

バス停における意思決定

—シミュレーション—

若山 邦紘

1. 問題の状況

K先生の家は三田にある。今日はORの講習会があるので代々木まで行かなければならない。魚籃坂下からバスで目黒駅にでて、山手線に乗り換え代々木で降りて歩く。バス停でいらしながらバスを待ち5分ほどすると、五反田駅行きのバスが先きた。K先生はとっさにこれに乗ってしまった。図1は問題のマップである。

K先生の判断は正しかったであろうか。以下の条件で考えてみよう。

①目黒駅行きのバスは新橋駅発であり、朝の通勤時には時刻表どおりには到着しない。2台が続いてくることもあるが、10分より長く待つことはない。到着時間間隔は0分から10分の一様分布と仮定する。

②魚籃坂下から目黒駅まではちょうど10分かかる。

③魚籃坂下から五反田駅までは同じく10分かかる。

④山手線の外回りは、この時間帯では2～4分間隔で運行している。

⑤五反田から目黒までの所要時間は2分である。

バスを降りて山手線のホームまでの時間は10分の所要時間に含まれるものとし、山手線の停車時間は無視できるものとする。

2. シミュレーションによるアプローチ

シミュレーションを行なうための道具を用意しよう。まず、魚籃坂下から目黒駅までのバスの運行ダイヤを作る。

s_i : i 番目のバスの魚籃坂下発時刻

t_i : i 番目のバスの目黒到着時刻

$u(a, b)$: a から b の間に一様に分布する乱数
とすると、

$$s_i = s_{i-1} + u(0, 10)$$

$$s_0 = 0$$

わかやま くひろ 法政大学 工学部

〒184 小金井市梶野町3-7-2

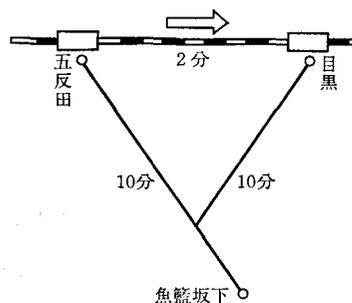


図1 問題のマップ

$$t_i = s_i + 10$$

と計算できる。

次に山手線の運行ダイヤを作る。

g_j : j 番目の電車の五反田駅発時刻

h_j : j 番目の電車の目黒到着時刻

とすると、

$$g_j = g_{j-1} + u(2, 4)$$

$$g_0 = 0$$

$$h_j = g_j + 2$$

となる。図2は90分のダイヤを重ねたものである。

3. シミュレーションの手順と結果

① $[0, 60]$ の一様乱数を1個ひいてきて、K先生のバス停への到着時刻とする。

②ダイヤの上で何番目のバスに乗り、何番目の電車に乗れるかを調べる。

③バス停へ到着してから k 分後 ($k=0, 1, 2, 3, \dots$) に五反田駅行きがきてこれに乗った場合、何番目の電車に乗れるかを調べる。ただし、目黒駅行きがきてしまえば五反田駅行きに乗ることはないから、その時刻までの間を調べればよい。

④何回か①～③を繰り返したら、別のダイヤに取り替えて同じ実験を行なう。

図3は上記の実験の結果である。どちらに乗るのが有利かその相対度数を示す。五反田駅行きがくるまでの待

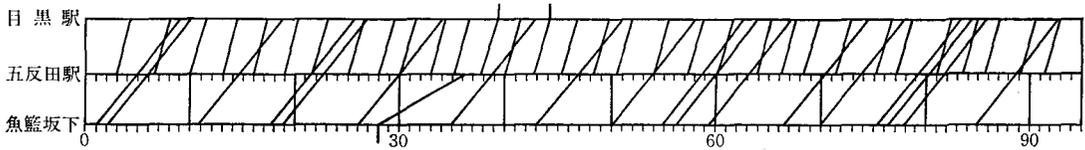


図 2 バスと山手線の運行ダイヤ

(28分にバス停に到着, ただちに五反田駅行きに乗ると, 目黒駅行きを待つより 2 台早い電車に乗れる)

ち時間が短いうちは, 五反田駅行きに乗る方が早い電車に乗れるケースが多く, 待ち時間が増えるにしたがい目黒駅行きを待った方がよいケースが多くなる. 実験の結果からは, 有利不利の境が待ち時間 4 分となるから, K 先生の待ち時間 5 分で五反田駅行きに乗った判断はいらして待つ不愉快さを考慮すればむしろ適切な判断と言えよう.

本例題のような列車, バスの運行の問題の他にも, 工場における台車, クレーン, リフトなどの運行に絡んだ問題ではダイヤの上でいろいろな状況を目で見ながら簡単にシミュレートできるので便利である.

