協力ゲームの仁とシャープレイ値

——破産問題をめぐって——

船木　由喜彦

1.　はじめに

協力ゲームの理論とは一般に，とるべき戦略の決定にあたりプレイヤー間で，戦略決定の合意後その選択を変更しないという拘束的合意が可能であるという前提にたった理論と言われている．伝統的に協力ゲームの理論は特性関数形という表現型式で分析されるのが普通であった．特性関数とは，ゲームに参加する主体（プレイヤー）の集合（提携）にその提携のメンバーのみで獲得可能な実数値（提携値）を対応させる関数のことである．特性関数として定式化する以前の状況の特徴や戦略決定のプロセスでの情報交換・交渉の要素が失なわれる場合も多いため，最近では新たな表現型式の開発や協力の意味の見直し等が試みられ始めている．しかし，特性関数はその記述が単純で扱いやすく，協力の基本的要素は失なわないと考えられるため，費用分担問題等多くの応用問題に用いられている．ここでは，この特性関数形ゲームの解を紹介する．

特性関数形ゲームの解とは，いくつかの合理性の基準にしたがう全体提携値の分配方法のことで，ゲームの解は各プレイヤーがゲームの結果最終的に受けとるであろう利得を提示する．ゲームの解は，コア，安定集合，カーネル，仁（nucleolus），シャープレイ値など異なる合理性の基準にしたがい数多く提案されているが，なかでも仁とシャープレイ値は，常に存在してただ一点の分配案を与え，いくつかの基本的な合理性の基準を満たすための応用問題によく使われている．しかし，この2つの解の間の関係は一般的には明らかでなく，応用上の問題点となっている．

一方，破産問題と呼ばれる破産者の財産を債権者に分配する問題においてユダヤ教の古い法律書に書かれている分配法が仁の提示する分配法と一致することが最近示され，多くの研究者の興味をひいている．

ふなき　ゆきひこ　東洋大学　経済学部

〒112 文京区白山5—28—20

ここでは，この破産問題において仁やシャープレイ値に一致する分配法を解説し，この問題での両者の差異を示す．また，最近の話題である解の整合性（consistency）についてもこの破産問題を用いて紹介したい．

2.　協力ゲームの仁とシャープレイ値

ゲームに参加するプレイヤーの集合を$N=\{1,2,\cdots,n\}$とし，vを特性関数とする．特性関数vは各提携$S\subset N$にその提携Sのメンバーだけの協力で獲得可能な実数値（提携値）$v(S)$を対応させる関数である．組(N,v)あるいは関数v自身をゲームと呼ぶことがある．ゲームvにおいて$S\cap T=\phi$なる任意の提携S, Tに対し

$$v(S\cup T)\geqq v(S)+v(T)$$

が成り立つとき，**優加法的**であるという．このとき，提携SとTは別々に行動するよりも協力して$S\cup T$として行動する方が提携値が大きい．

ゲームvの解は，各ゲームvに対しゲームの結果として各プレイヤーiに分配される利得x_iのベクトル$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$の集合を規定する関数として与えられる．ゲームの解が満たすべき基本的条件として，

全体合理性：$\sum_{i\in N} x_i=v(N)$

個人合理性：$x_i\geqq v(\{i\})\quad \forall i\in N$

があり，この両者を満たす利得ベクトルを**配分**（imputation）といい，その集合をIで表わす．

シャープレイ値ϕはShapleyによって提案されたゲームの解で，以下の4つの公理を満たす利得ベクトルを与える関数$\phi(v)=(\phi_1(v),\phi_2(v),\cdots,\phi_n(v))$である．

公理Ⅰ　全体合理性

公理Ⅱ　加法性：$\phi(v+w)=\phi(v)+\phi(w)$,

ここで和ゲーム$v+w$は$(v+w)(S)=v(S)+w(S)$で定義する．

公理Ⅲ　対称性：プレイヤーiとj $(i\neq j)$が対称，すなわち，$v(S\cup\{i\})=v(S\cup\{j\})\quad \forall S\subset N-\{i,j\}$を満たすとき，$\phi_i(v)=\phi_j(v)$である．

公理Ⅳ　ダミー公理：プレイヤーiがダミー（dummy），すなわち，$v(S\cup\{i\})=v(S)\quad \forall S\subset N-\{i\}$を満

