総合報告

確率スケジューリング問題について

木瀬 洋，塩山 忠義

1. 緒　　言

スケジューリングは本特集でも見られるように種々の分野においてシステムの運用効率を高めるための重要な手段である．本稿は，たとえば多種少量生産システムのモデルとしてしばしば研究対象となっている機械スケジューリング問題（以下では単にスケジューリング問題と言う）を取り上げる．

すなわち，多種の要素の一連の処理（これをジョブという）を数台の機械で行なうとき，与えられた評価関数(たとえばジョブの最大完了時間)の値を最適（最小）にするよう，各機械におけるジョブの処理順序を決定する問題である．スケジューリング問題は代表的な組合せ最適化であり，解(スケジュール)の数は有限であるが膨大であり，その中から最適解を見い出すことは原理的には可能であっても実際上きわめてむずかしいという特徴を有する．

スケジューリングに必要な全データがあらかじめ確定している場合を確定スケジューリング問題，データの一部が不確定(すなわち，確率変数)である場合を確率スケジューリング問題と言う．ただし，ここでは確率変数の分布は既知とする．本稿の主目的は確率スケジューリングに関する詳細な文献調査ではなく，確率スケジューリングのむずかしさを確定スケジューリングと比較して論ずることである．(最近の研究状況を解説したものとして文献[11]がある)

確定スケジューリングの研究の歴史は他のORと同じくらい古く，かつ現在も活発である．特に1970年代初期に Cook [8] および Karp [26] によって提唱された組合せ最適化に対するＮＰ完全理論により飛躍的に発展した(たとえば文献[20, 27]参照)．しかしこれらの結果の大部分はすべてのデータが既知で時間とともに増加も，変化もしない，いわゆる静的な場合である．他方，確率スケジューリングは（結果として静的な場合もあるが）本質的には動的である．(少なくとも時間とともに処理状態が徐々に確定していく．)このため確率スケジューリングは単に組合せ最適化だけではなく，確率過程における最適制御問題でもある．

１つの確定スケジューリング問題に対応する確率スケジューリング問題としてここでは２種の定式化を取り上げる．１つは，たとえば(確率変数である）ジョブ最大完了時間の期待値を最小にする問題である．この種の問題を期待値最小化スケジューリングと言うことにする．他は，たとえばジョブ終了時間が納期を越える確率があらかじめ決められた値以下ならば納期遅れでないとした上で納期遅れジョブ数を最小にする問題である．この種の問題を確率制約スケジューリングと言うことにする．

きせ　ひろし，しおやま　ただよし　京都工芸繊維大学
工芸学部　機械工学科
〒606 京都市左京区松ケ崎

いずれの場合も確率変数の分散を0とすれば，確定型になる．したがって確率スケジューリングは確定スケジューリングの一般化と見なされる．しかしながら，確定型が解けなくても対応する期待値最小化スケジューリング問題が解ける場合がしばしば存在する．この原因は仮定された確率分布の特異性にある．すなわち，解ける問題のほとんどは指数分布またはそれに類する分布を仮定している．このことによって最も簡単な確率過程(いわゆるマルコフ過程）が保証されることになる．この状況は信頼性や待ち行列の理論と軌を一にするところである．したがって，指数分布の場合は確定型の一般化ではなく，別のクラスであると言える．他方，確率制約スケジューリングの研究は現在まで多くを見ない．にもかかわらず，次のような理由でこの問題は重要である．この問題ではデータの分布として正規分布がむしろ扱いやすい．正規分布は，たとえばジョブ処理時間については少なくとも指数分布より実際に即応している場合が多い．かつ，正規分布は任意の確定値（一定分布）の完全な一般化である．

このような背景のもとで，以下では問題の分類と計算複雑性に関する予備知識を述べた上で期待値最小化スケジューリングおよび確率制約スケジューリングの各々について論じることにする．

2. スケジューリング問題と計算複雑性の分類

ここでは以下の論議の便宜のため，問題の分類と問題のむずかしさ（計算複雑性）の表現について簡単に述べる．

2.1 問題の分類

従来の確定スケジューリング理論では問題を3つの特徴α，β，γで分類し，$\alpha|\beta|\gamma$と記すことが多い（たとえば［11,20］参照）．ここでもこの分類に準拠する．

