

## ペトリネットのシミュレーションへの応用

## (Ⅳ)

——生産システムのモデル化と関連するネットモデルの性質——

椎塚 久雄

最近の生産システムはFMSに代表されるように、複雑多様化の様相を呈している。今回は、このような生産システムのモデリング技法の基礎について述べる。

## 10. 生産システムのモデル化

ペトリネットの生産システムへの応用例として、フローショップ生産システムおよび無人搬送車 (AGV: Automatic Guided Vehicle) による輸送システムの2つのモデル化の例を示し、これらに関連する解析ツールとしてのペトリネットの特徴についてもふれる。

## 10.1 並行システムとしてのFMSとモデリングツール

近年、市場の多様化とともに、それに対応するために経済的で効率的な生産システムが要請され、さらに、要求される品質の製品を間違いなく生産することが必要になってきた。この要請に答えるために、在来生産システムとは異なる経済的で柔軟性があり、かつ迅速に対応できる多品種少量生産に適した生産システム、いわゆるFMS(Flexible Manufacturing System)が開発されてきた。

FMSは、多くの並行的な構成要素、複雑な論理的関係および分散システム構造を持つコンピュータ統合システムである。言い換えれば、FMSは協力 (cooperative) したり競合 (competitive) したりする関係を同時に持つことができるので、並列的に操作できる構成要素 (機械、ロボット、無人搬送車 (AGV)、コンベヤなど) を含んでいる。

ここで、協力とは、たとえば、搬送車に機械をロード (loading) したりあるいは搬送車からアンロード (unloading) したりすること、そして競合とは、たとえば、いくつかの機械が同一の搬送車のサービスを要求してい

しいづか ひさお 工学院大学 電子工学科

〒160 新宿区西新宿1-24-2

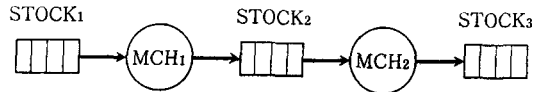


図10.1 フローショップ生産システムの構成図

る状態のことである。

これらのシステムの性能とフレキシビリティに対する高度な要求が、ますますシステムの設計を複雑なものにしている。したがって、このようなシステムの設計のための十分なツールを持つことが重要とされている。ペトリネットは広い領域で並行システムをモデル化するのに用いられてきた。特に、FMSに代表される生産システムのモデル化は、ペトリネットにとって格好の応用分野であろう。

## 10.2 フローショップ生産システム

簡単のために、2台の機械と2種類の製造部品だけから成る場合を考える。図10.1は2台の機械 (MCH1とMCH2) によって2種類の部品 (PART1とPART2) を生産するシステム構成を示したものである。すべての部品は2台の機械 (フローショップ) を同じ順序で通過する。各機械の入口と出口にはそれぞれストック (stock) がある。このシステムのスケジューリングは、2種類の部品を交互 (PART1, PART2, PART1, ...) は生産するものとする。

図10.1の生産システムをペトリネットでモデル化すると図10.2のような構成で示される。ネットモデルのプレーズとトランジションは、それぞれ次のような意味を持っている。

