当選確実!?

柳井　浩

選挙戦が始まる．対立候補が激しい選挙戦を繰り広げる．選挙参謀やら，新聞記者やら，“選挙の玄人たち”は票を読む．X候補が有利だとか，Y候補が駄目だとか，素人のわれわれにはどうやって調べるのか見当もつかないことを調べ上げ，各陣営は一喜一憂．——いや，不利と見せかけて，実は同情票を集めようとしての戦術だったりする．

開票が始まる．開票はいろいろな地区の分が同時に進行し，逐次に集計される．それまでの集計をもとに予想がたてられ，報道される．X候補優勢——当選確実——いや一転してY候補当選．——そんなこと，しばらく辛抱していれば，どうせ，結果はわかることだから，急いだって仕方があるまい——とそう言ってしまえば，身も蓋もない．何と言っても，一刻も早く知りたいのが人情でもある．

さて，時々刻々入ってくる開票の集計結果をどのように料理して，優勢とか，当選確実という予想をするのだろうか？　統計屋さんはすでにいろいろとやっているようだし，その道の玄人には周知のことかも知れないが，素人風に，OR屋風に考えてみることにする．

話をわかりやすくするために，XとYの2人の対立候補の間で争われる選挙戦を考えよう．それに，開票も1，2，3，4の4地区で，その順に行なわれるものとする．投票が終われば，その時点で，各地区での投票数 n_1, n_2, n_3, n_4 がわかる．したがって，地区 i の開票が終わった時点における開票数 N_i は

$$N_i=n_1+n_2+\cdots+n_i \qquad (1)$$

である．

さて，地区 i までの開票が終わった時点における，X候補とY候補の得票数 $x(i)$ および $y(i)$ を座標平面上の点として表わそう．開票開始時点($i=0$)には，座標原点にあったこの点は，開票の進行につれて，x，y 両者とも次第にその値を増しつつ，地区 i の開票を終わるたびに直線

$$x+y=N_i \qquad (2)$$

上で折れ曲がる折れ線を構成し，開票が完了すれば，線分PQ：

$$x+y=N_4 \quad x,y\geqq 0 \qquad (3)$$

上の1点 F に到達する．そのとき，$x>N_4/2$ ($x<N_4/2$) すなわち，図でいえば，点 F が線分 (M, P] ([Q, M)) 上に位置するとき，X(Y)候補の当選ということになる．ここに，MはP$(N_4, 0)$ およびQ$(0, N_4)$ の中点である．

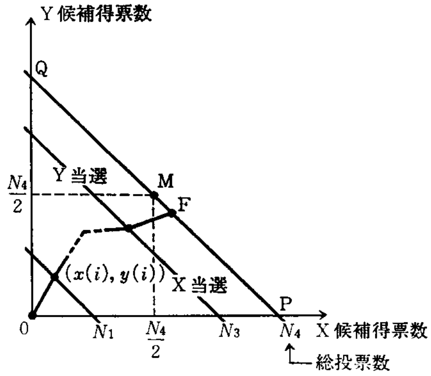

図 1　開票過程の図解

そこで，われわれの問題は開票進行中に当落の結果を予測すること，図でいえば，折れ線 $(x(i), y(i))$ が線分PQに到達せず，まだ中間的な位置にあるときに，曲線の終端点Fが，中点Mのどちら側に到達するのかを予測することである．

まず，はっきり言えることは，折れ線$(x(i), y(i))$が，点Mを通る鉛直線や水平線を横切れば，当落は完全に定まってしまう．いずれかの候補者の票が過半数を上回ってしまうからである．

もう少し，話のキメをこまかくしよう．各地区($i=1, 2, 3, 4$)において，X候補の得票率の下限 l_i と上限 u_i が読めるものとしよう．つまり，これ以上は絶対確実，これ以上はどうしても無理という2点である．さらに言い換えれば，X陣営側の悲観値と楽観値である．

やない　ひろし　慶応義塾大学　理工学部
〒223 横浜市港北区日吉3－14－1

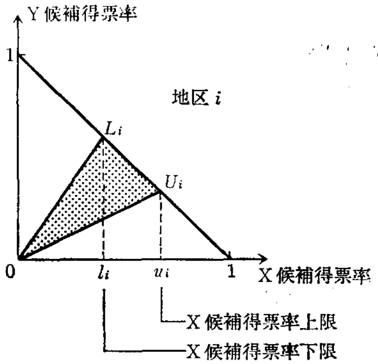

図 2　得票率の３角形

言うまでもなく，両候補の得票率の合計は１になる．だから，Y候補の得票率の下限は$1-u_i$，上限は$1-l_i$ということになる．X候補の得票率をヨコ軸，Y候補の得票率をタテ軸にとって図示したのが**図２**である．X(Y)陣営の悲(楽)観点をL_i，楽(悲)観点をU_iとしよう．原点Oとこれらの２点からなる３角形を**得票率の３角形**と呼ぶことにしよう．