たすとき，$\phi_i(v)=0$ である．

以上の4つの公理を満たす関数は一意に定まり，

$$\phi_i(v)=\sum_{S\subset N}\frac{(|S|-1)!(n-|S|)!}{n!}(v(S)-v(S-\{i\})\ \forall i\in N$$

で与えられる．この値は，プレイヤーがランダムな順序(各順序は等確率)でゲームに参加する場合の各プレイヤーの貢献度の期待値になっている．優加法的なゲームにおいてはシャープレイ値は個人合理性の条件も満たす．

仁はSchmeidlerによって提案されたゲームの解である．まず，提携 S と利得ベクトル x に対し S の不満(complaints) $e(S,x)$ を $e(S,x)=v(S)-\sum_{i\in S}x_i$ で定義する．この不満をすべての非空な提携について大きい順に並べたベクトルを $\Theta(x)$ とする．すなわち，

$$\Theta(x)=(e(S_1,x),e(S_2,x),\cdots,e(S_k,x),\cdots,e(S_{2^n-1},x))\in R^{2^n-1}$$

$$e(S_1,x)\geqq e(S_2,x)\geqq\cdots\geqq e(S_k,x)\geqq\cdots\geqq e(S_{2^n-1},x).$$

仁 ν は辞書式順序 $\geqq_L$ における配分の集合 I の中の極小元である[1]．すなわち，

$$\nu=\{x\in I\,|\,\Theta(x)\geqq_L\Theta(y)\quad\forall y\in I\}$$

仁は最大の不満を最小化する配分と解釈することができ，常に存在してただ一点から成ることが証明される．また，仁は多段階の線型計画により求めることができるが，シャープレイ値のように一本の数式で表わすことは一般には難しい．仁はシャープレイ値の公理I，III，IVを満たすが公理IIの加法性は満たさない．

シャープレイ値，仁の存在証明，性質，意味づけ等を詳しく知りたい読者は，たとえば[9]を参照されたい．

3. 破産問題

ある人物が財産 $E(E\geqq0)$ を残して破産したとしよう．債権者の集合を $N=\{1,2,\cdots,n\}$ とし，各債権者 i は金額 $d_i(d_i\geqq0)$ の債権を持っている．$D=\sum_{i\in N}d_i$ とすると，破産の起こる条件として $E<D$ が成り立たなければならない．$d=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ とするとき，組 (N,E,d) を**破産問題**と呼ぶ．破産問題の解は $\sum_{i\in N}x_i=E,x_i\geqq0,\ \forall i\in N$ を満たす受取額のベクトル $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ で表わされる．破産問題の解を問題 (N,E,d) に対する関数の形で $f(N,E,d)=x$ と表わす場合もある．

現在の日本の法律では財産は債権額に応じ比例配分され，受取額は $x_i=Ed_i/\sum_{j\in N}d_j$ となるが，この分配方法が唯一の妥当な解であるとは限らない．たとえば財産額がどの d_i よりも少ないならば，均等分配が公平かもしれない．約2000年前のユダヤ教の聖典で民法の集大成本でもあるタルムードには，破産問題について興味深い分配方法が述べられている．3人の債権者が $d=(100,\ 200,\ 300)$ の債権額を持っているとき，財産 E が100のときの分配額は均等分配(100/3, 100/3, 100/3)，$E=200$ のときの分配額は(50, 75, 75)，$E=300$ のときの分配額は比例分配(50, 100, 150)となる．$E=200$ の場合は均等分配にも比例分配にもあてはまらず，3つのケースに共通する財産分配の原理は明らかではない．次節では，この分配方法とゲームの解との関係について文献［1］の研究を紹介しよう．

4. CG整合ルールと破産ゲームの仁

タルムードの口伝律法の集成部分ミシュナに「服争い(Contested Garment)の問題」と呼ばれる次の話がある．「2人が1枚の服をつかんでいる．1人は全部を要求し，他の1人は半分を要求している．そのとき前者は3/4を受けとり，後者は1/4を受けとる．」