$stock_{ij}$  : 機械  $j$  の入口のストックに部品  $i$  がある

$part_{ij}$  : 機械  $j$  の中に部品  $i$  がある

$mch_{ij}$  : 機械  $j$  が空きで、部品  $i$  を待っている

$t_{ij}$  : 機械  $j$  の中に部品  $i$  をロード (入力) する

$t'_{ij}$  : 機械  $j$  から部品  $i$  をアンロード (出力) する

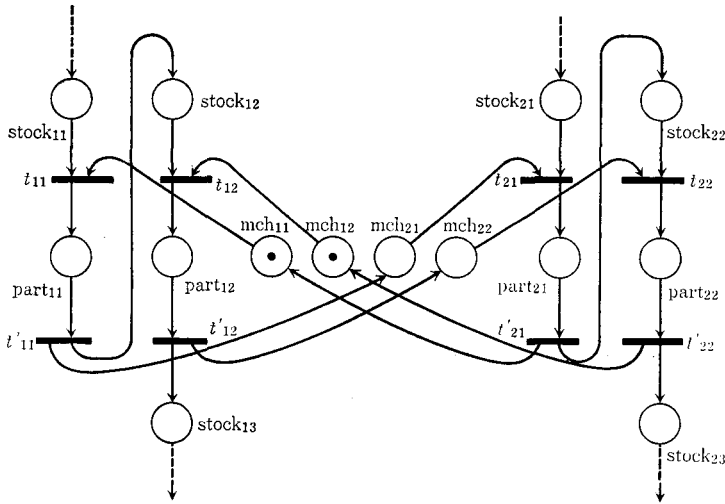


図10.2 フローショップシステム (図10.1) のペトリネットモデル

図10.2に示した初期マーキングは次のような状態を表わしている：機械MCH1とMCH2はPART1の型の部品を待っている（プレスmch<sub>11</sub>とmch<sub>12</sub>はマーキングされている）間は、N個の部品PART1とN個の部品PART2が機械MCH1の入口ストックにある（プレスstock<sub>11</sub>とstock<sub>21</sub>にN個のトークンがある）。トランジション $t_{11}$ （機械MCH1へのローディング）だけが発火可能である。 $t_{11}$ が発火するとプレスpart<sub>11</sub>にトークンが移動する（すなわち、部品PART1は機械MCH1にロードされる）。この部品は、プレスmch<sub>21</sub>にトークンを移動させて資源“機械MCH1”を空にするトランジション $t'_{11}$ の発火によりアンロードされ、ストックSTOCK2にロードされる。したがって、次の2つの並列的な動作が可能である：

- (1) 部品PART1を機械MCH2へロード ( $t_{12}$ の発火)
- (2) 部品PART2を機械MCH1へロード ( $t_{21}$ の発火)

これら2つのトランジションの発火はプレスpart<sub>12</sub>とpart<sub>21</sub>にトークンを移動させる。部品PART1は $t'_{12}$ を発火させると、出口のストック(STOCK3)にロードされるから、機械MCH2は空になる（プレスmch<sub>22</sub>にトークンが移動する）。 $t'_{21}$ が発火すると、機械MCH1から部品がアンロードされる。機械MCH2が空になると部品PART2がロードされ ( $t_{22}$ の発火)、最終的にはアンロードされる ( $t'_{22}$ の発火)。

部品の個数をPART1が10個、PART2が10個として、実際にこのモデルをシミュレーションしてみると、発火回数は各トランジション10回で計80回の発火が行なわれ

る。ストックに溜る部品の数は最大でも2個で、ネット内のトークンの動きは規則正しく、モデルが妥当なものであることを示している。

このように、ネット内をトークンが動きまわるようすは、フローショップ処理を正確に実現していることがわかる。2つの機械の中のフローの順序は常に同じである。さらに、このモデルはシーケンシャル操作 ( $t_{11}-t'_{11}-t_{12}-t'_{12}$ および  $t_{21}-t'_{21}-t_{22}-t'_{22}$ )、分割資源管理（機械MCH1とMCH2）、および並列動作も示している。

### 10.3 台車による輸送システム

図10.3はAGVを用いた輸送システムの例を示すダイアグラムである。原

理的には、このシステムは3台のロードステーション（入力ステーション） $i_1, i_2, i_3$ が、アンロードステーション（出力ステーション） $o_1, o_2$ に必要な材料を供給している。ダイアグラムの中にある丸印はコンタクト(contact)と呼ばれ、あるセクションの終点における台車の存在を検出するのに用いるものである。台車がコンタクトに到達するたびに、制御システムはそれを停止させるべきか、あるいは方向を決めて続けるべきかを決定しなければならない。衝突を避けるために、輸送ネットワークは任意の与えられた時間において、各セクションに1台以上の台車が来ないようなセクションに分割される。ここで、ステーション $o_1$ と $o_2$ はステーション $i_1$ から受け取ることはできるが、ステーション $i_2$ と $i_3$ はステーション $o_2$ にだけ供給することができるような1つの応用を考えてみよう。