4. 解析的な解答

この問題では解析的に答えを求めることができるシミュレーションによる答えと比較してみたい.

この問題では K 先生がバス停に到着後何分か経過して五反田駅行きのバスがきた時点から目黒駅行きのバスがくるまでの時間が, 山手線の五反田から目黒までの所要時間 2 分より短いかが判断の基準となる.

バス停に到着してから目黒駅行きがくるまでの待ち時間 w の分布 $g(w)$ は, 更新理論における余命分布であり, バスの到着間隔 t の分布関数を $F(t)$, その平均を μ とすると,

$$g(w) = \frac{1 - F(w)}{\mu}$$

となることが知られている. ここでは,

$$F(t) = \frac{t}{10}, \quad 0 \leq t < 10$$

$$= 1, \quad t \geq 10$$

であるから,

$$g(w) = 0.2 - 0.02w$$

となる.

われわれの問題は K 先生がバス停に到着してから, 五反田駅行きがくるまで x 分待つ, さらに目黒駅行きがくるまでの待ち時間 $W(x)$ の平均 $E(W(x))$ が知りたい. 条件付き確率の計算から,

待時間	目黒	同じ	五反田
0 分	MMM		GGGGGGGGGG
1	MMM		GGGGGGGGGG
2	MMM		GGGGGGGGGG
3	MMMM		GGGGGGGG
4	MMMM		GGGG
5	MMMMM		GGG
6	MMMMMM		GG
7	MMMMMMMM		
8	MMMMMMMMM		
9	MMMMMMMMMM		

図 3 シミュレーションの結果

$$E(W(x)) = \frac{\int_x^{10} (w-x) g(w) dw}{\int_x^{10} g(w) dw}$$

$$= \frac{10-x}{3} \leq 2$$

より, $x \leq 4$ で五反田駅行きに乗ることになり, シミュレーションの結果と一致した.

5. 5 分間で答えを出せと言われたら

OR では与えられた時間に応じて答えを出す方法を考えろと言われる. いままで述べた方法はいずれも 5 分ではとうてい片づかない.

五反田駅行きに乗る場合と目黒駅行きを待つ場合について, 目黒駅を山手線で発車するまでの平均時間をそれぞれ $G(x)$, $M(x)$ と書こう. 極端なケースとしてきわめて楽観的に考えると, 待ちは一切なく,

$$G_0(x) = 10 + 2 = 12$$

$$M_0(x) = 10$$

したがって, 頑固に目黒駅行きを待つ.

一方, 悲観的に考えれば,

$$G_p(x) = 16$$

$$M_p(x) = 24 - x$$

であるから, $x \leq 8$ (分) なら五反田駅行きに乗る.

平均的な場合として,

$$G(x) = (G_0(x) + G_p(x)) / 2$$

$$M(x) = (M_0(x) + M_p(x)) / 2$$

と考えれば、 $x \leq 6$ では五反田駅行きに乗る。5分でもOR的思考はこの程度の答えは出してくれる。

参 考 文 献

- [1] OR演習小委員会, ORワークブック, 日科技連
- [2] D. R. Cox, Renewal Theory, Methuen

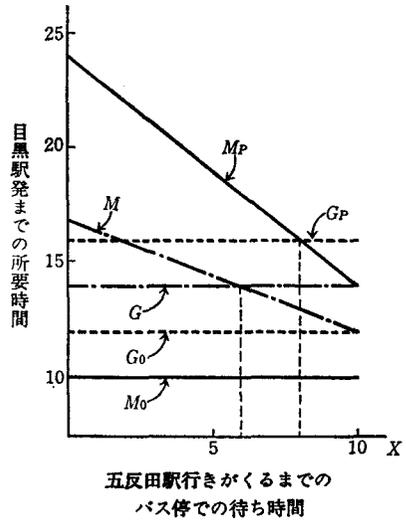


図 4 5分間ORによる解答

報文集価格表 (会員価格)

T-73-1	ネットワーク構造を有するオペレーションズ・リサーチ問題の電算機処理に関する基礎研究	1200円
T-76-1	オペレーションズ・リサーチのためのデータとプログラムに関する研究	4000円
T-77-1	システムダイナミックス——方法論と適用例	2500円
R-79-1	「ORの実践とその有効活用」視察団報告	1200円
R-82-1	「欧州におけるOR実施状況」視察団報告書	1200円
R-84-1	「米国におけるORの実践」視察団報告	1200円
T-86-1	「南北協力の新しい戦略——マイクロ電子技術を起爆として——」	3500円
R-88-1	「南米諸国とのOR交流視察団」報告書	1200円