αは機械数に関するもので，主な例を以下に示す．

$\alpha=\underline{1}$：システムは1機械からなり，各ジョブは一度だけ処理される．1機械問題と言う．

$\alpha=\underline{P_m}$：システムはm台の同一機械からなり，各ジョブはいずれか1台の機械で一度だけ処理される．同一並列機械問題と言う．

$\alpha=\underline{Q_m}$：システムはm台の処理速度の異なる機械からなること以外はP_mと同じである．一様並列機械問題と言う．

$\alpha=\underline{F_m}$：システムはm機械からなり，各ジョブは順次，各機械で一度ずつ処理される．どのジョブも機械を通過する順序は同一である．フローショップ問題と言う．

$\alpha=\underline{J_m}$：各ジョブが機械を通過する順序が異なる以外はF_mと同じである．ジョブショップ問題と言う．

βはジョブの処理に関する付加条件である．主な例を以下に示す．

$\beta=$pmtn：処理中のジョブの一時中断（preemption）が許されることを示す．

$\beta=$prec：ジョブ間に処理上の先行制約(precedence constraints）がある．

$\beta=\underline{r_j}$：各ジョブの準備時間（ready time）あるいは最早開始時刻が異なる．

γは最適化（ここでは最小化）されるべき目的関数を表わす．主な例を以下に示す．

$\gamma=C_{\max}$：ジョブjの終了時間をC_jとすると，$C_{\max}=\max_j C_j$である．最大完了時間と言う．

$\gamma=\sum C_j$：C_jの総和を表わす，完了時間和と言う．

$\gamma=\sum T_j$：各ジョブjに納期d_jが与えられたとき，$T_j=\max\{0, c_j-d_j\}$で与えられる．すなわち，納期遅れ和を表わす．

$\gamma=\sum U_j$：$T_j>0$のとき，$U_j=1$．それ以外は$U_j=0$とする．遅れジョブ数と言う．

この他，各ジョブに重みw_jが与えられているとき，重み和$\sum w_j C_j$，$\sum w_j T_j$，$\sum w_j U_j$が考えられる．期待値最小化の場合，たとえば$C_{\max}$の

代りに$E(C_{\max})$を用い，確率制約の場合，βに確率制約を導入することにする．

2.2 計算複雑性の表現

問題を解くのに必要な計算量，すなわち計算複雑性に関してNP完全理論は問題を（効率よく）解ける問題とむずかしい（いわゆるNP完全）問題に分類する．

たとえばジョブ数nを問題の規模としたとき，この問題が$O(f(n))$の計算量で解けるとする．ここで$f(n)$はnの関数で，$O(f(n))$はこの問題のどんな例に対しても$cf(n)$（cはnに無関係な定数）以下の計算量ですむことを表わす．このとき，$f(n)$がnの多項式で表わされる問題は解けると言い，$n!$など指数関数以上の問題はむずかしいと言う．nの増加に対する両者の増加速度の違いを考えれば，この区別は妥当である．問題が解けることの証明はnの多項式程度の計算でその問題を解くアルゴリズム（多項式時間アルゴリズムと言う）を見い出せばよい．問題がむずかしいことの証明は多項式時間アルゴリズムが存在しないことを証明すればよいが，これは文字どおりむずかしい．実際，このことが証明された例はまだ存在しない．しかしながら，これまでむずかしいとされてきた問題のすべてが今考えている問題に帰着することが示せるとする．このとき，もしこの問題が解けるならばすべてのむずかしい問題も解けることになる．実際，これまで歴史的にもきわめてむずかしいとされている組合せ最適化問題が非常に多数存在する（文献［15］参照）．現時点ではこれらが一挙に解決するとは考えがたい．そこでこのように最もむずかしい組合せ最適化問題はNP完全であると言う．NP完全なスケジューリング問題では最悪の場合，nの指数関数以上の計算量を覚悟しなければならない．

3. 期待値最小化スケジューリング

ここでは2.の分類にしたがって対応する確定および確率スケジューリング問題の計算複雑性を比較することにする．なお，この章では特に断らないかぎり，各ジョブjの処理時間は平均$1/\mu_j$の独立した指数分布と仮定する．

