ハイパーゲーム分析：知覚を考慮したゲーム理論

木嶋　恭一

はじめに：ゲーム理論と構造的ゲーム理論

ハイパーゲーム分析は，複雑な決定状況を，それに関与する決定主体の知覚あるいは主観を考慮しながら分析し，その背後にある構造を明らかにすることをねらって，P. G. Bennett らによって提案された考察の枠組みである[5][7]．本稿は，主として[2]にもとづいて，特にハイパーゲーム分析とゲーム理論との関係，その定式化の特徴に注意しながら，ハイパーゲーム分析の持つ意味について検討することを目的とする．

よく知られているように，ゲーム理論は，複数の利害集団が関与する意思決定状況における「合理性」を数理的に考察するために，J. von Neumann と O. Morgen stern によって提唱されて以来，体系的に研究が進められ輝かしい発展がみられた．

最も単純にいえば，ゲーム理論は，決定状況に対して次のような構成要素を確定しゲームとして定義するところから考察が開始される．

①プレイヤー：その状況における利害集団あるいは決定主体であって，個人かもしれないしあるいは集団，組織であるかもしれない．

②戦略：各プレイヤーがとりうるすべての行為を記述したものである．

③結果と効用：各プレイヤーが選択した戦略によってゲームの結果が定義され，各結果に対して各プレイヤーの効用が割り当てられる．

ゲームが定義されると，一般的な原理（たとえば，種々の「解の概念」すなわち合理性の概念）にもとづいて分析され，モデル化された状況に対する何らかの結論が引き出される．ゲーム理論の本来のねらいは，非常に強い意味でゲームを「解く」ことであった．したがってゲーム理論が規範的理論として用いられるならば（各プレイヤーが合理的に活動をしているとの仮定のもとでは），ゲーム理論は期待される結果を予測できる手段であるはずであった．

このようなゲーム理論はきわめて魅力的ではあったが，いろいろな批判にさらされたのも事実であった．たとえば，ゲーム理論はある意味でコンフリクトを「非人間化」しているという批判，また，現実からかい離しているという批判である．これを回避するため，解を導出するためというより，決定状況の構造を明らかにするためにゲーム理論を用いようとする立場が現われてきた．この立場においては，一般的な方法で，意思決定者のいろいろな行為の結果をトレースし，種々の利害関係者間の関係について考察することが目的となるのである．このような一般的アプローチを構造的ゲーム理論（stractural game theory）と呼ぶ．

厳密で定量的なモデルにもとづいたゲーム理論に関する多くの研究が成果をあげているのはもちろんだが，ゲーム理論全体の流れの中でこのような構造的ゲーム理論が独自の地位を獲得しつつあるのもまた事実である．

単純ハイパーゲーム

上で述べた構造的ゲーム理論の立場をとるとしても，取り扱える範囲はかなり制約されたものである．すなわち，通常「すべてのプレイヤーは同じゲームを見ている」と仮定されるからである．現実のコンフリクト状況ではそのようなことはむしろ稀であり，同じ決定状況を各プレイヤーが異なって知覚しているというのが普通であろう．それでは，プレイヤーの知覚的問題を体系的に扱えるようにゲーム理論的枠組みを修正し，拡張することは可能であろうか．1970年代後半にこのような問題に対して１つのアプローチが提案された．これが，今日単純ハイパーゲームと呼ばれるものである．

単純ハイパーゲームの定義を行なう前に，まず，最も単純な２人ゲームを定式化しておく．

一般に，２人ゲームは，$G_2=(\{p,q\},\{S_p,S_q\},\{\geqq_p,\geqq_q\})$ で与えられる．ここで，$\{p,q\}$ はプレイヤーの集合，S_p はプレイヤー p の戦略の集合，$\geqq_p$ は p が $S_p\times S_q$ 上に設定する選好順序である．S_q, $\geqq_q$ についても同様である．