この分配方法の原理は，2人が相手の要求の残り0，1/2をそれぞれまず受けとり，その後，残り1/2を2人で均等に分けるという原理である．これを2人破産問題 $(\{1,2\},E,(d_1,d_2))$ にあてはめると，各債権者 i は相手 j の要求の残り $\max(0,E-d_j)$ を受け取り，残額 $E-\max(0,E-d_1)-\max(0,E-d_2)$ を2人で均分する．その結果2人の受取額は，

$$x_1=\frac{1}{2}(E-\max(0,E-d_1)+\max(0,E-d_2))$$

$$x_2=\frac{1}{2}(E+\max(0,E-d_1)-\max(0,E-d_2))$$

となる．この2人破産問題の分配原理を**CG原理**と呼ぶ．

破産問題 (N,E,d) の解 x が条件「任意の債権者 i，j $(i\neq j)$ に対し2人破産問題 $(\{i,j\},x_i+x_j,(d_i,d_j))$ のCG原理の分配額が (x_i,x_j) となる．」を満たすとき**CG整合解**と呼ぶ．これはすべての部分2人問題の分配がCG原理を満たすときその分配が n 人問題の解となることを示しており，2人の間の分配が n 人問題の解を本質的に規定することを要請している．

CG整合解は唯一存在し，図1に示される分配法である．図1の横軸は債権者と債権額であり，縦軸は財産額 E を表わす．縦軸の目盛りの間隔は均等ではない．各債権者の受取額は，財産額 E の水平線の下に含まれる長方形で与えられる．例えば財産額が $E^0((D+d_n-d_{n-1})/2\leqq E^0\leqq(D+d_n+d_{n-1}-2d_{n-2})/2)$ のときは，各債権者 $1,2,\cdots,n-2$ はそれぞれ $d_1/2,d_2/2,\cdots,d_{n-2}/2$ を受け取

