効率（生産性）を評価している．この特徴はほんとうに正しいのであろうか？　つまり，組織の経営効率評価という複雑な問題を取り扱うさいに，専門家や経営者の意見をDEAの効率評価プロセスに入れなくてよいのであろうか？　経営者の勘や経験を全く無視して，実際に役立つ事業評価ができるのであろうか？　いわゆるアプリオリな情報をDEAの分析過程に入れなくてよいのかということになる．この特徴は，応用にさいして，重要な問題を提示する．たとえば100個の事業体群を比較評価していると考えよう．DEAによって，90%の事業体群がEまたはE'に属し，効率的であると判定され，残りの10%がFまたはNに属し，非効率的であると結論されるときがある．比較される事業体の大部分が効率的であると結論して，何の役に立つのであろうか？　もちろん，その結果が誤まっているわけではない．ただ，経営のための情報として役に立たないだけのことである．この欠点は，DEAが効率評価を生産性にだけ着目して行なっている性質による．

以上で，DEA応用の注意点を述べてみたが，第2と第3の注意点は特に重要なので，その問題をもっと深く考察し，対応策を考えてみる．

4. 対 応 策

4.1 コスト効率分析法

前章で述べたように，DEAはコストにもとづく効率分析を行なわない．ここでは，コストや入力価格に関する情報を入手可能であると設定し，それらを組み入れたDEAモデルを作り，コストと生産性の2基準で効率評価を行なう方法を考える．数学的に表現する前に，図によって直観的に考察することから始める．状況をわかりやすくするため，各DMUは2種の入力を使い，一定の出力を生産しているものとする．**図2**において，効率的フロンティアはSS'の折れ線（S—D—E—F—G—S'）で表現され，その北東の領域は入力可能領域を示している．

さて，いま，入力量がAで表わされるDMUの効率を評価しているとしよう．点BはOAを結ぶ直線と効率的フロンティアの交点上に位置しているものとすると，AのDEA効率値(θ)は，OB/OAで表現できる．さらに，そのDMUは入力価格ベクトル$P=(P_1, P_2)$で生産活動を行なっているとすると，Pに伴う垂直な直線（ZZ'や$Z''Z'''$）は一定の生産コストを示す直線$\{X : PX=\mathrm{COST}\}$を示している．また，Eはその入力可能領域において，与えられたPに対して，コストを最小化する入力量を表わす点である．このように，Aのコスト効率値（λ）

は$\mathrm{COST}(E)/\mathrm{COST}(A)=PX_E/PX_A$で決められる．また，$C$と$E$は同じ生産コストを示す直線上にあるので，$\lambda=OC/OA$の形で表わすこともできる．

λとθの関係をさらに明らかにするため，λを次のように分割してみよう．

$$\lambda=OC/OA=(OB/OA)(OC/OB)=\theta\cdot\alpha$$

ここで，$\alpha=OC/OB$は，与えられた入力価格Pに対して，コストを最小にするように，入力量をどれだけ上手に配分しているかを示す配分効率を表わしている．一方，θは各DMUが実証的に求められた効率的フロンティアにどれくらい近づいているかを示している．このように，コスト効率はDEA効率と配分効率の積から成り立ち，経営上，次のような示唆を与えてくれる．つまり事業体の効率は生産性を高めるとともに，入力量をうまく配分して，コストを下げるという2つの基準で評価される必要がある．たとえば，図2の中で，生産性において，Gは効率的，Aは非効率的であると判断されるが，コストではAの方がGよりもより低いコストで生産していることがわかる．したがって，Aの方がGよりもコスト効率的である．さらに，Eで表わされるDMUのみが，生産性とコストに関する2つの基準を満足し，その両方で効率的であると判定できる．

ここで，図2で明らかにしたコスト効率を定量的に決定するために，次のように，DEAモデル(3)を改造してみる．

$$\begin{aligned}
&\text{目的関数}\quad \min \sum_{i=1}^{m} P_{i0}x_i \\
&\text{制約}\quad -\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + x_i \ge 0 \qquad (i=1,\cdots,m) \\
&\qquad\quad \sum_{j=1}^{m} y_{rj}\lambda_j \ge y_{r0} \qquad (r=1,\cdots,s) \\
&\qquad\quad \lambda_j \ge 0 \qquad (j=1,\cdots,n) \\
&\qquad\quad x_i \ge 0 \qquad (i=1,\cdots,m) \qquad (4)
\end{aligned}$$