きじま　きょういち　東京工業大学　経営工学科
〒152 目黒区大岡山２―12―１

またこれを拡張したn人ゲームは，$G_n=(N, \{S_p|p\varepsilon N\}, \{\geqq_p|p\varepsilon N\})$ で表現される．ここで$N=\{1,2,\cdots,n\}$ はプレイヤーの集合であり，S_pはプレイヤーpの戦略の集合，$\geqq_p$は $\prod\{S_k|k\varepsilon N\}$ 上にpが設定する選好順序である．$\prod$ は product（直積）を表わす．

それに対して単純n人ハイパーゲームは，

$$HG_n=(N, \{S_{qp}|(p,q)\varepsilon N\times N\}, \{\geqq_{qp}|(p,q)\varepsilon N\times N\})$$

で表現される．

ここで，$N=\{1,2,\cdots,n\}$ はプレイヤーの集合，S_{qp} はプレイヤーpが想定する，qの戦略の集合である（すなわち，pは「qの戦略集合はS_{qp}である」と知覚している）．$\geqq_{qp}$は，$\prod\{S_{kp}|k\varepsilon N\}$ 上の選好関係であって，プレイヤーpが想定するqの選好順序である．（すなわちpは「qの選好順序は$\geqq_{qp}$である」と知覚している．）n人ゲームと単純n人ハイパーゲームとの関係を考えれば，$S_{pp}=S_p$, $\geqq_{pp}=\geqq_p$ であるのは明らかである．また，このとき，各選好順序を表現する適当な序数的な効用を考えることが可能である．

単純ハイパーゲームの応用

単純ハイパーゲームが提唱されて以来その意義を確かめるために，いろいろな事例にこれを適用して，その結果深い洞察が得られるかどうかが確かめられてきた．現実の決定状況に関する深い洞察を得ようとするハイパーゲーム分析の目標からみて，現実への解釈能力がその分析の成否を判定するからである．

まず最初に行なわれたのは1940年のフランスのドイツへの降伏の解析であった[1]．2つの国が互いに戦っているというレベルの知覚は，両国とも同じではあるが，戦略については両国は異なった知覚を行なっていたとし，次のような単純ハイパーゲームが考察された．

2つのマトリックスで，数値は大きいほど望ましいものとし，左側がドイツにとっての効用，右側が連合国にとっての効用とする．各ゲームに対する安定解(Nash解が丸で囲って示してある．

連合国の戦略

ドイツの戦略	RML	MN
AML	1，4	2，3
AN	4，1	3，2

ただし
AML：マジノ線を攻撃する
AN　：北部を攻撃する
RML：マジノ線を補強する
MN　：北へ移動する

図 1　連合国側の知覚したゲーム（［2］による）

連合国の戦略

ドイツの戦略	RML	MN	N+C
AML	1，4	2，3	2，3
AN	4，1	3，2	3，2
AA	3，2	5，0	2，3

ただし
AA　：アルデンヌを通過して攻撃する
N+C：北へ移動するがその後アルデンヌの背後に反撃を与える

図 2　ドイツ側の知覚したゲーム（［2］による）

連合国はNash解（AN，MN）を予想したのであるが，現実に起こったのは（AA，MN）であり，これは連合国にとって最悪の結果であり，連合国側のゲームでは考えられもしなかった結果であった．