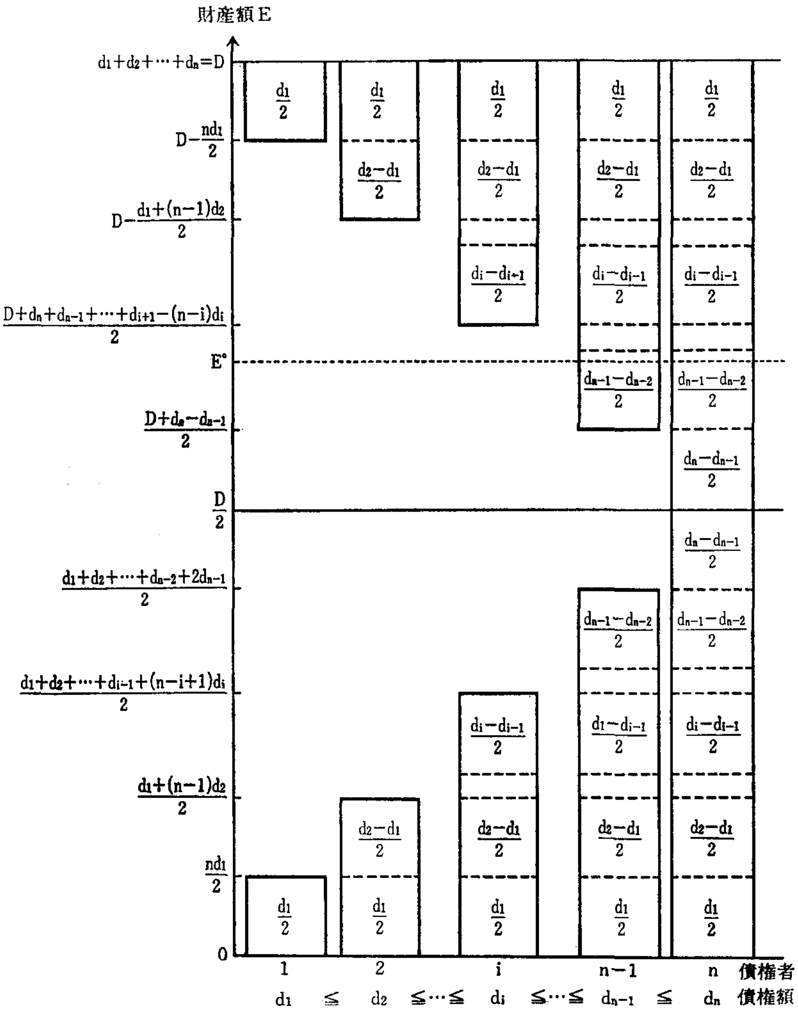

図 1　CG整合解による財産分配

る．債権者$n-1$とnは，まず$d_{n-1}/2, d_n/2+(d_n-d_{n-1})/2$を受け取り，加えて残額$E^0-D/2-(d_n-d_{n-1})/2$を2人で均分することを示している．図によると，$0\leqq E\leqq nd_1/2$の場合には$n$人の間で$E$を均等分配することになる．$nd_1/2<E\leqq\{d_1+(n-1)d_2\}/2$になると債権者1は$d_1/2$のみを得るが，他の$n-1$人は$d_1/2$に加えて残額$E-nd_1/2$の均分額を得る．さらに$\{d_1+(n-1)d_2\}/2<E\leqq\{d_1+d_2+(n-2)d_3\}/2$になると1は$d_1/2$，2は$d_2/2$を得，他の$n-2$人は$d_2/2$に加えて残額$E-\{nd_1+(n-1)d_2\}/2$の均分額を得る．以下$E$が$D/2$を越え全員が各自の債権額の1/2を得るまで同様に分配される．Eが$D/2$を越えると図からもわかるようにちょうど鏡で写したように分配額が定まる．すなわち$D/2<E\leqq(D+d_n+d_{n-1})/2$のとき，まず$n$人の債権者$i$は各$d_i/2$を得，さらに$n$のみが残額$E-D/2$を受け取る．この残額の受取が$(d_n-d_{n-1})/2$に達すると，債権者$n$と$n-1$の2人が残額の分配を受けるようになる．そのときの分配額はE^0の例ですでに与えられている．この分配を同様に続け，最後$(E>D-nd_1/2)$にはn人全員で残額$E-D+nd_1/2$を均分することになる．これはちょうど不足額$D-E$を全員で均分する分配と同じになり，$E\geqq D/2$のプロセスはすべて不足額の分配により説明することができる．不足額の分配法はそれと鏡像な$E\leqq D/2$の財産分配法と同じである．

3人破産問題$(\{1,2,3\}, E, (100,200,300))$のCG整合解は次のように定まる．

$0\leqq E\leqq 150$のとき$x=(E/3, E/3, E/3)$

$150<E\leqq 250$のとき$x=(50, (E-50)/2, (E-50)/2)$

$250 < E \leqq 350$のとき

$x = (50, 100, E-150)$

$350 < E \leqq 450$のとき

$x = (50, (E-150)/2, (E+50)/2)$

$450 < E \leqq 600$のとき

$x = (E/3-100, E/3, E/3+100)$.

これはタルムードに述べられている分配法に一致し，結局タルムードの分配法はＣＧ整合解で説明される．

ＣＧ整合解は，いくつかの望ましい性質を持っている．

自己整合性：破産問題 (N, E, d) の解 x が任意の S に対する縮小破産問題 $(S,\ E-\sum_{i\in N-S} x_i,\ (d_i)_{i\in S})$ の解 $(x_i)_{i\in S}$ に対応する．

自己双対性：$f_i(N, E, d) = d_i - f_i(N, D-E, d)\ \ \forall i\in N$，すなわち，分配方法は $E=D/2$ に関して鏡像になる．

単調性：$E' > E$ ならば $f_i(N, E', d) \geqq f_i(N, E, d)$，$\forall i\in N$.

順序保存性：債権額 d_i が大きい順に受取額 x_i も大きい．

ここで破産問題(N, E, d)から破産ゲーム v を，

$$v(S) = \max(0, E - \sum_{i\in N-S} d_i) \quad \forall S\subset N$$

で定義しよう．この提携値は $N-S$ のメンバーにすべて要求どおりの債権額を支払った後の財産額または0になる．またこのゲームは優加法性を満たしている．驚くべきことに破産問題のＣＧ整合解は破産ゲームの仁に一致する．タルムードの破産問題から破産ゲームを作り，仁を直接求めＣＧ整合解に一致することを確認されたい．

5. ＲＣ解と破産ゲームのシャープレイ値

次に文献[5]にしたがい，破産問題の**ＲＣ解** (recursive)を次のように帰納的に定義しよう．

$$f_i(N, E, d) = \frac{1}{|N|}(\min(E, d_i) + \sum_{j\in N-\{i\}} f_i(N-\{j\}, \max(0, E-d_j), \hat{d}_j) \quad \forall i\in N.$$

ここで，$\hat{d}_j(d_1, d_2, \cdots, d_{j-1}, d_{j+1}, \cdots, d_n)$ とする．各 $j\in N-\{i\}$ に対する $n-1$ 個の $n-1$ 人破産問題は元問題で各 j に $\min(0, E-d_j)$を与えることにより作られる．