ここで，DEA効率値(θ)はモデルから落とされ，かわりに，入力量は評価されているDMU_0の入力価格で重み付けされ，与えられた$P_0=(P_{10},P_{20},\cdots,P_{m0})$に対して，コスト($=P_0X$)が最小になるようにデザインされている．また，制約式は，刀根[7]で示されている，生産可能領域$\{(x,y)\,|\,x\ge\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j,\ y\le\sum_{i=1}^{n}\lambda_j y_j\}$を表わす．

ここで，(4)によって最小化された入力量を$X^*=(x_1, x^*_2,\cdots,x_m^*)$とすると，$\mathrm{DMU}_o$のコスト効率値($\lambda$)は

$$\lambda=C_0^*/C_0=\left(\sum_{i=1}^{m} P_{j0}x_0^*\right)/\left(\sum_{i=1}^{m} P_{i0}x_{i0}\right) \qquad (5)$$

で求められる．(5)の中で，$C_0=\sum_{i=1}^{m} P_{i0}x_{i0}$は$\mathrm{DMU}_o$のコストに関する実際値を表わし，$C_0^*=\sum_{i=1}^{m} P_{i0}x_i^*$はその理論値を示している．この理論値は，(4)の中で，特定のDMU_0と他のDMU群を相対的に比較して，現実に可能な形で求められている．

注意すべき点は，(4)において，各DMUの入力価格が既知で，一定であるという仮定にある．本論文では，(4)と(5)によるコストに関する評価法を“コスト効率分析法”と呼ぶことにする．この方法とDEAとの基本的な違いは，図2で説明したように，DEA効率値はOB/OAの形で表現されるが，コスト効率値はOC/OAの形で求められるところにある．つまり，DEAでは，生産性だけの基準で評価されているので，非効率なDMUの入力ベクトルと実証的に求められた効率的な入力ベクトルの関係はスカラー$\theta=OB/OA$の形で表わすことができる．一方，コスト効率分析では，その関係はベクトル$\lambda=C_0^*/C_0=P_0X_0^*/P_0X_0=OC/OA$の形を必要とする．この理由は，与えられた入力価格ベクトルに対してコストが最小化されるように，入力量を上手に配分し，できるだけその量を減少させる必要があるからである．DEAで実証的に求められる効率的フロンティアは入力の最小限界値を表わしているので，コスト効率的であると判断されるDMUはこのフロンティアの一部にのみ存在する．したがって，このコスト効率的であるDMUは生産性とコストの2基準をいつも満たす特徴を持っている．DEAとコスト効率分析の共通の理論的基盤は，同じ生産可能領域$\{(x,y)\,|\,x\ge\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j,\ y\le\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j\}$の上で，生産性なり，コスト効率の問題を取り扱っているところにある．［コスト効率分析法はフェア他[8]の中に詳しく説明されているので参照されたい］

4.2 DEA／領域限定法

ここでは，前章の4番目の問題を解くため，DEA／領域限定法(DEA/Assurance Region Analysis)を紹介する．この方法は1986年よりトンプソンとスロー両教授によって提唱されているDEAの改善法である[4]．この領域限定法は入出力に関する重み($u_r v_i$)に対して，その上限と下限を定める形で，アプリオリな情報（たとえば，専門家の意見や経営者の経験）をDEAの計算過程に組み入れるところに特色を持っている．

コスト効率分析法だと，入力価格が既知で，一定であると仮定しなければならないが，領域限定法だと，この仮定をなくすことができる．確かに，ある製品なり，材料なりを購入しても，違った購入先では，その価格に違いがでてくる．現実において，人件費なり，材料費といった入力価格はある一定の範囲で変化している．領域限

定法の狙いは，入出力の要素間の重み付けに上限と下限を与えることによって，ＤＥＡの評価結果がより現実に近づくことを目的にしている．

一般に，領域限定法では，次のような形で重み付けを限定している．

$$\alpha_i{}^L \leq v_i/v_1 \leq \alpha_i{}^U (i=2,\cdots,m)$$
$$\beta_r{}^L \leq u_r/u_1 \leq \beta_r{}^U (r=2,\cdots,s) \tag{6}$$