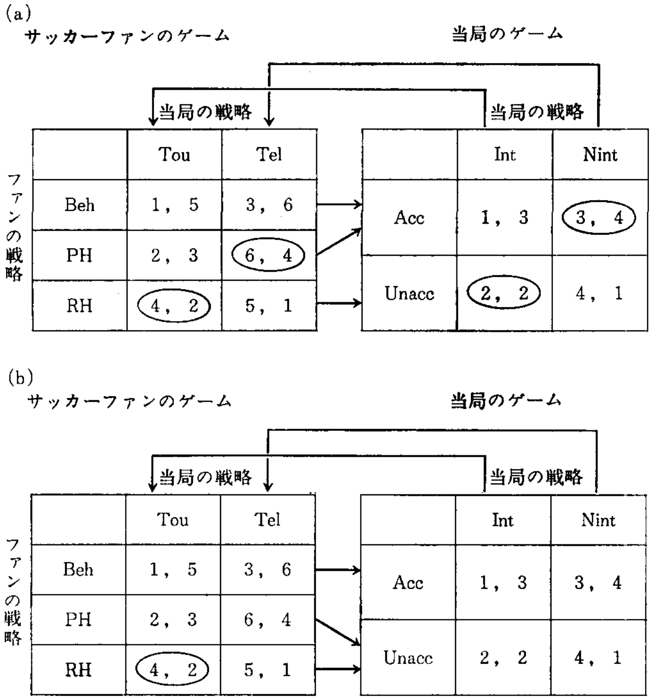
ここで興味があるのは，このようなハイパーゲームによる分析が，連合国側の破滅的な選択である「北へ移動する」（MN）のが合理的であることを示している点である．また，ドイツ側が想定していたゲームにおいて，「アルデンヌ戦略」（AA）は望ましい戦略では全くなかった．というのは，ドイツ側は連合国によるN＋Cという反撃を想定していたからである．

ここでは各プレイヤーはそれぞれ自分の知覚したゲーム（制約された情報のもとでのハイパーゲーム）しか考えていない．しかしながら，プレイヤーがハイパーゲーム全体を知っている場合（ゲーム間に情報のあるハイパーゲーム）も考える必要がある．すなわちたとえばドイツは連合国側のゲームが**図1**であると知っているとする状況である．このとき，AAはドイツの最善の戦略となる．このような考察は次節で述べることにする．

このフランスの降伏の例の他に，ギリシャの海運王オナシスとサウジアラビアのサウド国王の原油輸送契約締結の問題の分析などにもハイパーゲームが用いられたが，そこでもより高次のハイパーゲームの必要性が認識された．

ゲーム間に相互作用を考慮したハイパーゲーム

複数の決定主体が関与する現実の決定状況をより正確にモデル化しようとすれば，各プレイヤーが現実世界を概念化する方法をできるだけ反映したかたちで各プレイヤーの状況認識を定式化することが必要である．さらに各プレイヤーの状況認識は独立ではなく，相互作用の過程が存在する．したがってこれを分析するときの1つの



（ファンの知覚）
Beh：通常の行動
PH：「暴動を楽しむ」
RH：本当の暴動

Tou：厳格な対応
Tel：許容的な対応

（当局の知覚）
Acc　：許容できる行動
Unacc：許容できない行為

Int　：介入する
Nint　：介入しない

図 3　サッカーファンと当局とのゲームの2通りの関連づけ（[2]による）

問題は，「あるプレイヤーの行為は他のプレイヤーによってどのように解釈されているのか」という点である．

上に述べたフランスの降伏の例においては，これはそれほど大きな問題ではなかった．なぜなら，AML，ANというドイツ側の戦略は両方のゲームに現われていたし，また，連合国側の戦略についてもそうであったからである．このような状況では，1つのゲームを他のゲームに「解釈する」という必要性はでてこない．

しかし，ある状況によっては，複数のプレイヤーが1つの状況を全く違って概念化する場合がある．物理的には同じ行為に対して違ったラベルを貼ることもある（たとえば，「自分の利益を守る」という行為を他のプレイヤーは「攻撃の表示」と名づけるだろう）からである．

あるプレイヤーの行為を他のプレイヤーがいかに解釈するかという問題は，先験的には答えることができない．これを行なおうとすれば，異なったゲームをどのように関係づけるかについてきちんとした仮定を置き，解析を行なう必要がある．そのための1つの方法は，単純ハイパーゲームの定義を広げて，ゲーム間に（解釈）写像を定義することである．