このシステムのペトリネットモデルを図10.4に示す。ネットモデルのプレートとトランジションは、それぞれ次のような意味を有している。

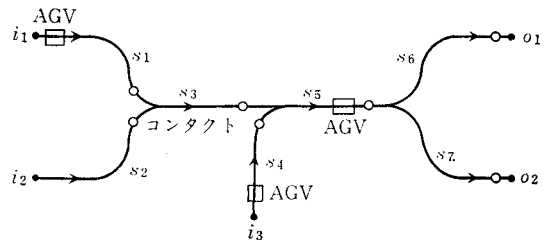


図10.3 自動搬送車 (AGV) を用いた輸送システムのネットワーク

$p_{ij}$  : ステーション  $o_i$  の方向に向かう台車がセクション  $j$  にある

$s_j$  : セクション  $j$  は空いている

$t_{ij}$  : 目的地がステーション  $o_i$  である台車がセクション  $j$  を離れる

図10.4のネットモデルでは、4つのルート ( $i_1-o_1$ ,  $i_1-o_2$ ,  $i_2-o_2$ ,  $i_3-o_2$ ) に対応する走行列を考慮している。プレース  $s_j$  に1個のトークンを与えてあるのは、台車は1セクションに最大1台の制限があるためである。

ローディングステーション  $i_1, i_2, i_3$  からの運搬物の個数をそれぞれ10個、計30個として、シミュレーションを実行してみた。各トランジションの発火回数は表10.1に示

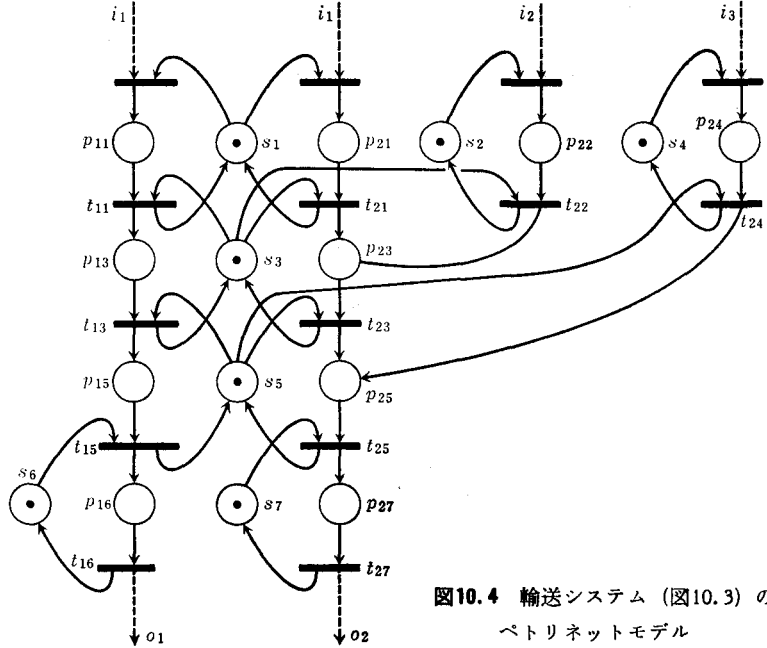
すような結果が得られた。したがって、このネットモデルは図10.3のAGVネットワークシステムを忠実にモデル化していることがわかる。

**10.4 解析ツールとしてのペトリネットの利点と特徴**  
生産システムのモデリングツールとしてペトリネットを用いた場合、主な利点としては、グラフィックでわかりやすいから設計者とユーザー間のコミュニケーションが容易にできること、状態グラフに比べて簡潔であること、解析できる可能性があること、そしてモデルを直接実行できることなどがあげられる。