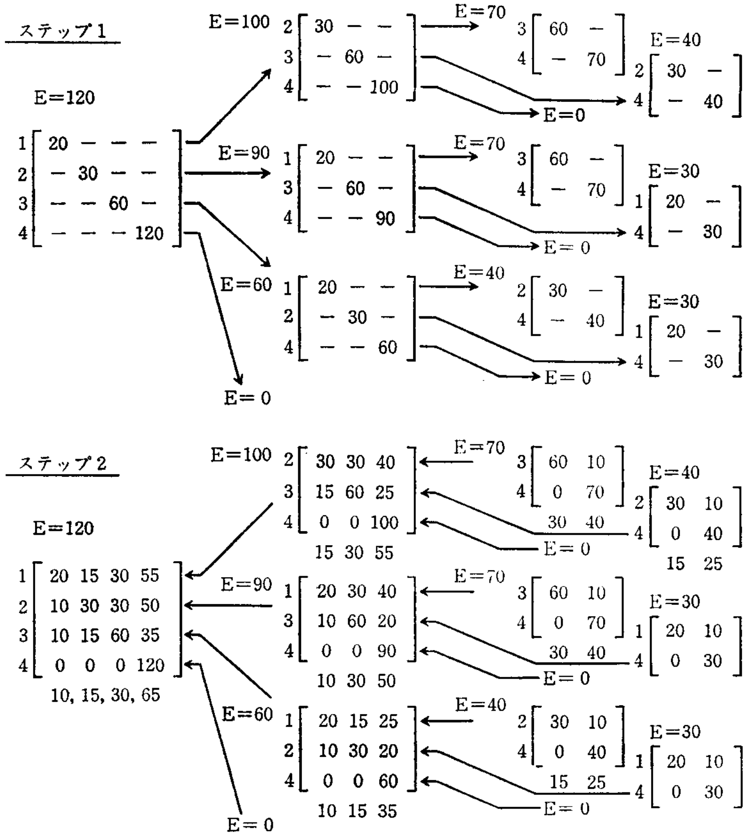

図 2 帰納的解による財産分配

さらにその $n-1$ 人破産問題の解は，各 $k\in N-\{i, j\}$ に対する $n-2$ 個の $n-2$ 人破産問題を各 k に $\min(\max(0, E-d_j), d_i)$ を与えることから作り，その解を求めることによって導かれる．以下帰納的に解を求めていくと2人破産問題の解は，1人破産問題の解 $f_i(\{i\}, E, d_i) = \min(E, d_i)$と条件 $D > E$ から，

$$f_i(i, j\}, E, (d_i, d_j)) = \frac{1}{2}(\min(E, d_i) + \max(0, E-d_j)) \quad (i \neq j)$$

となる．この分配方法はＣＧ原理にしたがっている．すなわち，ＲＣ解は2人破産問題のＣＧ原理の分配から帰納的に求められる．ＣＧ原理の分配は，i と j がそれぞれ1/2の確率で先に到着し，先着したときに自分の要求 $\min(E, d_i)$を得，後着したときには残額 $\max(0, E-d_j)$ を得る場合の獲得額の期待値として解釈できる．ＲＣ解はこれを一般化したもので，債権者がランダムな順序で次々と到着し，到着順に残りの財産から自分の債権額を受け取っていくプロセスで，すべての到着順が等確率で起こると考えたときの受取額の期待値になっている．

帰納的解は図2で計算できる．この図は4人破産問題$(N, 120, (20, 30, 60, 150))$の解の求め方を表わしている．部分問題に分解していくステップ1と2人破産問題の解から遡って問題を解いていくステップ2に分かれている．

ステップ1ではまず4×4行列の対角成分に各債権額をいれ元問題を表わすが，d_iがEを趣えるときにはd_iの代わりにEをいれておく．次にこの問題から債権者1, 2, 3, 4をそれぞれ除いた4個の3人部分問題を作る．例えば一番上の3×3行列は債権者1を除いた部分問題を表わし，対角成分には残りの債権額が並んでいる．この問題の財産額Eは，すでに1が先着し20を受け取っているので$E=120-20=100$となる．またEを越える債権額120は$E=100$に直しておく．以下同様に2人部分問題も作っていくが，$E=0$のときはその時点でステップは終了する．

