電気通信における時系列解析法の応用

上田 徹，斎藤 洋

1. はじめに

電気通信の分野で広く用いられてきた時系列解析法はいわゆる古典的時系列解析，すなわち時系列 $x(t)$ を系統的要因 $f(t)$ と確率的要因 $u(t)$ の和としてとらえ，$f(t)$ を簡単な関数形で与えるものであった．たとえば，電電公社時代のＮＴＴを振り返ってみると，全国のマクロトラヒック増加倍率 y は，

$$y=g^{a}s^{b}(1+d)^{t} \tag{1}$$

g：ＧＮＰ等の経済指標増加倍率

s：加入者数増加倍率

t：年度

d：傾向的増加倍率

により求められてきた［1］．また，加入者数の長期需要予測にはロジスチック曲線等も用いられてきた．

これに対して，Box-Jenkins の ARIMA モデル［2］やカルマンフィルタ［3］については他分野での活発な応用につられて電気通信の分野でも精力的な検討が行なわれるようになってきた．しかし，ほとんどの論文は通信分野の文献に掲載されているため本誌読者諸兄になじみが薄いものになっている．時系列解析法の電気通信の分野での応用として忘れてならないものに PARCOR 方式等の音声の分析・合成関連の話題があるが，これについて浅薄な知識を披露することは適切でないと思うのでここでは通信の需要予測に限って紹介することとする．

以下では，特にことわらない限りノイズ成分は，ガウス性白色ノイズとし，a_t, v_t, w_t などで表わす．また，Bを後方シフト演算子とし．行列Aの転置を A' で表わす．

2. ARIMA モデルによる需要予測

ARIMAモデルによる需要予測として4事例を取り上げる．最初の事例では，季節性と成長成分を有する，典型的モデルによる電話（機数または契約者数）需要予測が紹介される．次の事例では，通信需要予測においてしばしば問題となる料金改訂の影響を回帰分析的手法と時系列的手法により解決している．**3.3** のカルマンフィルタによる料金改訂に関する考察と対照をなす．国際テレビジョン伝送呼量予測では，予測対象が電話に比べ，特殊でかつ未成熟なサービスであり，それに伴う需要変動が予測上の問題点となっている．**3.2** の特殊サービスの需要予測と共通の問題がある．このほか，予測対象数が多い場合にモデルは同一のものを用い，パラメータのみ対象毎に推定する方法などの報告もある［4］．

2.1 電話需要予測(1)

まず電話機数の需要予測事例として，ここではベルカナダでの事例を紹介する［5］．

予測対象はモントリオール地区の電話需要の増加量で1年程度先の短期予測を行なう．このような地区毎の電話需要予測のためには適当な外生変数が通常見出せず，ARMA モデルによる予測を用いざるを得ない．データは1961～70年にわたる月間電話需要増である．1967年に万国博が行なわれたため，1967年のデータは異常値とみなし，1961～66年までのデータから得られた予測値によって67年の実績値に置換するという操作を行なった後，予測を行なっている．

時刻 t における需要の増分を y_t として，最も単純なＡＲモデル

$$y_t=325.85+1.0328y_{t-12}+a_t \tag{2}$$

が提案されている．このモデルで全変動中98％以上の変動が説明でき，電話需要は季節性と成長成分が支配的であることがわかる．

さらに，パラメータを増やしたＡＲモデルや ARMA モデルとの比較も行なわれている．

2.2 電話需要予測(2)

通信需要予測において，しばしば問題となるのは料金の変更である．途中に料金変更を含むデータに対し，回帰分析的手法と時系列分析的手法を併用することによっ

うえだ　とおる，さいとう　ひろし
ＮＴＴ交換システム研究所
〒180 武蔵野市緑町３—９—11

て，その問題を解消した例としてオーストラリアにおける新規電話需要予測の例を取り上げる [6].