ペトリネットの1つの顕著な問題は、構築したモデルが妥当なものであるとき、その“解析力”である。したがって、ネットは“良いモデル”(good model)として

**表10.1** AGVモデルのトランジションの発火回数 (ローディングステーションからの運搬物の個数は  $i_1, i_2, i_3$  から各10個、計30個)

トランジション	発火回数	トランジション	発火回数
$t_{11}$	5	$t_{22}$	10
$t_{13}$	5	$t_{23}$	15
$t_{15}$	5	$t_{24}$	10
$t_{16}$	5	$t_{25}$	25
$t_{21}$	5	$t_{27}$	25



**図10.4** 輸送システム (図10.3) のペトリネットモデル

の特徴を備え関連するいくつかの性質を満たさなければならない。

これらの特徴と性質のいくつかを以下に示す。

(1) **有界性 (boundedness)**: ネット上の任意のプレースに蓄えることのできるトークンの数が有界であること。有界性は「モデルの状態が有限におさえられること」を意味する。

(2) **活性 (liveness)**: ネットが活性(ライブ)であるとは、そのモデルがデッドロック (deadlock) にならないというだけでなく、到達可能なマーキングのどの状態からでも、任意のトランジションの発火を導くことができる発火系列が存在することも意味している。

(3) **可逆性 (reversibility)**: すべてのトランジションについて、入力と出力を逆にしたトランジションが別に存在するとき、ネットは可逆であるという。可逆性が確かめられれば、任意の到達可能な状態から、その初期状態にシステムを戻すことが常に可能である。

(4) **相互排他プレース (mutually exclusive places)**: 相互排他プレースとは、それらが決して同時にマーク付けされることのない複数のプレースのことをいう。この性質は、たとえば、分割資源の正しい利用を確かめるのに用いられる。

(5) **同期距離 (synchronous distance)**: 事象の相互依存性あるいは独立性は、システムの設計や解析におけ

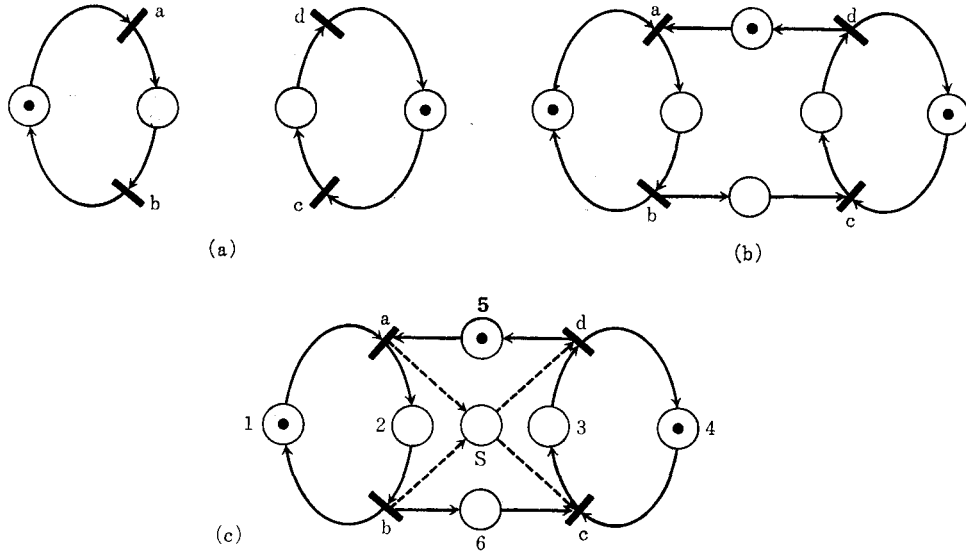


図10.5 同期距離の概念：(a)条件/事象システム，(b)事象 $\{a, b\}$ と事象 $\{c, d\}$ が交互に発生するように同期化，(c)  $S$ -要素の付加によって同期の度合を測る。

る重要な課題である。同期距離とは、直観的には2つのトランジション（あるいはトランジションの部分集合）間の発火回数の差が有界であることを保証する概念から生じたものである。特に、同期距離の有限性は、システムの事象生起の相互依存の度合に関係して重要である。