3.1 1機械問題

① $1|d_j=d|\sum w_j U_j$はNP完全である［26］．（$d_j=d$は納期一定を表わす．）他方　$1|d_j=d|E(w_j U_j)$は解ける［10］．すなわち，$w_j \mu_i$の大きい順が最適となる．

② $1|\mathrm{pmtn}, r_j|\sum w_j c_j$はNP完全である［30］．他方，$1|\mathrm{pmtn}, r_j|E(\sum w_j c_j)$は準備時間$r_j$が任意の結合確率分布の場合でも解ける［40］．すなわち，最適スケジュールではどの時点tでも手元にある（$r_j \geq t$を満たす）ジョブのうち最大の$w_j \mu_j$をもつジョブが処理されていなければならない．

③ $1|\mathrm{prec}, p_j=1|\sum w_j c_j$はNP完全である［31］．（$p_j=1$は処理時間がすべて1であることを示す．）また，$1|\mathrm{prec}|E(\sum w_j c_j)$はすべての処理時間が平均1の指数分布の場合でもNP完全である［39］．両者は同一の最適スケジュールを有する．

この他の1機械期待値最小化スケジューリングについては文献［4, 18, 19］を参照されたい．

3.2 並列機械問題

結果を示す前に並列機械問題に対する代表的なスケジューリングを示しておく．

LEPTスケジューリング：ジョブを平均処理時間の大きい順(Longest Expected Processing Time)に並べたリストを作成する．時間$t=0$から開始し，いずれかの機械が空(処理をしていない状態）になるごとにリストの順番にしたがって未処理のジョブをその機械に割り当てる．なお，リストの順番でジョブを機械に割り当てるスケジュールをリストスケジュールという．

動的LEPTスケジューリング：一様並列機械問題で処理の一時中断（pmtn）が許される場合，どの時点でも常に処理速度の速い機械にはより平均処理時間の大きいジョブを割り当てる．

SEPTスケジューリング：ジョブを平均処理時間の小さい順(Shortest Expected Processing

Time) に並べたリストスケジュールである.

動的ＳＥＰＴスケジューリング：平均処理時間の小さいジョブを優先する以外動的ＬＥＰＴと同じである.

④ $P\|C_{\max}$は２機械でもＮＰ完全である[26]. 他方, $P\|E(C_{\mathrm{mxx}})$ は解ける.ＬＥＰＴスケジューリングが最適である [3,44].

⑤ $P\|\sum C_j$ および$P\|E(\sum C_j)$はともに解ける.(前者に対しては[7], 後者に対しては[3,44].) ともに SEPT (確定型に対しては特に SPT と言う) が最適である.

⑥ $Q_m|\mathrm{pmtn}|C_{\max}$ および $Q_m|\mathrm{pmtn}|E\ (C_{\max})$ はともに解ける. (前者に対しては[22], 後者に対しては動的 LEPT が最適である[45].)

⑦ $Q_m|\mathrm{pmtn}|\sum C_j$ および $Q_m|\mathrm{pmtn}|E(\sum C_j)$はともに解ける. (前者に対しては [32], 後者の場合, 動的 SEPT が最適である[45].)

他の並列機械期待値最小化に対しては文献[16, 17, 21, 35, 36, 41, 42, 43]を参照されたい.

3.3 ＬＥＰＴスケジューリングの最適性

並列機械問題に対する LEPT スケジューリングの最適性の“カラクリ”を理解するため, $P2\|E(C_{\max})$, すなわち同一２並列機械問題を考えよう. 各ジョブ i の処理時間X_iは平均 $1/\mu_i$ の指数分布($\mu_i e^{-\mu_i t}$)にしたがい, $\mu_1\leq\mu_2<\cdots\leq\mu_n$ とする. また説明の都合上, 時間 $t=0$ で一方の機械M_1はすでに仮空のジョブ０を処理しており, その処理時間X_0の分布は任意とする. ($X_0=0$でもよい.) もう一方の機械 M_2 は $t=0$ で空である. LEPT スケジュールにおいて２機械の終了時間の差を$D(X_0;\ X_1,\ X_2,\cdots,X_n)$ と記す. これは, 最後に終了した２ジョブの終了時間差でもある. (ガントチャートを描くとわかりやすい.) このとき,