この点についてまず簡単な例で説明し，後で厳密な定式化を与えることにする．英国でしばしば起きて問題となるサッカー場での暴動についてのハイパーゲームを考え，2人のプレイヤーがサッカーファンと「当局」の2人のハイパーゲームとして次のように表現する．ここで重要なのはサッカーファンにとって暴動は，本当の暴動（RH）以外に暴動を楽しむと自分たちが認識している行為（PH）が存在すること，一方当局にとってはサッカーファンの行為は許容できるかできないかの2通りに認識されているという点である．

図 3 では，戦略間の解釈写像を2つのゲーム間のリンクとして表現し，2通りの解釈写像を考えている．(a)では当局は「暴動を楽しむ」のを許容可能としてみているが，(b)では当局は「暴動を楽しむ」を許容不可能としているのが異なっている．この場合(a)と(b)とでは，解の安定性が大きく異なっている．(a)では，「暗黙の合意」点が存在し，そこではファンは「暴動を楽しみ」，当局はそれに介入してこない．しかし(b)では，この結果は安定ではなくなり，ファンが本当に暴動を起こし当局が介入するという最悪の事態が生じる．このように，2つのゲーム間の写像がどのようなものかは状況の分析に重要な役割を演じる．図3では2つの単純ハイパーゲームの戦略間に直接写像を考えたが（図中に矢印で表現），これを一般的に定式化するさいには，基本ゲーム

$$G_2=(\{p,q\},\{S_p,S_q\},\{\geqq_p,\geqq_q\})$$

を各プレイヤーがどのように解釈しているかを表現した方が扱いやすい．たとえば，(a)では，pをサッカーファン，qを当局として，ファンの解釈を，

$$C_p:S_q\to P(S_{qp});Int\mapsto\{Tou\},Nint\mapsto\{Tel\}$$

当局の解釈を，

$$C_q:S_p\to P(S_{pq});Beh\to\{Acc\},$$
$$PH\mapsto\{Acc\},RH\mapsto\{Uann\}$$

と考えるのである．ここで，$P(\cdot)$はpower set（ベキ集合）を表わす．

一般に n 人ゲームのときは，基本ゲーム

$$G_n=(N,\{S_p|p\varepsilon N\},\{\geqq_p|p\varepsilon N\})$$

に対する $p\varepsilon N$ の単純ハイパーゲームを

$$HG_n{}^p=(N,\{S_{qp}|q\varepsilon N\},\{\geqq_{qp}|q\varepsilon N\})$$

とする．（これは，G_n をプレイヤー p がどのように解釈しているかを表現する）そのとき，これらの間の戦略間写像を考慮したハイパーゲームは

$$(HG_n{}^p|p\varepsilon N\},\{C_p|p\varepsilon N\})$$

で表現される．ここで，戦略間写像は，

$$C_p:\coprod\{\underline{S}^K|K\subset N\}\to P(\coprod \underline{S}^K{}_p|K\subset N\}),$$

（ただし，$\underline{S}^K=\prod\{S_k|k\varepsilon K\},\underline{S}^K{}_p=\prod\{S_{kp}|k\varepsilon K\}$）であって，プレイヤー p が他のプレイヤーの戦略をどのように解釈しているかを表現している．なお，ここで $\coprod$ は disjoint union を表わす．

高次の知覚と一般ハイパーゲーム

以上は p が想定する q の戦略集合と選好順序を考え，その間の関係について考えた．これは，しかし，プレイヤーの想定が1段階であるが，一般には，無限次元の想定を考え，p が想定する q の想定する r の想定する…戦略集合といった場合にまで拡張する必要がある．

これらを表現する，一般ハイパーゲームは

$$(\{GHG_{n\sigma}|\sigma\varepsilon N^*\},\{C_{p\sigma}|p\varepsilon N,\sigma\varepsilon N^*\})$$

で表現される．ここで，$GHG_{n\sigma}=(N,S_\sigma,\geqq_\sigma)$ は高次ゲームと呼ばれる．ただし，N はプレイヤーの集合，N^* は N から生成される自由モノイドである．S_σ は非空集合であって，