分析，予測の対象となるのは62年7月から71年6月までの新規電話需要（月次）である．まず，その特徴を述べてみると，

① 設置料および年間レンタル料の値上げにより，64～65会計年度および70～71年度に需要が急に冷え込んだ．

② 64年以前は住宅用，事務局用電話は別料金であったが，データ上は住宅用，事務用の区別をすることができない．

といった点があげられる．

主として，①の点を克服するため，

(i) 料金の影響は回帰モデルにより説明し，

(ii) その残差項に対し，ARMA モデルを仮定することによって解析，予測を行なっている．時刻 t における需要を Y_t，同料金を X_t とする．前処理として，

$$x_t=100(X_t-X_{t-12})/X_{t-12} \tag{3}$$

$$y_t=100(Y_t-Y_{t-12})/Y_{t-12} \tag{4}$$

とおくことにより，原系列を前年同月比の料金増および需要増のデータに変換する．以下の作業は，このデータにもとづいて行なわれる．

まず，料金と需要の関係を表わすものとして，次の線形モデルを仮定する．

$$y_t=\beta+\gamma x_t+n_t \tag{5}$$

これに対し，通常の最小2乗法を適用し，回帰残差を求める．これを n_t と見なす．n_t に対して，

$$\phi(B)n_t=\theta(B)a_t \tag{6}$$

なるARMAモデルを想定する．n_t の階差に対する自己相関の系列から，

$$n_t=a_t+\theta_1a_{t-2}+\theta_2a_{t-12}+\theta_3a_{t-24} \tag{7}$$

をモデルとして採用する．これを入れた式

$$y_t=\beta+\gamma x_t+a_t+\theta_ta_{t-2}+\theta_2a_{t-12}+\theta_3a_{t-24} \tag{8}$$

に対して，データからパラメータを評価し，

$$y_t=10.59-0.91x_t+a_t+0.17a_{t-2}-0.56a_{t-12} \\ -0.25a_{t-24} \tag{9}$$

を得る．このモデルの妥当性は，χ^2 検定より支持される．

これをもとに1～36カ月先（68～69，69～70，70～71年度）の予測を行なっている．その結果，69～70年度は例外的に精度が悪いが，おおむね本モデルによる予測は妥当と結論づけている．

通信の需要予測では，前書きにも述べたように，これまで回帰モデルによるものが多く，利点も多い．一般には，それだけでは不十分であり，しばしば時系列的誤差構造を持つ．この論文は，時系列解析法と伝統的回帰モデル設定法が結びついており，1つの方向を示している．

2.3 国際テレビジョン伝送

ここでは，わが国で行なわれた国際テレビジョン伝送の月間伝送量（大西洋，インド洋，太平洋）予測について紹介を行なう [7]．まず予測対象である国際テレビジョン伝送の伝送量がこれまでの電話関連の予測対象とどのように違うかというと，

①ユーザー数がきわめて限られていること

②オリンピックなどのビッグイベントに伴って需要が短期的に増大する場合があること

③定時放送を除いて需要のある毎に，随時，回線を設定する方式をとっているため，変動が大きいこと

④衛星中継数の増加により76，77年頃を境に顕著な伸びを示していること

などである．これらの要因はいずれも予測を困難なものにすると考えられる．

ARMA モデルによる予測に先立ち，まず次のような前処理を行なっている．

(i)ビッグイベントによるピークを除去するため，予測対象および使用データをニュース番組および定時放送による伝送に限る．これにより上記②，③による予測の困難さが減少すると期待される．

(ii)原系列（月間伝送量）x_tに対し，対数変換後階差をとり，

$$y_t=\log x_{t+1}-\log x_t \tag{10}$$

として定常化を図る．y_tに対してARIMAモデルを用いる．

(iii)上記④に見られる現象のため，75年以前のデータを用いることは必ずしも予測上得策でないとの判断から，大西洋地域では75年7月，インド洋地域では76年1月，太平洋地域では77年7月以降のデータをもとに予測を行なうものとした．このことにより上記④の要因による問題はほぼ解消されると思われる．