$$D(X_0;X_1,X_2\cdots,X_n)=2C_{\max}-\sum\nolimits^n{}_{i=0}X_i \quad (1)$$

となる. $\sum X_j$ はスケジュールに関係ないから, $E(C_{\max})$の代りに $E[D(X_0;X_1,\cdots,X_n)]$ が最小となることを示せばよい. 非 LEPT スケジュールとしてジョブ１と２を交換したスケジュールを考え, その終了時間差を$D(X_0;X_2,X_1,\cdots,X_n)$と記す. いずれのスケジュールにおいてもどのジョブも最後に終了する可能性があることに注意する. LEPT (非 LEPT) スケジュールにおいてジョブ i が最後となる確率を $p_i(q_i)$とする. ジョブ０が最後の場合

$$p_0=q_0=P(X_1+X_2+\cdots+X_n\leq X_0), \quad (2)$$

である.各ジョブ i ($i\geqq 1$)が最後の場合,他のジョブがすべて終了したという条件のもとでのX_iの残存時間は (指数分布の無記憶性により) 再び同一の指数分布にしたがう. また各ジョブ i が最後という事象は互いに排反であるから(2)より

$$\begin{aligned}&E[D(X_0;\ X_1,X_2,\cdots)]-E[D(X_0;\ X_2,X_1\cdots]\\&=\int_0^\infty t\sum\nolimits^n{}_{i=1}\,p_i\,\mu_i\,e^{-\mu_i t}\,dt-\int_0^\infty t\sum\nolimits^n{}_{i=1}q_i\mu_i e^{-\mu_i t}\,dt\\&=\sum\nolimits^n{}_{i=1}(p_i-q_i)\int_0^\infty t\mu_i e^{-\mu_i t}\,dt=\sum\nolimits^n{}_{i=1}(p_i-q_i)/\mu_i\\&=\sum\nolimits^n{}_{i=1}(p_i-q_i)\ [1/(\mu_i\mu_n/(\mu_n-\mu_i))], \quad (3)\end{aligned}$$

ここで最後の関係は$p_n(q_n)=1-\sum_{i=1}^{n-1}p_i(q_i)$を考慮した. 最初に $n=2$ の場合を考えよう. $\mu_1\leq\mu_2$ であるから, もし $p_1\leq q_1$ ならば, (3)は非正となり, 非 LEPT に対する LEPT の有利性が示せる. $n=2$ のとき, $p_i(q_i)$, $i=0,1,2$ は簡単に求められ, $p_1\leq q_1$ なることが示せる[35]. この場合, ジョブ１を早く開始する ($t=0$ で M_2 に割当てる) LEPT が有利であることは直観的にも理解できる. 一般にジョブ数が$n-1$の場合にLEPTの有利性が成り立つとすると, ジョブ数が n の場合でも成り立つのである. なぜなら, (3)の最後の関係は平均が $1/[\mu_i\mu_n/(\mu_n-\mu_i)]$ ($i=1,2,\cdots n-1$) の $(n-1)$ジョブに関する式と見なせるからである. つまり, 帰納法により$D(X_0;\ X_1,X_2\cdots)$が$D(X_0;\ X_2,X_1,\cdots)$より常に有利であることが示せた. 次に任意の k ($1\leq k\leq n-1$)に対してX_k と X_{k+1} を交換した非 LEPT スケジュールと比較してみる. このとき,

$$\begin{aligned}&D(X_0;\ X_1,\cdots,X_{k-1},X_k,X_{k+1},\cdots,X_n)\\&=D(X_0,X_1,\cdots,X_{k-1};X_k,X_{k+1},\cdots,X_n), \quad (4)\end{aligned}$$

とすれば, 再び上述の論議が成り立ち, 非LEPTに対する LEPT の有利性が示せる.

