対話型多目的計画法

中山　弘隆

1.　重み付けとモグラたたき

数理計画法においては目的関数や制約関数を定式化した段階で解はすでに決まってしまう．したがって，求解の技法もさることながら数理計画においては適切な定式化が何よりも重要となる．そのため，意思決定者の所望の解を得るには注意深く何度も問題の定式化を吟味しなければならない．そこで，1つの定式化が1つの解を規定してしまうよりも，むしろ1つの定式化に対しある程度の解の候補を規定するにとどめるという自由度をもたせた定式化の方が多様な価値観に対応できる．意思決定者の価値観の多様性に対し「開かれたシステム」にするのである[1]．そのようなものの1つとして多目的計画法がある[2]，[3]，[4]．

たとえば，カメラのレンズ設計を例にとってみよう．そこで問題になるのはコストはもちろん，レンズの大きさ・重さ，さらに，像の明るさや種々の収差といった結像性能である．これらの評価基準は100個以上になることもしばしばあり，特に最近流行のズームレンズになると，たとえば広角と望遠とでは明るさや焦点深度の点で全く相反する性質をもっており，これを1つにまとめ上げるというのは結局どこか「適当な」ところで妥協するということになる．妥協する点をうまく定めるのが設計技師の腕の見せどころであり，またそのような個人差は「レンズの味」の違いとなって出てくるのである．このような問題では評価基準全体のバランスが重要であるから，どれか1つ（たとえば，コスト）だけを目的関数にとり他を制約にするという通常の数理計画の定式化よりも，すべての評価基準を同格に取り扱い，全体を見ながら調整していくというアプローチの方が自然である．

以下，ガラスの種類やレンズの群構成が一応与えられた場合を考える．このとき，設計変数としては群を構成するレンズの面間隔や曲率等がとられる．先にあげた各評価基準はこれらの設計変数のexplicitな関数形として与えることはできないが，ray trace という一種のコンピュータシミュレーションによって容易にその値を求めることができる．したがって，レンズ設計問題は多目的計画の問題として次のように定式化される．

【問題L】

$$\mathrm{Min}\ \{f_1(x),\cdots,f_r(x)\}$$

$$\text{subject to}\ x\in X.$$

ただし，評価基準 f_i がちょうどある値 $\bar{f}_i$ になることが望ましいときには $f_i(x)$ の代わりに $\|f_i(x)-\bar{f}_i\|$ とおいて最小化に帰着させる．

このような多目的問題に対しては，すべての目的関数を同時に最小化する解は一般には存在せず，ある目的関数を改善するには他を犠牲にせざるを得ないという状態（Pareto 最適）がまず解の候補として定義される．意思決定解はこの Pareto 解の中から意思決定者の価値観に合うように選び出される．この段階で，実際によく行なわれている方法は目的関数の重み付き和

$$F=w_1f_1(x)+\cdots+w_rf_r(x) \qquad (*)$$

をX上で最小化することである．

レンズ設計問題においては，各$f_i(\cdot)$の形はわからず，各xに対する$f_i(x)$の値が ray trace によって求められるに過ぎないから(*)の最小化はそれほど容易でない．それに加えて，意思決定者（設計技師）の価値判断は(*)の中の重み w_i に反映されるわけであるが，思いどおりの解を得るための適切な重みがなかなかうまく決められない．レンズ設計においてしばしば見られるように評価基準が100個以上にもなると，ある評価基準を改善するために，その重みを大きくすれば，他の評価基準が思った以上に悪くなってしまうということがよくある．こちらを押さえればあちらが上がりすぎ，こんどはあちらを押さえればまた別のところが上がってくるという「モグラたたき」の現象に悩まされることが多い．このモグラたたきのために，適切な重みを定めて思いどおりの解を得るまで数週間から数か月かかることもあるという．

適切な重みがなかなかうまく定められないのは，重みと解の間にはっきりした定量関係がないからである．さらに，ＬＰ型や非凸な問題等には線形加重和をとる限り，

なかやま　ひろたか　甲南大学　理学部
〒658 神戸市灘区岡本8－9－1

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

どのように重みをとっても思いどおりの解が得られない場合もある[5]. このように，加重和で複数の評価基準を統合することによって意思決定者の価値観を表現してから通常の数理計画の問題として解こうとするのは無理，もしくは効率の悪い場合が多い.