さて，地区iの投票数はn_iであるから，得票率の３角形を各々その大きさに拡大して，上限は上限に，下限は下限につないでいけば，折れ線$(x(i), y(i))$の動きうる範囲が求まる．こうして描いたのが**図３**である．作図は，得票率の３角形と軸を平行にとっておけば，あとは得票率の３角形の辺と平行な線分をつないでいくだけだから，いたって簡単である．

今度は話を逆にしてみよう．いま，地区iの開票が終わった時点において，折れ線が点R(**図４**)にさしかかったとしよう．そのとき，地区iの開票直前には，折れ線は

$$x+y=N_{i-1} \tag{4}$$

という直線上のある１点Sに位置していたことになる．正確な位置は，両候補の得票数がわかれば決まるが，範囲だけなら，得票率の３角形を裏返しにしたものを逆にたどっても定めることができる．

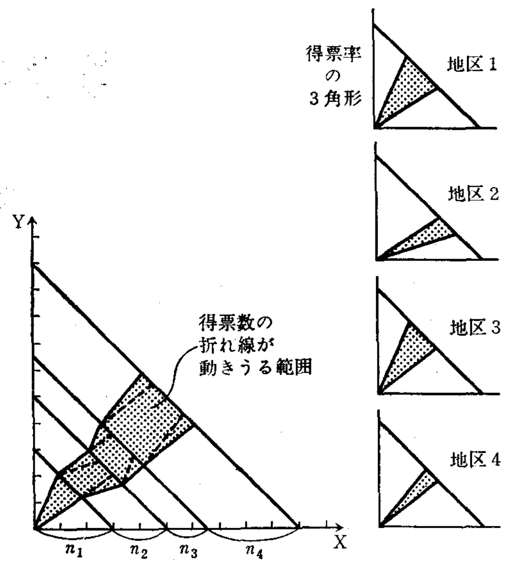

図 3　得票数の折れ線の動きうる範囲

すなわち，点Rを通ってそれぞれ辺OUi (OLi) に平行な直線が，直線(4)と交わる点をVおよび(W)とすれば，点Sは区間[V, W]上に位置することになる．逆にいえば，この範囲外にある点からは決して点Rへは移り得ない．折れ線はこの区間では，そんなに大きな勾配も，ゆるやかな勾配ももち得ないからである．さらに，別の言いかたをすれば，折れ線$(x(i),\ y(i))$が，直線(4)をVより上(Wより下)側の点で横切るときには，直線(2)を点Rより下(上)側で横切ることはないのである．

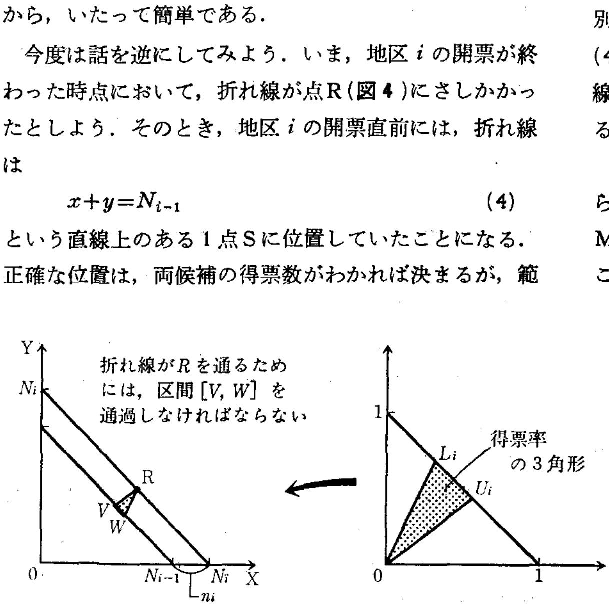

図 4　折れ線がある１点を通過するための条件

そこでさらに，直線(3)上の当落分岐点である点Mから始めて，この論理を用い，得票率の３角形を用いて点Mに到着しうる範囲を定めたのが図５である．折れ線がこの範囲内にいない限り，点Mには到達しえない．この範囲の境界線を**当確線**と呼ぼう．すなわち，**図５**の折れ線が当確線を越えたとき当落は決まってしまう．当確線や折れ線の動き得る範囲から，さらにさまざまなことが読み取れることは読者諸賢もお察しのことと思うが，紙幅の制限があるので割愛する．