以上，やや乱雑な論議であったが，LEPTスケジュールの最適性が指数分布の特殊な性質にもとづいていることが理解できよう．もう1つ見逃がせない点は，期待値最小化では問題のすべての実現例に対してLEPTが常に最適であることを意味しないことである．この意味では確定型はより厳しい条件を要求していることになる．当然だが，$P_m \| C_{\max}$に対してLEPT（すなわち，LPT）スケジューリングは最適ではない．しかしながら，この問題に対する確率的解析[5,6]によれば，LPTは$P_m \| C_{\max}$に対してきわめて優秀な近似解法のようである．

3.4 フローショップ問題

⑧ 解ける場合は2機械フローショップ問題における$F2 \| C_{\max}$と$F2 \| E(C_{\max})$の場合しか知られていない．前者の確定的な場合に対しては有名なJohnsonルールがある[24]：最適スケジュールでジョブiがjに先行する必要十分条件は$\min(A_i, B_j) \le \min(A_j, B_i)$である．ただし，$A_i$, B_iはそれぞれ第1および第2機械におけるジョブiの処理時間を表わす．確率的な場合，A_i, B_iがそれぞれ平均$1/\mu_{1i}$, $1/\mu_{2i}$の指数分布にしたがうとすると，$\mu_{1i}-\mu_{2i}$の大きい順が最適である[1,9]．両スケジューリングが一致していない点が興味深い．なお，両問題とも最適スケジュールでは第1および第2機械でのスケジュールが同一でなければならないことを指摘しておく．

この他の確率フローショップ問題については文献[12,13,14,33,38]を参照されたい．

3.5 ジョブショップ問題

確率ジョブショップ問題は現在未開拓の分野であり，次の結果が知られるのみである．

⑨ $J2 \| C_{\max}$および$J2 \| E(C_{\max})$はともに解ける．前者に対してはJacksonルールがある[23]．後者の確率型に対しては次の方法が最適解を与える[37]：第1機械の次に第2機械で処理されるジョブ集合をA，逆の順序で処理されるジョブ集合をBとする．また，1機械しか要求しないジョブを単処理ジョブということにする．このとき，第1(2)機械が空になるごとに$\mu_{1i}-\mu_{2i}(\mu_{2i}-\mu_{1i})$の大きい$A(B)$のジョブを割り当てる．そのようなジョブがないときは任意の単処理ジョブを割り当てる．

4. 確率制約スケジューリング

現在公表されている確率制約スケジューリング問題は次の場合だけのようである．

各ジョブj（$j=1,2,\cdots,n$）の処理時間p_jは独立した正規分布$N(m_j, v_j^2)$にしたがう．ただし，m_jおよびv_j^2は平均と分散である．また，各ジョブjには既知の納期d_jが与えられている．ここではジョブjの終了時間C_jがd_jを越える確率があらかじめ与えられた値α $(1/2 \le \alpha < 1)$ 以下（すなわち，$p(c_j > d_j) \le \alpha$）ならば納期遅れと見なさないとする．このとき納期遅れジョブ数$\sum U_j$を最小にするスケジュールを決定したい．明らかに，全分散を0にするとこの問題は$1 \| \sum U_j$になる．そこで以下ではこの問題を$1|p(c_j \ge d_j) \le \alpha|\sum U_j$と記す．$1|p(c_j \ge d_j) \le \alpha|\sum U_j$は$1 \| \sum U_j$の完全な一般化である．

$1|p(c_j \ge d_j) \le \alpha|\sum U_j$の特徴は終了時間$c_j$もまた正規分布にしたがうことである．すなわち，スケジュール$(i_1, i_2, \cdots, i_n)$においてj番目のジョブの終了時間$c_{ij}=p_{i1}+p_{i2}+\cdots+p_{ij}$は（正規分布の再生性より）$N(\sum_{h=1}^{j} m_{ih}, \sum_{h=1}^{j} v^2_{ih})$となる．よってジョブ$i_j$が（確率的）納期を満たす（$p(c_{ij} \ge d_{ij}) \le \alpha$）必要十分条件は

$$(d_{ij}-\textstyle\sum_{h=1}^{j} m_{ih})/[\sum_{h=1}^{j} v^2_{ih}]^{1/2} \ge \Phi^{-1}(\alpha), \quad (5)$$