さて得られたモデルは x_t を用いて書くと

$$(1-\phi_1B)(1-B)\log x_t \\ =\delta+(1-\theta_1B)u_t \tag{11}$$

となる．実績値と予測値の対比例を図1に示す．このモデルにもとづく予測により早急に新たなインテルサット衛星が必要となることなどが結論づけられている．

3. カルマンフィルタによる予測

ARIMAモデルの問題は，モデル同定部を完全に自動

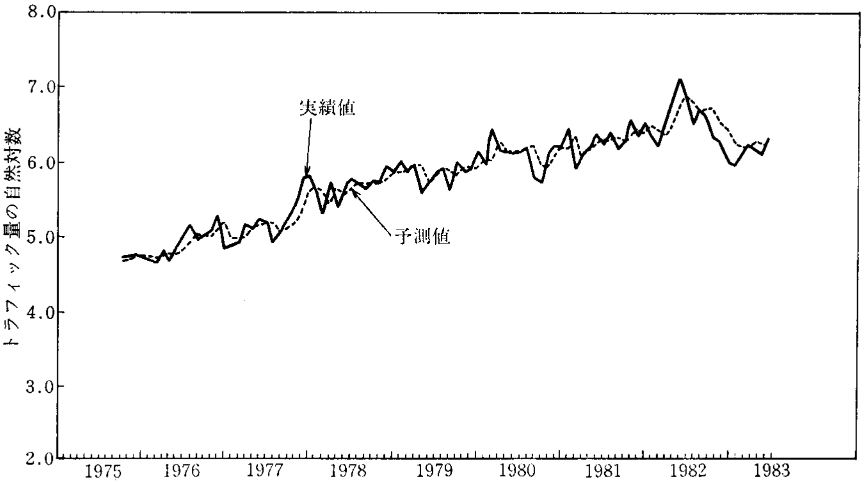

図 1　実績値と予測値の対比例[7]（大西洋地域）

化しきれない点にある．着信交換機毎に設定された回線群の呼量のように多数の時系列を解析対象とし，できる限り省力化を図りたい場合，Box & Jenkins 流の手続きを踏襲することはできない．それがカルマンフィルタによる予測の動機づけの1つになっている．以下では，カルマンフィルタにおける実用上の諸問題に対する手続きを盛り込んだベル研究所の Sequential Projection Algorithm [8] と名づけられたシステムによる回帰群呼量予測を例に取り上げる．また，ARIMAモデルによる解析例にも示したものと同様の問題点をもつ事例として特殊サービスと料金改訂の例を示す．

3.1　回線群呼量予測 [8],[9],[10]

通信網構築のためには，たとえば，回線群呼量の予測が必要となる．この場合，解析対象となる時系列数がきわめて多くなる．さらに，それらの時系列に含まれるデータ数は ARIMA モデルを用いるには十分ではない．

そこで，ベル研究所では，2次元の状態空間を持つカルマンフィルタを導入することによりこれらの点を解決しようとしている [9]．用いられるモデルは，x_t=(t 年における呼量，その年の増加呼量)' によって

$$x_{t+1}=\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}x_t+w_t \tag{12}$$

$$y_t=[1\quad 0]x_t+v_t \tag{13}$$

と書かれる．ここで，y_tは t 年における測定された呼量，w_t, v_t はノイズ項である．上記モデルに対し，カルマンフィルタにより繁忙季節回線群呼量の予測が行なわれた．そこでは過去のピーク呼量系列から年間のピーク呼量予測を行なうため季節性の調整などは不用である．さらに，1カ月半程度先の季節成分を考慮した呼量予測法も開発されている．