2. 対話型多目的計画法
——モグラたたきを避けるために——

レンズ設計問題においては，レンズの性能上必要とされる各評価基準の値は大体今までの経験からわかっている. その希望値を調整することにより評価基準全体のバランスを図ることができれば作業がやりやすい. 各評価基準に対し，この程度あれば満足できるという水準のことを希求水準と呼んでいる. 希求水準を調整しながら思惑通りの（もしくは，できる限りそれに近い）解を得ようとする方法がいくつか考えられている[2], [3], [4]. その中の1つである満足化トレードオフ法[6]を簡単に説明する.

コストなら0というように必ずしも実現可能ではないけれども理想的な値を理想点として定め，それを$f_i^*(i=1,\cdots,r)$とおく，与えられた希求水準$\bar{f}_i(i=1,\cdots,r)$に対し，

$$w_i=\frac{1}{\bar{f}_i-f_i^*} \tag{2.1}$$

として次の補助問題を解く.

【問題AP】

$$\min_{x,z} \quad z$$

subject to

$$w_i((f_i(x))-f_i^*)\leqq z \quad i=1,\cdots,r$$
$$x\in X$$

この解をx^kとする.

得られた$f(x^k)$に満足すればそれで終わり，そうでなければ，もっと改善したいと思う目的関数に対し新たな希求水準を入力する. 問題APを解いて得られた解はもはや他を犠牲にすることなくある目的を改善することはできないという Pareto 最適（この場合，厳密には弱 Pareto 最適）な状態であるから，先に改善だけを入力した新たな希求水準のままでは実現不可能である. そこで他の目的関数を譲歩させることになるが，どこまで譲歩させるかをマニュアルで入力してもよいし，また操作を簡単化するために数理計画における感度解析を用いてコンピュータに計算させることもできる. このようにして新たな希求水準が与えられた段階で再び問題APを解く. 以下，満足できる解が得られるまで同様の手続きを行なう.

この方法には次のような特徴がある.

(i) 与えられた希求水準が実現可能であれば，問題APを解いて得られる解はすべての評価基準に対してそれらの希求水準をクリアーしたうえで，さらにできる限りその水準を改善しようとしたものである.

(ii) 希求水準が実現不可能な場合でもそれに「最も近い」解を提示する.

(iii) 各目的関数をある意味で平等に取り扱っている.

(iv) 問題APの$f_i(i=1,\cdots,r)$に対する Lagrange 乗数はf_i間のトレードオフ比を与えている. これを見ることにより，トレードオフを容易にすることができる.

3. 斜張橋精度管理問題への応用例[7]

瀬戸大橋の櫃石島橋に代表される斜張橋は架設時，ケーブル張力および橋梁のたわみ形状（キャンバー）が計画値に一致するようにケーブルの長さの調整（シム調整）を行なっている. このような架設精度管理を主要な架設段階で行なうことにより，完成時には応力状態，たわみ形状が設計時の所定の精度内で実現されるよう図っている.

いま，シム調整を行なうさいのケーブル剛性の変化を無視して構造に線形性を仮定すると，シム調整に対するケーブル張力の残留誤差およびキャンバーの残留誤差はそれぞれシム調整量の線形関数として表わされる. したがって，問題はLP型の多目的計画であり，目的関数はケーブルの数だけの調整量とケーブル張力誤差，および着目点の数だけのキャンバー誤差となる.

図1はある希求水準に対する残留誤差をディスプレイ上に図示したものである. さらに残留誤差を小さくしたいものがあればそのレベルをマウスで入力し，再度計算し直せばよい. このように問題に応じた入出力の方法を工夫し，意思決定をさらに容易にするのがよい.