である．ただし，$\Phi^{-1}(\alpha)$は標準正規分布$N(0,1)$の分布関数$\Phi(u)$の逆関数である．(5)よりスケジュール$(i_1, i_2, \cdots, i_n)$が最適である必要条件はi_jが納期を満たすならば，i_h $(h=1,2,\cdots j-1)$も満たし，かつ，$d_{ij} \ge d_{ih}$とならねばならないことである．そこで納期を満たすジョブ集合を$I=\{i_1, i_2 \cdots i_k\}$と記すと，問題は

$$\max.\ k \text{ subject to (5) for } i_j \in I, \quad (6)$$

と定式化できる[2]．この意味では $1|p(c_j>d_j)\leq \alpha|\sum U_j$ は確定的問題と言えよう．以下ではこの問題がNP完全であること，および特殊な場合には解けることを示そう．

4.1 NP完全性

⑩ $1\|\sum U_j$ は解ける[34]．他方，$1|p(c_j>d_j)\leq \alpha|\sum U_j$ はNP完全である[29]．すなわち，NP完全であることが知られている次のナップザック問題[26]はこの問題に帰着する．

<u>KNAPSACK</u>：与えられた $N+2$ 個の正整数 $\{a_1,\cdots,a_N,b,k\}$ に対して $\sum_{i=1}^{N} x_i=k$, かつ, $\sum_{i=1}^{N} a_i x_i=b$ を満たす $0-1$ 変数 $x_i(i=1,\cdots,N)$ が存在するかどうかを決定せよ．

このKNAPSACKに対して次の $1|p(c_j>d_j)\leq \alpha|\sum U_j$ を考える：

$n=N+1$, $\alpha=\Phi(4kA(kA-b)^{1/2})$,

$m_i=A+a_i, v_i^2=A-a_i, i=1,\cdots,N,$

$d_i=(kA+b)+\Phi^{-1}(\alpha)(kA\text{-}b)^{1/2}, i=1,\cdots,N,$

m_{N+1}：任意の正整数，$v^2{}_{N+1}=4kA(kA-b)(kA+1)$,

$d_{N+1}=kA+b+m_{N+1}+\Phi^{-1}(\alpha)[kA-b+v^2{}_{N+1}]^{1/2}$,

$A>\sum_{i=1}^{N} a_i$ を満たす任意の整数，

という設定のもとで納期を満たすジョブが $(k+1)$ 以上あるかどうかを決定せよ．

結論だけを述べるとこの問題で納期を満たすジョブ数が $(k+1)$ 以上である必要十分条件はKNAPSACKが解をもつことである．言いかえると，$1|p(c_j>d_j)\leq \alpha|\sum U_j$ が解ければ，NP完全なKNAPSACKも解けることになる．

4.2 解ける場合

⑪ すべての納期が等しい場合 $1|p(c_j\geq d_j)|\sum U_j$ は解ける[25]．⑩の結果と比較すると，わずか1ジョブの納期が異なるだけで問題のむずかしさが急変することがわかる．

⑫ 処理時間の平均 m_i と分散 $v^2{}_i$ が“agreeable”な条件（$m_i<m_j\Rightarrow v_i^2\leqq v_j^2$）を満たす場合は解ける[28]．

5. 結　言

確率スケジューリング問題はここ数年盛んに論じられるようになってきた．本文はその主な12（①～⑫）の結果を確定的問題と対比させながら論じた．これらの結果から確率スケジューリング問題はよりむずかしいとは一概に言えないようである．今後さらに発展すると確信する．この拙文がその一助になれば幸いである．なお，筆者の不勉強のため誤った点があるもか知れない．読者諸氏の率直な御批判を仰ぎたい．

参考文献

[1] P.C. Bagga (1970) N-Job, 2-Machine Sequencing Problem with Stochastic Service Times. Opsearch **7**, 184–199.

[2] S. J. Balut (1973) Scheduling to Minimize the Number of Late Jobs When Set-up and Processing Times Are Uncertain. **19**, 1283–1288.

[3] J. Bruno, et al. (1981) Sequencing Tasks with Exponential Service Times to Minimize the Expected Flow Time or Makespan. JACM **28**, 100–113.