ステップ2では2×2行列の問題から解いていく．各行の和がEに一致するように対角以外の成分を埋めるが，この値は後着者の受取額を表わしている．すべて埋め終わったら各列ごとに成分の平均を求め，行列の下に書き込む．これが2人問題のCG原理の分配に対応している．さらに，この求めた解を対応する3×3行列の各成分に書き入れる．たとえば$E=70$の2人問題の解(30, 40)を$E=100$の3×3行列の第1行に，また$E=90$の第1行に入れる．$E=0$に対しては対応するすべての成分を0にする．さらに列ごとに平均値を求め，4×4行列に代入する．この行列の列の平均値を求めステップは終了する．図2ではこの破産問題のRC解は$x=(10, 15, 30, 65)$となっている．この方法により破産問題$(\{1, 2, 3\}, E, (100, 200, 300))$のRC解を求めると，

$0 \leqq E \leqq 100$のとき　$x=(E/3, E/3, E/3)$

$100 < E \leqq 200$のとき　$x=(100/3, E/2-50/3, E/2-50/3)$

$200 < E \leqq 400$のとき　$x=(E/6, E/6+50, 2E/3-50)$

$400 < E \leqq 500$のとき　$x=(200/3, E/2-250/3, E/2+50/3)$

$500 < E < 600$のとき　$x=(E/3-100, E/3, E/3+100)$

となる．$0 \leqq E \leqq 100$, $E=300$, $500 \leqq E < 600$のときのみCG解と一致している．すなわち，$E=200$のときはタルムードの分配法と異なる分配を示している．

RC解もCG整合解同様，自己双対性，単調性，順序保存性を満たしているが，自己整合性は満たしていない．

さらに破産問題から導かれた破産ゲームのシャープレイ値は破産問題のRC解と一致している．上述の例でシャープレイ値を公式から求め，解の一致を確認されたい．

以上，仁とシャープレイ値に対応する破産問題のCG整合解，RC解を説明したが，仁とシャープレイ値がいくつかの同じ公理を満たすように，CG整合解とRC解もいくつかの共通な基本的条件を満たしている．また両者とも2人問題のCG原理から導かれている．タルムードの例からもわかるように両者が一致するケースもあるが，一致しない方が一般的である．多くの応用問題やゲームにおいて仁とシャープレイ値は異なるがその位置関係は明らかでない．例えば3人破産問題$(N, E, (100, 200, 300))$の例では$E \leqq 100$のとき両者とも均等分配$(E/3, E/3, E/3)$に一致し，$100 < E < 225$のときには仁による各人への分配額はシャープレイ値のそれよりも均等分配に近い．$225 < E < 300$のときは債権額200の債権者の受取額のみ仁とシャープレイ値の位置関係は逆転する．

仁とシャープレイ値のより一般的な位置関係を調べることが試みられており，[3]はあるゲームのクラスにおいて仁，シャープレイ値，均等分配が直線上に並び，シャープレイ値が仁より均等分配に近いことを示している．

また最近，仁とシャープレイ値，その他の解を統一的な公理で説明しようという試みもなされている．このとき鍵となる概念は**整合性**(consistency)である．

6.　協力ゲームの解の整合性

破産問題のCG整合解は自己整合性を満たしている．またRC解は自己整合性もCG整合性も満たさない．破産問題における整合性の考え方を協力ゲームに対応させると次の2つの性質になる．

縮少整合性(reduced game property)：ゲーム(N, v)と配分x，提携Sに対し，縮少ゲーム(S, v_x)を

$$v_x(T)=\begin{cases}\sum_{i\in T} x_i & T=S, \phi \text{のとき,}\\ \max\{v(Q\cup T)-\sum_{i\in Q} x_i \mid Q\subset N-S\} & \text{それ以外のとき,}\end{cases}$$

で定義する．またゲーム(N, v)の解を$\sigma(N, v)$で表わすとする．このとき縮少整合性とは，任意の提携Sと$x\in\sigma(N, v)$に対し，$(x_i)_{i\in S}\in\sigma(S, v_x)$が成り立つことである．