$\sigma=p$ のとき S_p は p の戦略集合

$\sigma=pq$ のとき S_{pq} は q が想定する p の戦略集合

$\sigma=pqr$ のとき S_{pqr} は r が「q が p の戦略集合と想定している」と想定している戦略集合，と解釈される．以下も同様である．

$\geqq_\sigma$ は $\prod\{S_{k\sigma}|k\varepsilon N\}$ 上の選好関係であって

$\sigma=p$ のとき $\geqq_p$ は p の $\prod\{S_{kp}|k\varepsilon N\}$ 上の選好順序（これは $\geqq_{pp}$ に等しい）

$\sigma=pq$ のとき $\geqq_{pq}$ は q が想定する p の選好順序

$\sigma=pqr$ のとき $\geqq_{pqr}$ は，r が「q が p の選好順序と想定している」と想定している選好順序である．以下同様に解釈される．また，

$C_{p\sigma}:\coprod\{\underline{S}^K{}_\sigma|K\subset N\}\to P(\coprod\{\underline{S}^K{}_{p\sigma}|K\subset N\})$（ただし，$\underline{S}^K{}_\sigma=\prod\{\underline{S}_{k\sigma}|k\varepsilon K\}$）は解釈写像であって

$\sigma=\Lambda$（空ストリング）のとき $C_p:\coprod\{\underline{S}^K|K\subset N\}\to P(\coprod\{\underline{S}^K{}_p|K\subset N\})$ となり，p による他のすべてのプレイヤーの戦略の解釈を表現する．

$\sigma=q$ のとき $C_{pq}:\coprod\{\underline{S}^K{}_q|K\subset N\}\to P(\coprod\{\underline{S}^K{}_{pq}|K\subset N\})$ となり，q が p 行なう他のプレイヤーの解釈を解釈する写像である．以下も同様に定義される．

このような一般ハイパーゲームの高次ゲームにおける解は，きわめて複雑になるように思われるが，かなり一般的な解概念について，単純ハイパーゲームでの解と高次ゲームにおける解との関係が解析されており［4］，また，ある種の条件のもとで前者は後者のある意味の極限となることがわかっている［6］．

以上概観したように，ハイパーゲーム分析の基礎は，かなりフォーマルな理論を構成している．一方，はじめに述べたように，ハイパーゲーム分析は，もともとソフトORの1つの方法論として，実際の問題状況をよりよく認識し，それに対する洞察を得る方法として提案された．したがって，ハイパーゲーム分析は，今後それ自身の理論研究・応用研究とともに，他のソフトシステムズアプローチの手法と結びつき，複雑な意思決定状況の解明の有力な方法論となることが期待されている．

参考文献

［1］ Bennett, P. G., et. al., "Complex Strategic Analysis: A Hypergame Study of the Fall of France", *J. Opl. Res.Soc.*, Vol. 30, pp. 23-32, 1979

［2］ Bennett, P. G., "Hypergames: Developing a Model of Conflict", *Futures*, pp. 489-507, 1980

［3］ Bennett, P. G., et. al., "Using Hypergames to Model Difficult Social Issues: An Approach to the Case of Soccer Hooliganism", *J. Opl. Res. Soc.*, Vol. 31, pp. 621-635, 1980

［4］ Howard, N., "Metagame Theory and 'Classical' Game Theory: A Comparison", Univ. of Waterloo, Unpublished paper.

［5］ Kijima, K., "Analysis of Soft Trends in Systems Thinking", *Systems Research*, Vol. 4, pp. 235-241, 1987

［6］ Kijima, K., "Learning as a Generating Process of Higher Order Decision Situations by a Goal-seeking System", *Int. J. Systems Science* in press

［7］ 木嶋恭一，「新しいソフト・システムズ・アプローチ」，オペレーションズ・リサーチ，Vol. 33, No. 7, pp. 310-314, 1988