[4] S. Chakravarthy (1986) A Single-Machine Scheduling Problem with Random Processing Times. Naval Res. Logist. Quart. **33**, 391–397.

[5] E. G. Coffman, et al. (1984) A Note on Expected Makespans for Largest-First Sequencings of Independent Tasks on Two Processors. Math. Operations Res. **9**, 260–266.

[6] E.G. Coffman, et al. (1985) On the Expected Relative Performance of List Scheduling. ORSA **33**, 548–561.

[7] R. W. Conway, et al. (1967) Theory of Scheduling. Addison-Wesley, Reading Mass.

[8] S. A. Cook (1971) The Complexity of Theorem-Proving Procedures. Proc. 3rd Ann. ACM Symp. Theory of Computing, 151–158.

[6] A.A. Cunningham, et al. (1973) Scheduling

Jobs,with Exponentially Distributed Processing Times, on Two Machines of a Flow Shop. Naval Res. Logist. Quart. **20**, 69–81.

[10] C. Derman, et al. (1978) A Renewal Decision Problem. Management Sci. **24**, 554–561.

[11] M. A. H. Dempster, et al. (Eds.) (1982) Deterministic and Stochastic Scheduling. D. Reidel, Dordrecht, Boston, London. (Proceedings of the NATO Advanced Study and Research Institute on Theoretical Approaches to Scheduling Problems Held in Durham, England, July 6–17, 1981)

[12] R. D. Folly & S. Suresh(1984) Minimizing the Expected Flowtime in Stochastic Flow Shops. IEEE Trans. **16**, 391–395.

[13] R. D. Folly & S. Suresh(1986) Scheduling n Nonoverlapping Jobs and Two Stochastic Jobs in a Flow Shop. Naval Res. Logist. Quart. **33**, 123–128.

[14] F.G. Forst (1983) Minimizing Total Expected Costs in the Two-Machine, Stochastic Flow Shop. Operations Res. Letters **2**, 58–61.

[15] M.R.Garey & D.S. Johnson(1979) Computer and Intractability : a Guide to the Theory of NP-Completeness. Freeman, San Franciscoo.

[16] J. C. Gittins (1981) Multiserver Scheduling of Jobs with Increasing Completion Ratios. J. Appl. Probab. **18**, 321–324.

[17] K. D. Glazebrook (1979) Scheduling Tasks with Exponential Service Times on Parallel Processors. J. Appl. Probab. **16**, 685–689.

[18] K. D. Glazebrook(1980) On Single-Machine Sequencing with Oder Constraints. Naval Res. Logist. Quart. **27**, 123–130.

[19] K. D. Glazebrook (1980) On Stochastic Scheduling with Precedence Relations and Switching Costs. J.Appl. Probab. **17**, 1016–1024.

[20] R.L. Graham, et al. (1979) Optimization and Approximation in Deterministic Sequencing and Scheduling : a Survey. Ann. Discrete Math. **5**, 287–326.

[21] L. V. D. Heyden (1981) Scheduling Jobs with Exponential Processing and Arrival Times on Identical Processors so as to Minimize the Expected Makespan. Math. Operations Res. **6**, 305–312.

[22] E. C. Horvath, et al. (1977) A Level Algorithm for Preemptive Scheduling. JACM **24**, 32–43.

[23] J. R. Jackson (1956) An Extension of Johnson's Results on Job Lot Scheduling. Naval Res. Logist. Quart. **3**, 201–203.

[24] S. M. Johnson (1954) Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included. Naval Res. Logist. Quart. **1**, 61–68.

[25] N. Katoh & T.Ibaraki(1983) A Polynomial Time Algorithm for a Chance-Constrained Single Machine Scheduling Problem. Operations Res. Letters **2**, 62–65.

[26] R. M. Karp (1972) Reducibility among Combinatorial Problem. In : R. E. Miller & J. W. Thatcher(Eds.) Complexity of Computer Computations, Plenum Press, New York, 85–103.

[27] 木瀬洋(1980)機械スケジューリング問題の近似解法, 本誌 **25**, 765–771.

[28] H.Kise, et al. (1982) An Efficient Algorithm for a Chance-Constrained Scheduling Problem. JORSJ **25**, 193–203.