このようにして当確線を求めることができたが，以上の話はかなり限定された状況設定のもとで進められてきた．それに関して２，３注意をしておこう．

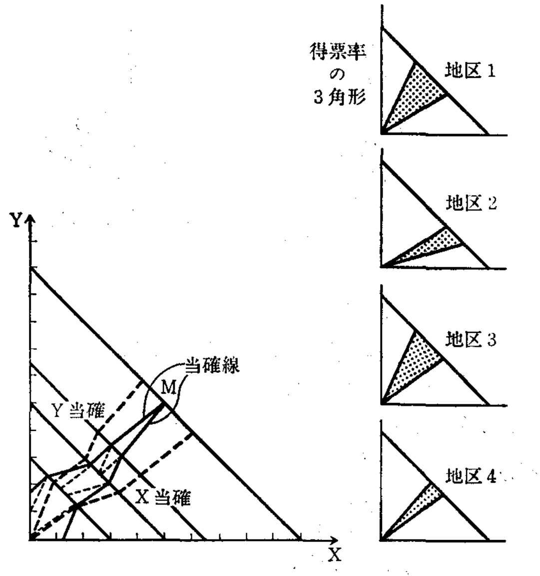

図 5　当 確 線

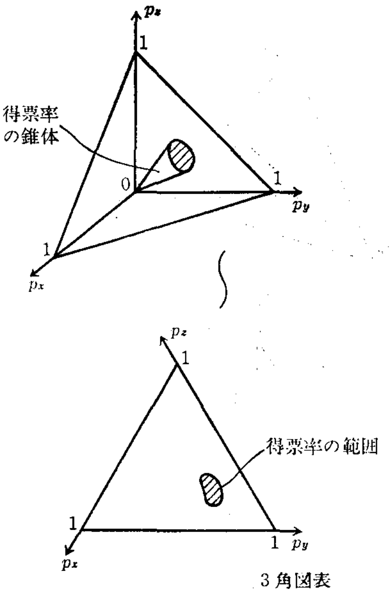

図 6　得票率の錐体

①　本稿では，地区の数を4カ所としてきたが，この数が増えても，これまでの説明に本質的な修正が必要になることは何もない．同じ手順を繰り返すだけのことである．また，各地区の開票結果が部分的に行なわれる場合にも，各部分を1つの地区だと考えて扱えばよい．

②　開票の順序は，1，2，3，4と定まっているものとして話を進めてきた．この順序が変われば，当確線も変わる．いま，いくつかの地区が開票され，開票数が N_* になれば，折れ線は，

$$x+y=N_* \tag{5}$$

という直線に到達している．ところで，この直線と当確線が交わる点について考えてみよう．当確線の勾配が得票率の3角形で定まり，その区間の幅が各地区の投票数 n_i で与えられることから，これらを“加え合わせた”ものとして定まるこの点は，以後に開票されるべき地区の集合には依存しても，その順序には依存しないのである．

実際問題として，開票結果が発表される順序は，必ずしも，事前に確定されているとは限らない．しかし，未開票の地区と，その投票数さえわかれば，途中結果が発表される度に，計算機によって当確線を計算し直すことができる．

③　本稿の当確線は，各地区の得票率の上下限をもとに作図した．この上下限の性格について2，3考えてみる．

言うまでもなく，何の情報も得られないときでも，上下限をそれぞれ $l_i=0$，$u_i=1$ とすることができる．実際，図1において，点Mを通る水平線と鉛直線が当確を決定することはすでに指摘したが，これらは $l_i=0$，$u_i=1$ とした場合の当確線に他ならない．しかし，“玄人たちのもたらす得難い情報”が得られるのならば，これを役に立てなければ意味がない．それらを最も単純な形で取り入れたのが，上下限の値を指定する方法である．

さらに，この上下限にしても，実際問題としては，絶対的なものとはいえないから，ここに確率分布やら，信頼区間やら，ファジィ集合論やらを導入することも可能だし，それまでの開票の結果をみて，未開票の地区の得票率の3角形を修正することを考えてもよい．そんな論文ももうどこかにあるだろう．

④　候補者の数は2名として考えてきた．しかし，3名以上の場合も考えておかなければならない．n 人の候補者の場合には，n 次元空間内の折れ線によって開票の進行が表わせるから，これが，ある範囲に入ったときに候補者の当落が定まるような領域……当確領域を定めればよい．しかしながら，ここで問題となるのは各地区における得票率の与え方である．