図10.5(a)に示すシステムは、互いに独立に動作する2つのサイクリックな部分から成っている。事象の集合をそれぞれ  $E_1 = \{a, b\}$ ,  $E_2 = \{c, d\}$  とすると、 $E_1$  と  $E_2$  はいかなる方法でも同期化されることはない。

次に、 $E_1$  と  $E_2$  を連結させるのに、図10.5(b)に示すように、ある構造を付け加える。こうすることで、 $E_1$  と  $E_2$  の事象の発生はある種の制限を受け、同期化現象が現われる。 $E_1$  と  $E_2$  の間の同期の度合を測るために、 $S$ -要素と呼ばれる新しいプレースを図10.5(c)のように付け加える。ただし  $S$  はトランジション  $a, b$  の出力プレースであり、トランジション  $c, d$  の入力プレースである。 $S$ -要素は、元のネットの動作にいかなる影響も与えないように付け加えられている。 $E_1$  の事象が発生するたびに  $S$  にトークンが加わり、 $E_2$  の事象が発生するたびに  $S$  からトークンが取り去られる。したがって、2個のトークンを運ぶことが必要とされ、さもなければトランジション  $a$  の最初の発火後にシステムはデッドロックになる。しかし、 $S$  が2個以上のトークンを運ぶことは決してない。プレース  $S$  は  $E_1$  と  $E_2$  の間のバッファ (buffer) と解釈することができ、このバッファに必要な容量は  $E_1$  と  $E_2$

の同期の度合に依存する。

2つの集合  $E_1$  と  $E_2$  の同期距離  $\sigma(E_1, E_2)$  は  $S$ -要素の最小容量として定義される[20]。図10.5に示した例のネットでは  $\sigma(\{a, b\}, \{c, d\}) = 2$  となる。

(6) 可達木 (reachability tree)：これは、初期マーキングからスタートし、トランジションが発火する毎に各マーキングを1つの節点に対応づけて到達可能なマーキングのグラフ (木を構成する) をもとにしてネットを解析しようとするものである。しかし、この方法は並行性が高いネットでは、到達可能マーキングの数が指数関数的に増加するため現実的には利用不可能である。

可達木の具体例については、たとえば文献[3]を参照。

(7) 階層構造 (hierarchy)：ペトリネットの重要な特徴の1つは、システムの階層的なモデルを作れる能力である。さらに抽象的なレベルでモデル化するために、ネットの一部を1つのプレースまたはトランジションで置き換えてもよい。また、より詳細なモデル化をするためにプレースやトランジションを部分ネットで置き換えてもよい。図10.6にはネットの階層化のイメージを示す。ネットを最初の段階で階層化しておくことで、可達木解析がより容易になることがことがある。

(8) インバリアント解析 (invariant analysis)：ネットインバリアント ( $p$ -インバリアント,  $\epsilon$ -インバリアント) は、初期マーキングに影響されずに、ペトリネットの構造的な性質を解析するための巧い方法として知られ

ている。直観的には、 $\mu$ -インバリエント ( $s$ -インバリエントと呼ぶこともある) は、トランジションの発火によってマーキングが変化してもトークンの総和が一定値であるようなプレースの部分集合を意味し、一方、 $t$ -インバリエントは、あるマーキングから出発して発火可能なトランジション (あるいはそれらの部分集合) を正確に何回か発火 (重複も許す) させ、元のマーキングに戻ってくるトランジションの発火系列 (発火ベクトル) を意味している。たとえば、鉄道輸送網は動力車、貨車、コンテナ、乗務員などの永久資源を周期的に運用している。このような実用的なシステムはオーバーフローもアンダーフローも起こさずに周期的に運転されるから、そのペトリネットモデルは  $\mu$ -インバリエントを持つ。一方、航空機の座席予約のような制約のある資源