ここで，$\alpha_i{}^L$と$\alpha_i{}^U$は入力に関する重みの比，v_i/v_1 ($i=2,\cdots,m$) の下限と上限を表わし，一方，$\beta_i{}^L$ と $\beta_i{}^U$ は出力に関する重みの比，u_r/u_1 ($r=1,2,\cdots,s$) の下限と上限を示している．大切なことは，v_iとu_rは，それぞれ，入力と出力に関する重みを示し，その比は重みを表わすベクトルの方向比を意味している．領域限定法では，このベクトルの方向比に沿ってＤＥＡの最適化を行なっていると考えてよい．このように，最適化の性質上，この方法はコスト効率分析法と同じであると考えてよい．ただ，コスト効率分析法では方向比は入力価格で決められ，一定であると仮定する必要があるが，この領域限定法では，その仮定を無くし，方向比を上限と下限で表現している．このように，領域限定法はコスト効率分析法の一般形と考えてよい．その数学モデルはＤＥＡモデル (2) に限定された領域を示す制約式 (6) を付加することで求められ，次のようにモデル化できる．

$$
\begin{aligned}
&\text{目的関数} \quad \max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} \\
&\text{制約} \quad -\sum_{j=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \leq 0 \quad (j=1,\cdots,n) \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} \quad = 1 \\
&\qquad \alpha_i{}^L v_1 \leq v_i \leq \alpha_i{}^U v_1 \qquad (i=1,\cdots,m) \\
&\qquad \beta_r{}^L u_1 \leq u_r \leq \beta_r{}^U u_1 \qquad (r=1,\cdots,s) \\
&\qquad u_r \geq 0 \\
&\qquad v_i \geq 0
\end{aligned} \tag{7}
$$

従来のＤＥＡと比べ，領域限定法の重要な特徴は，この方法によって効率的であると判断されるDMU群は，ＤＥＡ解で分類されたEとE'の部分集合から形成されるところにある．したがって，効率的であると判断されるDMUの数は減少されることが期待でき，ＤＥＡの評価がより現実に近づくものと考えられる．

この方法の応用に関するいくつかの注意点は次のようにまとめることができる．

始めに，重み比の上限と下限を決めるために，特定の領域の専門家や経営者の意見を求める必要がある．いくつかの入力がある場合，その入力間の重要度の順序とその程度をきく必要がある．もちろん，過去のデータによる場合もあったり，意思決定者の主観的な意見による場合もある．このような情報が得られない場合は，アプリオリな情報として，どのDMUが効率的であると考えられているかを知る必要がある．前述したように，ＤＥＡでは，生産性だけの基準で評価を行なっているため，しばしば，経営不振であると思われているDMUが効率的であるという評価をしかねない．このような問題を防ぐため，感度分析を行ない，ヒュウリスティクな形で，アプリオリな知識にＤＥＡの評価がうまく合うように，重み比の上限と下限を設定するのがよい方法と考えられる．ここでの議論は出力に関する重みにも，もちろん，あてはめることができる．

次に，データの単位の取り方との関連について少し言及してみる．データによっては，他の入力と比べ，ある入力だけが非常に大きい単位を取る場合がある．もし，この原始データをそのままの形で使うと，大きい単位をもつ入力に関するデータによって計算が占有されてしまう可能性がある．したがって，データの単位にきわめて大きい違いがある場合，入力なり，出力なりのデータの単位を揃える必要がある．平均値でデータを修正するのが一般的な方法である．

以上で，ＤＥＡの改訂版とも言える，コスト効率分析法と領域限定法を紹介した．本論文では，チャンーズ他 [1] に提示された最初のＤＥＡモデルとの関連で，それら２つの新しいＤＥＡ法を考察してみた．ただ，ＤＥＡもそれ自体がいろいろなモデルを持つので，コスト効率分析法や領域限定法も，違った条件のもとで，さまざまなモデルを持ちうることを，最後に付け加えておく．たとえば，生産可能領域が凸結合からなるという条件で，$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j=1$ を，１つの制約式として，それら２つのモデルの中に組み入れることができる．さらに，さまざまなＤＥＡに関する条件が考えられるが，本論文ではその問題を将来の課題として残しておく．なお，刀根 [5,6,7] の中に，ＤＥＡに関するさまざまな条件がうまく説明されているので，参照されたい．

4.3 数値例による比較

ここでの狙いは，数値例を用いて，具体的に，ＤＥＡ，コスト効率分析法，領域限定法を比較，検討してみる．

表１は最初のデータと３つのＤＥＡ法による効率値を示している．このデータにおいて，各DMUは２種の入力を使い，１種の出力を生産しているものとする．この表にある分析結果から，次の２つの特長を見つけだすことができる．はじめに，ＤＥＡだと，12個のDMUが100