問題点を明らかにするために，候補者が3名の場合を取り上げよう．3名の候補者X，Y，Zの，ある地区における得票率を p_X，p_Y，p_Z とすれば，

$$p_X+p_Y+p_Z=1 \qquad p_X,\ p_Y,\ p_Z \geqq 0 \tag{6}$$

という等式が成立するから，これらは3角図表上の1点に対応させられる(図6)．

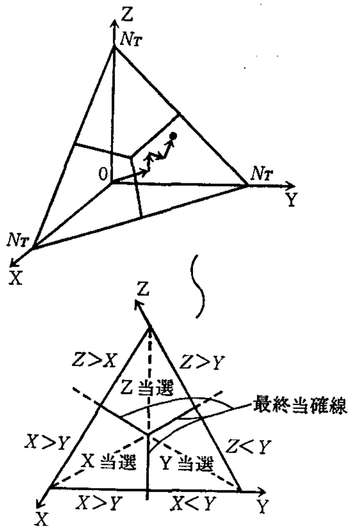

図 7 最終当確線

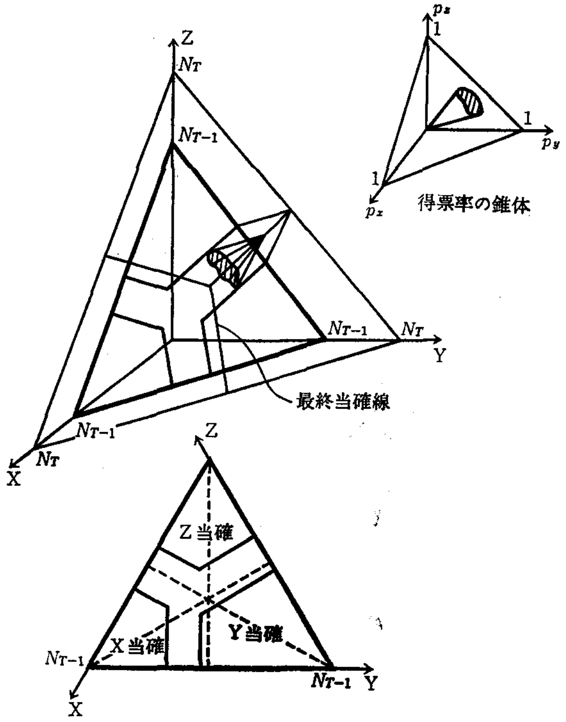

図 8 中途段階の当確領域

したがって，得票率の範囲はこの3角図表上の1つの領域になる．そして，この領域は“玄人たち”の読みによって与えられるものである．各候補者の得票率の上下限を推定してもらうのも，1つの方法であるが，これらが，整合性をもつとは限らない．たとえば，正3角形とか，円など，わかりやすく，数学的にも扱いやすい形で“玄人たちの読み”を取り込む工夫が必要である．

とにかく，このような方法で p_X，p_Y，p_Z が作る3次元空間内で，原点を頂点とし，この領域を底面とする錐体を定め，これを**得票率の錐体**と呼ぶことにする．

これをもとに当確領域を定める方法も2人の候補者の場合とほぼ同様である．すなわち，開票が全部終れば，各得票数 x，y，z の和は総投票数 N_T に等しい：

$$x+y+z=N_T \qquad (7)$$

したがって，大きさ N_T の3角図表の上の1点に対応する(**図7**)．そして，各候補者の当選する領域は図に示すように，3角図表を3等分するような4角形である．この3領域の境界線を**最終当確線**と呼ぼう．

開票の中途段階における各候補者の得票数もそれまでの開票数の大きさをもった3角図表上に表わせるが，そこにおける当確領域は3次元空間において，最終当確線から，各地区の得票率の錐体を投票数倍して，逆向きにして（符号を変じて）つないで作られる．その結果，たとえば，**図8**のような形のものが得られる．

このような計算は，得票率の錐体の形によっては数理計画法の面倒な問題にもなる．やはり，錐体の与え方には，玄人との擦り合わせも含めて，十分な配慮が必要である．

3人以上の場合にも，同様の議論をすればよいのだが，実際問題として，あまり多数の候補者を考える必要もない．実際の選挙を思いめぐらしても，多数の候補者の中には，動員した有権者の数しか得票の見込めない特殊政党の候補者や，有権者の気まぐれしか当てにできない泡沫候補もいる．有力競合候補者以外は1人にまとめて，その分を割り引くなり，差し引くなりしておけば，始末のつく話である．だから，結局のところ，せいぜい5名ぐらいを上限としたソフトウェアを作っておけばよい．

当落予想の問題，OR風にまとめてみるとこんな風になります．