に関する予約を編成するようなシステムのペトリネットモデルは  $\mu$ -インバリエントを持つ。一般的に、インバリエントは線形代数的方法によりプレーストランジション接続行列から計算することができる。ネットインバリエントに関する詳細は、たとえば、文献[4, 19]を参照されたい。ここでは、フローショップモデル (図10.2) に現われる  $\mu$ -インバリエントの具体例を見てみよう。

図10.2のネットでは次のような4つの  $\mu$ -インバリエント  $I_1, I_2, I_3, I_4$  を見出すことができる。

$$\begin{aligned}
 I_1: & M(\text{stock}_{11}) + M(\text{part}_{11}) + M(\text{stock}_{12}) \\
 & \quad + M(\text{part}_{12}) + M(\text{stock}_{13}) = N \\
 I_2: & M(\text{stock}_{21}) + M(\text{part}_{21}) + M(\text{stock}_{22}) \\
 & \quad + M(\text{part}_{22}) + M(\text{stock}_{23}) = N \\
 I_3: & M(\text{mch}_{11}) + M(\text{part}_{11}) + M(\text{mch}_{21}) \\
 & \quad + M(\text{part}_{21}) = 1 \\
 I_4: & M(\text{mch}_{12}) + M(\text{part}_{12}) + M(\text{mch}_{22}) \\
 & \quad + M(\text{part}_{22}) = 1
 \end{aligned}$$

ただし、 $M(p)$  はマーキング  $M$  のときプレース  $p$  にあるトークンの個数を表す。

マーキング  $M$  は非負整数であるから、 $\mu$ -インバリエント  $I_1, I_2$  はプレース  $\text{stock}_{ij}$  のすべてが最大  $N$  個のトークンを持ち  $N$ -有界であることを意味している。インバリエント  $I_3, I_4$  はプレース  $\text{mch}_{ij}, \text{part}_{ij}$  が1-有界であることを意味している。インバリエント  $I_3$  は4つのプレ-

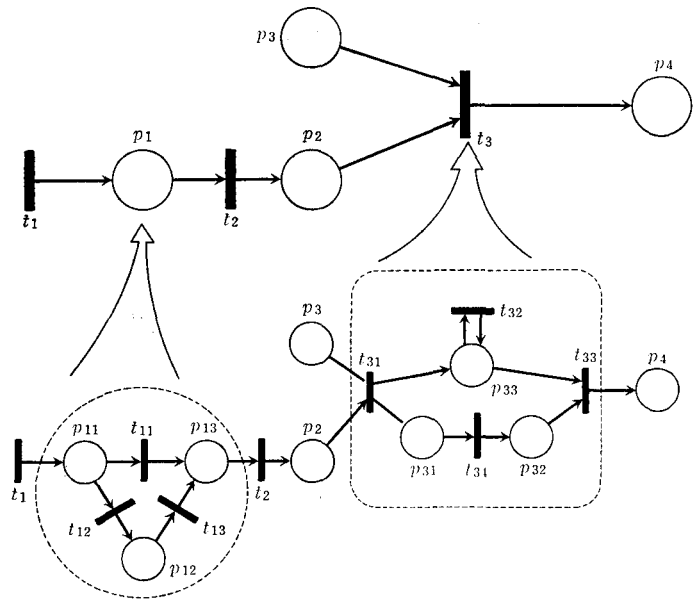


図10.6 ペトリネットの階層化

ス  $\text{mch}_{11}, \text{part}_{11}, \text{mch}_{21}, \text{part}_{21}$  の間での相互排他を保証するものであり、機械  $\text{MCH1}$  は次のような状態をただ1回だけ使用されることを意味している：

- $\text{PART1}$  を待っていて、空き状態 [ $M(\text{mch}_{11})=1$ ]
- $\text{PART1}$  のために稼働中 [ $M(\text{part}_{11})=1$ ]
- $\text{PART2}$  を待っていて、空き状態 [ $M(\text{mch}_{21})=1$ ]
- $\text{PART2}$  のために稼働中 [ $M(\text{part}_{21})=1$ ]