[29] H. Kise & T. Ibaraki (1983) On Balut's Algorithm and NP-Completeness for a Chance-Constrained Scheduling Problem. Management Sci. **29**, 384–388.

[30] T. Labetoulle, et al. (1979) Preemptive Scheduling of Uniform Machines Subject to Release Dates. Technical Rep. Mathematisch Centrum, Amsterdam.

[31] E. L. Lawler (1978) Sequencing Jobs to Minimize Total Weighted Completion Time Subject to Precedence Constraints. Ann. Discrete Math. **2**, 75–90.

[32] E. L. Lawler & J. Labetoulle (1978) On Preemptive Scheduling of Unrelated Parallel Processors by Linear Programming. JACM **25**, 612-619.

[33] P.S. Ku & S-C. Niu (1986) On Johnson's Two-Machine Flow Shop with Random Processing Times. ORSA **34**, 130-136.

[34] J.M. Moore(1968) An n Job, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing the Number of Late Jobs. Management Sci. **13**, 102-109.

[35] M. Pinedo (1979) Scheduling of Stochastic Tasks on Two Parallel Processors. Naval Res. Logist. Ouart. **26**, 527-535.

[36] M. Pinedo (1980) Scheduling Spares with Exponential Lifetimes in a Two- Component Parallel System. J.Appl. Probab. **17**, 1025-1032.

[37] M. Pinedo (1981) A Note on the Two Machine Job Shop with Exponential Processing Times. Naval Res. Logist. Quart. **28**, 693-696.

[38] M. Pinedo (1982) Minimizing the Expected Makespan in Stochatic Flow Shops. ORSA **30**, 148-162.

[39] M. Pinedo (1982) On the Computational Complexity of Stochastic Scheduling Problems: in [11], 355-365.

[40] M. Pinedo (1983) Stochastic Scheduling with Release Dates and Due Dates. ORSA **31**, 559-572.

[41] M. Pinedo (1984) Scheduling Jobs with Exponentially Distributed Processing Times on Two Machines with Resource Constraints. Management Sci. **30**, 883-889.

[42] M.H. Rothkopf (1966) Scheduling Independent Tasks on Parallel Processors. Management Sci. **12**, 437-447.

[43] M. H. Rothkopf (1966) Scheduling with Random Service Times. Management Sci. **12**, 707-713.

[44] R. R. Weber (1982) Scheduling Jobs with Stochastic Processing Requirements on Parallel Machines to Minimize Makespan or Flow Time. J. Appl. Probab., **19**, 167-182.

[45] G. Weiss (1980) Scheduling Tasks with Exponential Service Times on Non-Identical Processors to Minimize Various Cost Functions. J. Appl. Probab. **17**, 187-202.

学会到着図書

システム信頼性解析法	阿部　俊一著	日科技連	397P	¥6,500	'87.4.24	B6
経営の多目標計画	伏見多美雄 福川　忠昭 山口　俊和共著	森北出版	199P	¥2,400	'87.6.6	B6
情報処理技術者のための管理技法	三浦　大亮著	通産資料調査会	367P	¥3,500	61.2.25	B6
信頼性工学12章	市田　嵩著	日科技連	195P	¥2,900	'87.7.15	B6
製品・技術連関と価値工学	倉林　良雄 菅澤　喜男 村田　光一	コロナ社	185P	¥2,200	62.4.25	B6
動的計画論	岩本　誠一	九州大学出版会	253P	¥2,800	'87.6.30	B6
Traffic Processes in Queueing Networks A Markov Renewal Approach	Ralph L. Disney Peter C. Kiessler	THE JOHNS HOPKINS UNIVERITY PRESS		$54.45	'87.9.29	A6
オペレーションズ・リサーチ入門6 待ち行列	H.M.ワグナー著 森村英典，伊理正夫監訳　平本巌，反町迪子，前島信共訳	培風館	225P	¥3,000	61.10.30	B6
新動向のシミュレーション言語 SLAMⅡによる システム・シミュレーション入門	森戸　晋 相沢りえ子共著	構造計画研究所	337P	¥3,200	61.10.20	B6