表 1　3種のＤＥＡ法の効率値比較

DMU	デ　ー　タ			ＤＥＡ法(１)	コスト効率分析法(２)	ＤＥＡ領域限定法(３)
	入力量（価格）	入力量（価格）	出力量			
1	85.0 (45)	125.0 (90)	45	1.000	1.000	1.000
2	75.0 (55)	467.0 (88)	96	1.000	0.740	0.761
3	10.9 (51)	55.4 (95)	12	1.000	0.744	0.784
4	79.2 (46)	344.0 (85)	78	1.000	0.766	0.804
5	28.0 (48)	251.5(100)	44	1.000	0.612	0.669
6	7.9 (45)	208.0 (89)	25	1.000	0.440	0.483
7	125.0 (55)	376.0 (86)	63	0.659	0.551	0.559
8	36.5 (47)	675.0 (84)	89	0.976	0.491	0.524
9	18.3 (40)	283.0 (97)	41	1.000	0.502	0.572
10	29.3 (48)	425.0 (90)	63	1.000	0.572	0.583
11	26.0 (50)	316.9 (94)	44	0.887	0.504	0.541
12	19.4 (60)	120.0 (85)	25	1.000	0.757	0.758
13	37.2 (58)	700.0 (99)	94	1.000	0.506	0.534
14	19.4 (54)	295.0 (84)	43	1.000	0.558	0.575
15	23.0 (51)	753.0 (97)	85	1.000	0.419	0.456

%効率を示しているが，他の方法だと DMU_1 のみが，100%効率を達成している．このことは，DMU_1 のみが生産性とコストの２基準を満たし，他の11個のＤＭＵは生産性の効率の良さにもかかわらず，低いコスト効率を示していることを意味している．次に，DMU_7とDMU_{15}を比べてみよう．DMU_7 は生産性において，約66%の効率，コストに関しては，約55%の効率を示している．一方，DMU_{15}は生産性において，100%の効率を達成しているにもかかわらず，コストにおいては約42%の効率しか実現していない．従来のＤＥＡ法だけの判定によると，DMU_7は非効率で，経営の仕方が悪い事業体，DMU_{15}は効率的で良い事業体と評価される．しかしながら，他の方法だと，DMU_7 の方が DMU_{15} よりもより低いコストで生産活動を行なっていることがわかる．このように，コストに関して，DMU_7 の方が DMU_{15} より高い事業評価を受けるべきである．この数値例は，ＤＥＡだけの１基準だけの効率分析の欠点を示し，他の方法と組合わせ，多基準による総合的効率性分析の必要があることを提示している．なお，本研究では，コスト効率分析法と領域限定法を比較するために，入力価格をアプリオリな情報として考え，領域限定法を使った．したがって入力に関する重みの比 (v_2/v_1) は表１にある入力価格によって，次のように決定した．

重み比の下限＝(P_2の最小値)/(P_1の最大値)

$$=84/60=1.4$$

重み比の上限＝(P_2の最大値)/(P_1の最小値)

$$=100/40=2.5$$

ここで，P_1 と P_2 は，それぞれ，最初と２番目の入力価格である．明らかに，v_2/v_1 はその上限と下限の中に存在することがわかる．したがって，$1.4 \leq v_2/v_1 \leq 2.5$ を限定された領域と考え，領域限定法を使ってみた．**表2** では，入力価格にもとづいて，重み比を決めたため，領域限定法の効率評価はコスト効率分析法とほぼ同じような結果を得た．もちろん，限定領域を変化させることによって，コスト効率分析法とは違った結果をえることが十分に可能である．

表２は，３種の入力と２種の出力の場合のデータを使ってみた．この表２の特徴は３つのＤＭＵが生産性とコストの２基準を満たし，100%の効率を示しているところにある．[表１では，DMU_1のみであった．] さらに，表２では，３種の入力の最大値と最小値を組合わせ，$0.18 \leq v_2/v_1 \leq 0.40$ と $2.33 \leq v_3/v_1 \leq 5.15$を限定領域とみなし，領域限定法を使ってみた．表２の結果に関する考察は表１のそれとほぼ同じである．