4. むすび

ここで述べた方法は，他の問題にも容易に応用できる. たとえば，図1の横軸を時間にとれば長期投資計画等の問題に応用可能である. また，希求水準を手がかりにするため，ユーザーの価値観に柔軟に対応できる. たとえばポートフォリオ選択問題では投資者の好みに応じた解を容易に提示することができる. このように，コンピュータが解を決めてしまうというイメージを与えるの

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

でなく，あくまで人間が所望の解を得られるようにする工夫が応用上重要である．

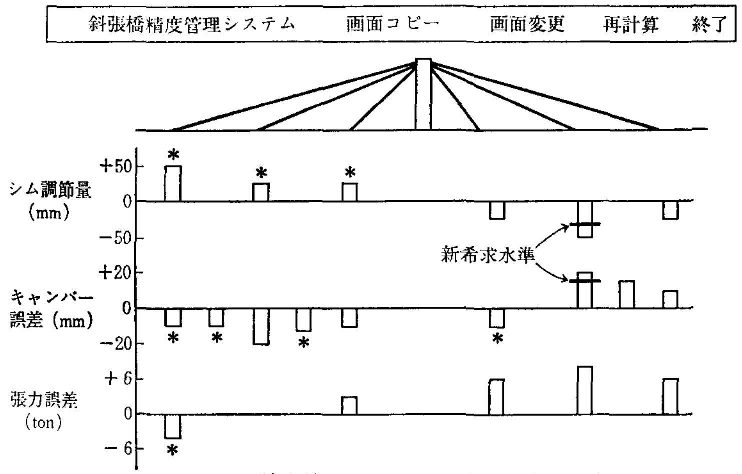

図 1 斜張橋精度管理システムのディスプレイ画面
(マウスによって新希求水準を入力しているところ)

参 考 文 献

[1] 椹木，中山，中森：新しいシステム工学入門，しなやかなシステムズアプローチ，オーム社(1988)

[2] 志水：多目的と競争の理論，共立出版 (1982)

[3] 田村編，大規模システム，第5章多目的計画法，昭晃堂 (1986)

[4] 伏見，福川，山口：経営の多目標計画，森北出版 (1987)

[5] 中山：対話型多目的計画法一方法と応用，オペレーションズ・リサーチ，Vol. 33, pp. 375-381 (1988)

[6] 中山：多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案：計測自動制御学会論文集，Vol. 20, pp. 29-35 (1984)

[7] 古川，井上，中山，石堂：多目的計画法を用いた斜張橋の架設時精度管理システムに関する研究：土木学会論文集，第374号/I-6, pp. 495-502 (1986)

AHPソフトを用いた選択型意思決定

真鍋　龍太郎

意思決定の問題は複雑なことが当り前だが，いくつかの案の中から選択する判断基準をめぐってのことが多い．そんな時にはAHP (86年8月号，89年4月号本誌特集参照) で整理してみると良い．

筆者の所属している学科(情報学部情報システム学科，理科系よりも文科系志向でコンピュータをいじりたいという学生が多い) で入学してきた学生に最初にどんなプログラム言語を教えたらよいかが最近も議論になった．情報システムのユーザー指向の教員と，システム (あるいはプログラム)開発指向の教員とでは意見が分れるし，学生の能力や勉学の態度までを考慮した教授法のことになると，多様な経験がある者同士での議論で熱もはいり，堂々めぐりの議論もしかねない．

議論の中心は自分の主張する言語がなぜ望ましいかという，言語の選定の判断基準にある．筆者は研究室のパソコンで，問題を階層図に描いて整理したうえで，同僚たちに示して評価に加わってもらい検討した．

こんな時は，デモの道具として，階層図を描く道具として，後の計算を利用者に何の負担もなくしてくれることもあって，適当なソフトを使ってパソコンの前に座ってするのがいい．

階層図を描く

どんな基準で選定するかに議論が集っていたところで書いたので，割に簡単に階層図を書けた．

筆者の使っているソフトでは，新しい問題を始めると，まず問題の最終目標の説明を聞かれる．これを入力すると自動的にレベル0の「目標」というノードが画面中央にできる．ノードを挿入するコマンドをメニューから選んで，この下にレベル1の選択の基準のノードを作り，その名前を入れる．

まなべ　りゅうたろう　文教大学　情報学部
〒253 茅ケ崎市行谷1100

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．