実際カルマンフィルタを起動するには初期値分布，各ノイズ成分の分散を同定する必要がある．初期値については，最初のTカ月分(数値例では16カ月分)のデータを初期値同定用と見なし，$y_t(t\leqq T)$が x_T の線形関数と平均0の相関のあるノイズ成分の和で書けることを利用し x_T に関する最小分散不偏線形推定量 $x_{T,T}$ とその推定誤差分散行列 P_T を導出している．$x_{T,T}$ および P_T をもとに時刻$T+1$からフィルタを動かす．分散の推定に関しては，詳細は述べられていないが，分散の推定精度が悪い場合でもカルマンゲインの更新を途中で打ち切り，定ゲイン化することによって頑健な推定が可能であると述べられている．

また，予測誤差の r.m.s. の2倍以上の予測誤差発生時には，それを異常値と見なし，測定値をしきい値（予測値± 2・r.m.s.）におき直して予測を続ける；異常値処理が2度続いた場合は，しきい値におき直す処理はせず，その測定値を初期値として，新たに予測を行なう，等の方法が考えられている．

これらの工夫は，いずれも自動化（省力化）を狙ったものと考えられる．

3.2　特殊サービスの需要予測[11]

国際電話や専用線などの特殊サービスの需要予測では料金改訂や大口加入者の転出といった要因を考える必要がある．そこで料金改訂のような特別な事象を外生変数として導入し，さらに，なんらかの要因による需要のジャンプの有無を判定するアルゴリズムを含むカルマンフ

ィルタが開発された.

まず，状態空間モデルは，季節性がないので**3.1**のモデルをもとに x_t=(第 t 四半期の呼量，同呼量増分)' とすると

$$x_{t+1}=\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}x_t+u_t+w_t \tag{14}$$

$$y_t=[1\quad 0]x_t+v_t \tag{15}$$

で与えられる．確定的変動要因に対する項 u_t が導入されている．その他は前節のモデルと同じであり，カルマンゲインも，打ち切り型のゲインとしている．

実際の予測では月次データをもとに需要にジャンプがあるか否か判定し，特別な事象に対応するジャンプがあった場合には，四半期毎のモデル(14)に照らして，ジャンプの大きさを推定し，それを u_t として与える．

これらの機能を具備することにより，平均予測誤差，r.m.s.誤差，安定性，誤設置率(網全体の予測誤差／網全体の実需要)，すべてに対して改善効果が認められた．

3.3 料金改訂の影響に関する考察

通信サービスでは，料金の改訂がつきものである．料金改訂に伴う需要の変化と同様に重要なものが料金改訂による収入の変化そのものの把握である．その例としてカルマンフィルタによる電話収入の分析をあげる[12].

第 t 月における月次収入を y_t とする．トレンド成分，季節成分，料金改訂成分，年度替わり成分を考慮した4つのモデルを用い，1カ月先の予測を60カ月分行なった結果，次のモデルがAICの意味では最良となった．

$$x_t=(T_t, T_{t-1}, S_t, \cdots, S_{t-11}, L_t)'$$

$$x_{t+1}=\left(\begin{array}{cc|ccccc|c}2 & -1 & 0 & \cdots & & 0 & & 0\\0 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & & 0\\\hline 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & & 0\\0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & & 0\\0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & & 0\\\vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & & \vdots\\0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & & 0\\\hline 0 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & & 1\end{array}\right)x_t+w_t \tag{16}$$

$$y_t=[1010, \cdots, 1]x_t+v_t \tag{17}$$

ただし，T_t を第 t 月のトレンド成分，S_t を同季節成分，L_t を料金改訂による変化分とする．T_0 を料金改訂時点とすると，$L_t=0(t<T_0)$ である．

本モデルを用いた場合の予測例を図**2**に示す．

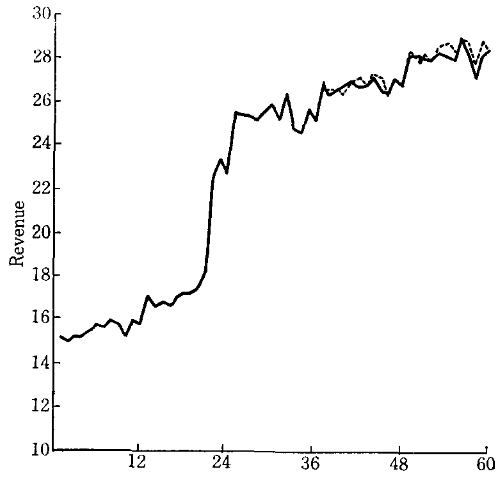

図 2 カルマンフィルタによる電話収入予測例[12] (1期～24期先予測)