5. 結　論

本研究ではＤＥＡ応用に関する注意点とそれぞれに対する改善策を考察してみた．特に，ＤＭＵの分類とＤＥＡの改良版ともいえるコスト効率分析法と領域限定法を紹介してみた．

表 2　3種のＤＥＡ法の効率値比較（2出力，3入力）

DMU	データ					ＤＥＡ法（1）	コスト効率分析法（2）	ＤＥＡ領域限定法（3）
	入力量(価格)	入力量(価格)	入力量(価格)	出力量	出力量			
1	1227 (150)	24255 (39)	82 (475)	1699	1710	1.000	0.856	0.925
2	1910 (130)	19840 (37)	134 (500)	1983	1725	1.000	0.955	0.973
3	1280 (135)	14740 (36)	111 (515)	1320	1174	0.907	0.880	0.893
4	1270 (140)	14500 (31)	98 (500)	1299	1140	0.920	0.873	0.891
5	870 (125)	13166 (40)	115 (505)	1638	960	1.000	1.000	1.000
6	734 (129)	9820 (38)	80 (460)	1004	843	1.000	1.000	1.000
7	807 (133)	9585 (36)	105 (480)	995	820	1.000	0.948	0.964
8	744 (118)	9200 (32)	77 (495)	935	795	1.000	0.980	0.988
9	435 (110)	4030 (32)	48 (400)	360	328	9.912	0.818	0.839
10	303 (105)	2443 (29)	54 (420)	262	210	1.000	0.797	0.867
11	316 (100)	2207 (28)	49 (405)	136	155	0.718	0.555	0.603
12	345 (108)	1703 (30)	62 (380)	177	151	1.000	0.637	0.637
13	61 (105)	907 (30)	13 (360)	10	126	1.000	1.000	1.000
14	130 (108)	1396 (31)	33 (400)	78	87	0.646	0.548	0.585
15	97 (100)	900 (27)	9 (350)	71	70	0.849	0.768	0.790

本論文の狙いとその将来の研究課題は次のようにまとめることができる．はじめに，ＤＭＵの分類は評価されている事業体の経営特性を知る上で重要である．２番目に，従来のＤＥＡと比べ，コスト効率分析法はコストによってＤＭＵの効率評価を行なっている．この手法とＤＥＡを組合わせ，生産性とコストの２基準で事業体の業績評価が可能である．３番目に，領域限定法はコスト効率分析法の一般形である．後者は入力価格が一定と仮定し，その価格ベクトルに沿って最適化を行なっているが前者をその仮定をなくしている．本研究では，入力価格にもとづいて，領域限定法を使ったが，多目標を表わすベクトルにもとづいて領域限定法を使うこともできる．この場合，与えられた多目標に対して，各ＤＭＵがどれだけ近づいているかの効率評価ができるわけである．

付　記：米国の主要大学で使われているＤＥＡのソフトウェアが本論文の著者によって開発されています．日本でのＤＥＡ研究促進のため，無料で配布させていただきます．なお，このソフトウェアはパーソナル・コンピュータで使用でき，ユーザ・フレンドリィな形で入出力をデザインしたので，コンピュータを全く使ったことのない方でも簡単に使いこなすことができます．

参考文献

［1］ Charnes, A., W.W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research* 2 (1978) 429–444.

［2］ Charnes, A., W.W. Cooper and R.M. Thrall, "Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficieiencies in Data Envelopment Analysis," *Operations Research Letters* 5, 1 (1986) 105–110.

［3］ Seiford, L.H., "A Bibliography of Data Envelopment Analysis (1978–1989)," *DEA Bibliography*, Working Paper, Department of Industrial Engineering and Operations Research, The University of Massachusetts, Amherst, MA.

［4］ Thompson, R.G., F.D. Singleton, R.M. Thrall and B.A. Smith, "Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas," *Interface*, 16 (1986) 35–49.

［5］ 刀根　薫，"企業体の効率性分析手法，" オペレーションズ・リサーチ，32 (1987) 800–803.

［6］ 刀根　薫，"企業体の効率性分析手法，" オペレーションズ・リサーチ，33 (1988) 45–48.

［7］ 刀根　薫，"企業体の効率性分析手法，" オペレーションズ・リサーチ，33 (1988) 95–99.

［8］ Färe, R., S. Grosskopf and C.A.K. Lovell, *The Measurement of Efficiency of Production*, Kluwer-Nijhoff Publishing (1985) Boston.