インバリエント  $I_4$  に対しても同様の解釈ができる。

構造解析は可達問題 (有界性、相互排他など) としてとらえることのできる性質を (十分条件の意味において) 調べるのに効果的で有用である。インバリエントによる解析は、活性や可逆性などの性質を調べるとき主に制限を受ける。しかし、特別なクラスのペトリネット (状態グラフ、マークグラフなど) の場合は、直接的に結果が得られる。そのような場合のネットモデルの多くは、無デッドロック (deadlock-free) である。たとえば、図4.3のネットでは、常にトランジションが発火可能であり、モデルは無デッドロックである。

活性あるいは可逆性のようなネットのいくつかの性質は、たとえば、プレースあるいはトランジションへの時間の付加 (8.の時間ペトリネット参照)、外部事象による同期化などを取り入れると、その性質が変わってしまうことになる。そのような場合は、シミュレーションによる解析を実行するのがよい。この種の解析は、システム

性能評価やそのディメンション（最大ストックサイズ、機械の占有率、サイクル長など）を調べようとするとき有用である。（つづく）

## 文 献

（前回までにあげたものは省く）

[18] J. Martinez, H. Alla and M. Silva: "Petri Nets for the Specification of FMSs", in *Modelling and Design of Flexible Manufacturing Systems*, [A. Kusiak (ed.)], Elsevier,

pp.389-406, 1986.

[19] K. Lautenbach: "Linear Algebraic Techniques for Place/Transition Nets", W. Brauer, W. Resig and G. Rozenberg (ed.), *Petri Nets: Central Models and Their Properties*, Lecture Notes in Computer Science 254, Springer-Verlag, pp.142-167, 1987.

[20] U. Goltz: "Synchronic Distance", *ibid.*, pp.338-358.

●ミニ●ミニ●

## うその寸法

工業化が進み、いろいろな製品が規格化されてくると、ものの寸法をはかるといっても、どの規格になるのかだけが問題になることが多い。だから、測定の方法も簡略化される。

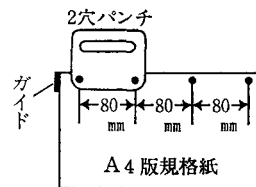
編み物に使う編み棒の太さを調べるのにも、一々ノギスをあてがう必要はない。各種規格の穴をあけたプラスチックの板がある。これに編み棒を通してみればよい。郵便局では、封筒が定型のものか否かを調べるのに、その大きさに切ったプラスチックの板をあてがう。厚さを調べるにもその板にあけられた隙間を通してみる。

また、逆に作業の方も規格に合わせてしなければならないから、製図用具の中でも、今日では、コンパスよりも型板テンプレートが多用され、能率の向上がはかられている。

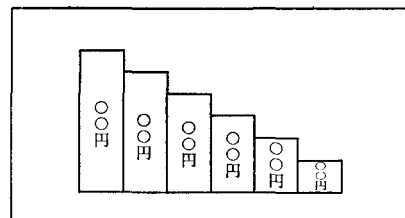
紙に穴をあける2穴パンチの間隔は80mmが規格である。紙さえ規格にあっていれば、ガイドを使い、紙を裏がえして2回にかけて4穴を正しくあけることができる。事実そのようなガイドのついた2穴パンチが市販されている。

このように、規格というものを前提にした作業法に

●OR●



箸の木彫り



紙に画かれた うそのゲージ

はなかなか面白い工夫があるものだ。

先日、うそ替えの神事のさい、亀戸天神に参詣した折り、木彫りの「うそ」を1つ求めた。小さいものから大きいものまで寸法にいろいろな大きさのものがある。売り場には大きさが実物大に描かれ、そこに値段が記された紙が用意されていた。禰宜さんたちは注文があるたびに、この紙に実物をあてがって値段を確認していた。大ききぐらい目測でわかるから無用のこととも思えたが、実のところ筆者自身も目測を誤っていたことがわかった。なにしろ相手は「うそ」のこと、用心にこしたことはない。（からくり堂主人）