逆縮少整合性：任意の2人提携Tに対し，$(x_i)_{i\in T}\in\sigma(T, v_x)$ならば，$x\in\sigma(N, v)$である．

縮少整合性は，ゲームの解が，それによって導かれる縮少ゲームの解に一致することを要請しており，破産問

題の自己整合性に対応する．ゲームの仁はこの縮少整合性を持っており，さらに[8]ではこの縮少整合性と対称性などの公理から仁が一意に導かれること，すなわち仁の公理化が証明されている[2]．

逆縮少整合性は2人ゲームの解がn人ゲームの解を本質的に規定することを示しており，CG整合解をCG原理から定義する方法と同じである．そこで仁はこの性質を満たすと思われるかもしれないが，一般的には仁はこの逆縮少整合性を持たない．正確には，不満の均衡という論理から導かれ，仁を含む解である（プレ）カーネルがこの性質を一般的に満たしている．（プレ）カーネルは縮少整合性，逆縮少性等の公理から公理化されている（[6]）．破産問題では，仁はカーネルに一致している．したがって破産問題のCG整合解のもつ性質は，実はカーネルの持つ性質と対応していると考えられる．

シャープレイ値は縮少整合性も逆縮少整合性も満たさないが，縮少ゲーム v_x の作り方を修正し，その修正された縮少整合性から公理化されることが最近明らかにされている([4]，[7])．これらの研究により，仁とシャープレイ値の差異が縮少ゲームの定義の差に反映することになり，解の間の関係の研究も進展すると思われるが，現在のところ明解な結論は得られていない．

他の協力ゲームの解についてもコアを始めとして縮少整合性を用いた公理化の研究が盛んに行なわれている．

7. おわりに

ここでは常に存在してただ一点である協力ゲームの解である仁，シャープレイ値について破産問題を中心にその違いを説明した．いろいろな問題においていかなる解が適するかは特性関数のみから判断することはできない．解の満たす公理，性質や意味づけの違い，さらに解の位置関係を把握して，問題の背後の状況に合わせた判断をしなければならない．このため特性関数の限界の声も聞かれるが，並行してこのような既存の解の性質を調べ，解の間の関係を明らかにする研究も必要と考えられる．

近年，新しい協力ゲームの一点解として Tijs によってタウ値が提案された．タウ値についてもある種の整合性を満たす破産問題の解と一致することが証明されている．しかしながら，タウ値の意味づけや一般のゲームにおける定義は他の解に比べるとはっきりしない点があるので，ここでは全くふれなかった．タウ値の性質に興味ある読者は，たとえば[2]を参照されたい．この本には破産問題を始めとして他の応用問題についてもよくまとめられている．

脚注

1) $\boldsymbol{R}^m$における辞書式順序$\leqq_L$は以下で定義される．$x \leqq_L y \Leftrightarrow x_1=y_1, x_2=y_2, \cdots, x_{k-1}=y_{k-1}, x_k>y_k$を満たす$k(1\leqq k\leqq m)$が存在しない．

2) 実際は仁ではなくプレ仁ついてこれらの性質が成り立つが，優加法的なゲームでは両者は一致する．[6]も参照するとよい．

参 考 文 献

[1] Aumann, R. J. and Maschler, M.: Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy problem from the Talmud. *Journal of Economic Theory*, Vol. 36(1985), 195-213.

[2] Driessen, T.S.H.: *Cooperative Games, Solutions and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1988.

[3] Driessen T. S. H. and Funaki, Y.: Coincidence of and Linearity between Game Theoretic Solutions. *IER Working Paper Series* No. 8, Toyo University, 1988.

[4] Hart, S. and Mas-Colell, A.: Potential, Value and Consistency. *Econometrica*, forthcoming, 1989.

[5] O'Neill, B.: A Problem of Rights Arbitration from the Talmud. *Mathematical Social Science*, Vol. 2(1982), 345-371.

[6] Peleg, B.: On the Reduced Game Property and its Converse. *International Journal of Game Theory*, Vol. 15(1985), 187-200.

[7] Sobolev, A. I.: The Functional Equational that Give the Payoffs of the Players in an n-Person game (in Russian), *Advances in Game Theory* (ed. E. Vilkas), Vilnius, 1973, 151-153.

[8] Sobolev, A. I.: The Characterization of Optimality Principles in Cooperative Games by Functional Equations(in Russian), *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Vol. 6 (ed. N. N. Vorobev), Vilnius, 1975, 150-165.

[9] 鈴木光男：データ理論入門．共立出版，1981.