4. おわりに

電気通信における時系列手法の応用として需要予測の例を述べた．特徴としては，

① しばしば季節性が認められる．

② 時系列データ長が必ずしも十分でない．

③ 予測対象の数がかなり多い場合があり，その場合はアルゴリズムの自動化・簡素化が必要となる．

④ 異常値の混入が認められる．

⑤ 需要レベルが突然ジャンプする例が散見される．

⑤ 料金改訂等の外生要因がある．

等であり，時系列解析上の障害がしばしば表われている．これらに対処するためのより一層強力なアルゴリズムの開発が今後必要と考えられる．

参 考 文 献

[1] 電電公社，需要予測概論，電気通信共済会(1966)

[2] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, "Time Series Analysis: Forecasting and Control", Holden-Day. (1970).

[3] 有本 卓, "カルマンフィルタ", 産業図書(1977).

[4] M. N. Youssef, "The Application of ARIMA Modeling to Central Office Usage Forecasting", ICC '80, 60.2.1-60.2.8 (1980).

[5] O. Tomasek, "Statistical Forecasting of Telephone Time Series", Telecommunication Journal, 39, 12, pp. 725-731 (1972).

[6] M. N. Bhattacharyya, "Forecasting the Demand for Telephones in Australia", Appl. Statist., 23, 1, pp. 1-10 (1974).

[7] 水池健，松本修一, "国際テレビジョン伝送トラヒ

ックの時系列解析", 国際通信の研究, 124, pp. 212-219 (1985).

[8] C. D. Pack and B. A. Whitaker, "Kalman Filter Models for Network Forecasting", The Bell System Technical Journal, 61, 1, pp. 1-14 (1982).

[9] J. P, Moreland, "A Robust Sequential Projection Algorithm for Traffic Load Forecasting", The Bell System Technical Journal, 61, 1, pp. 15-36 (1982).

[10] C. R. Szelag, "A Short-term Forecasting Algorithm for Trunk Demand Servicing", The Bell System Technical Journal, 61, 1, pp. 67-96 (1982).

[11] A. Ionescu-Graff, "A Sequential Projection Algorithm for Special Services Demand", The Bell System Technical Jorunal, 61, 1, pp. 37-66 (1982).

[12] 阿部威郎, 上田 徹, "状態空間モデルを用いた電話収入予測", 信学論 J-68A, 5, pp.437-443(1985).

新しいコラム "ORメモランダム" へぜひご投稿を

—みなさん, こんな話, アイディア, 経験は, ありませんか?—

平成2年1月号から, 上記の新しいコラムを設けます. このコラムは, ORにかかわる概念, 原理, 知識 (手法, 定理), それらの図解, よい教材や問題, 実学ORの実施経験, そこから得られた知恵やアドバイス, 失敗談と教訓, 新しい問題提起, 新しい観点, 視座, フレームワーク, 未だ解けていない問題, 面白い研究テーマなどを, "新鮮に", しかも, "コンパクトに" 表現し, 提示していただくものです.

だれでも, 自分だけにしまっておくにはもったいユニークなアイディアや概念, フレッシュな見方, 発想, 他の会員 (読者) に伝えて, 意見をたたかわせたい問題提起などがあるのではないでしょうか. どうアプローチしたらよいか分からない研究テーマなどもあるに違いありません. ふるってご投稿ください.

(原稿は, 刷り上がり. 半ページから3ページに納まるようにお書きください. なるべく, コンパクトに! 加筆訂正をお願いする場合があります.)