

# 生産工場でのスケジューリング問題

山本 正明

## 1. はじめに

生産の現場で起こっているスケジューリング問題は、工場の規模・業種・生産方式などに応じて実に多種多様である。一方、ORにおける理論的研究の方は、いくつかの典型的なスケジューリング・モデルを中心にかなり精緻な解析が行なわれているが、多様な現実にも必ずしも適応しているとは言えない。この小論ではこの両者の接点に焦点を当てて、スケジューリング問題における現実と理論の関連と乖離について考えてみたい。

生産工場のタイプは、顧客の注文と生産オーダーとの関係によって、

- オープン・ショップ (open shop)
- クローズド・ショップ (closed shop)

の2つに分けられる[1]。前者は顧客の注文に対してショップが開かれている——すなわち注文が直接生産オーダーとして職場に与えられている場合をいうが、後者では顧客の注文に対しては製品在庫からサービスされ、生産オーダーは在庫を補充する決定の結果として発行される。オープン・ショップでは注文ごとの個別生産をとる場合が多いが、クローズド・ショップの場合は標準品をまとめてロット生産したり、ラインで連続生産する場合が多い。オープン・ショップでのスケジューリ

ング問題は生産設備（機械）での各生産オーダーの処理順序を決める順序づけの問題となり、ORの分野では古くからジョブショップ・モデルとして知られている[2]。

一方クローズド・ショップでは順序づけ問題とともに、製品をどの位まとめて生産するかというロットサイズ決定問題が重要な役割を果たすことになる。

以下ではオープン・ショップの例としてFMSをクローズド・ショップの例としてMRPを挙げてスケジューリング問題を考えてみることにする。

## 2. FMSのスケジューリング

FMS (flexible manufacturing system) とはNC工作機械を加工品の自動着脱装置・自動搬送装置などと連結して、コンピュータによる統合的な制御を可能にしたシステムで、あらかじめ加工方法が与えられていれば、その時々生産オーダーに応じて柔軟に部品加工を行なうことができる。

読者の中にはオープン・ショップの例にいきなりFMSが出てきて、多少奇異に感じられる向きもあると思うので、少し説明しておこう。ジョブショップ・スケジューリングは1950年代から継続して研究対象となっており、ORでは古典的な問題の1つである。機械工場における部品加工の日程計画をモデルにしたもので、典型的なオープン・ショップ型のスケジューリングである。ところ

が30年以上経っても、これが本来の意味での“ジョブショップ”ではほとんど使われていないのである（考え方としては大いに役立っているが）。その原因の1つに工程の加工時間にかかなりの変動要因があることが挙げられる。スケジュールを作る時に使う加工時間の見積値とその実績値との間の偏差によって、絶えず日程計画の狂いが発生し、もしこれを修正しようとするれば、再計画を繰り返さなくてはならない。これは作業管理上からも、また管理コストという点からも望ましくない。

これに反してFMSの加工時間は人間労働にもとづく変動要因がないから、“ジョブショップ”に比べるとかなり安定している。しかも制御コンピュータの下で一元的に進行管理されているから、スケジューリング手法を活用する環境は整っているといえる。FMSのスケジューリングは設備のタイプに対応して次の4種が考えられる。

- 1) 単一設備型スケジューリング
- 2) 並列設備型スケジューリング
- 3) 直線フロー型スケジューリング
- 4) ランダムアクセス型スケジューリング

単一設備型というのはマシニングセンターのよ

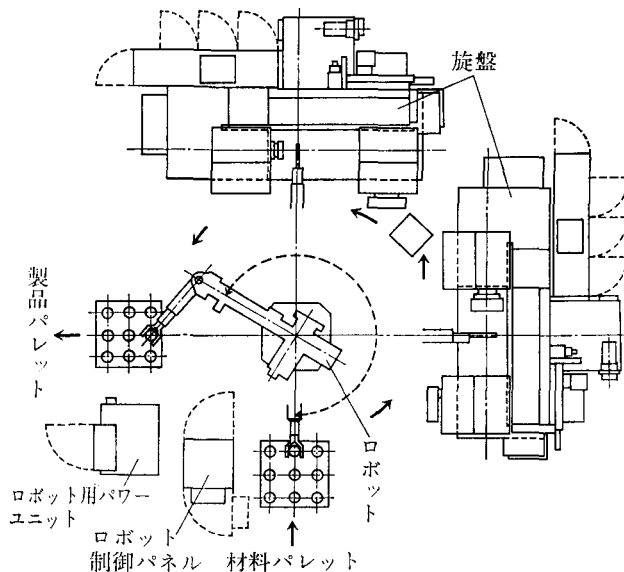
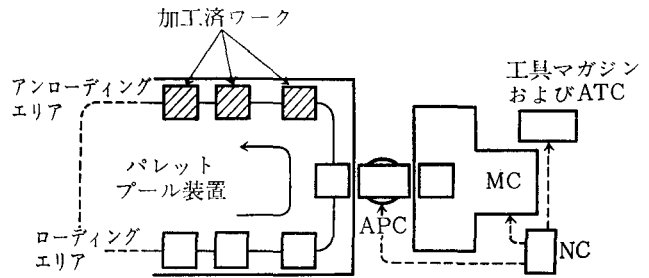


図2 2台の旋盤と1台のロボットからなる加工セル



MC：マシニングセンタ  
 APC：自動パレット交換装置  
 ATC：自動工具交換装置

図1 マシニングセンタ1台のFMS

うな単一多能加工機械を中心にした生産システム(図1参照)やロボットとCNC旋盤がペアになった加工セルの場合を考えればよい。この場合は一機械順序づけ問題の手法・解析結果がよく対応し、総加工時間の最小化・総納期おくれ最小化などの目的関数によるスケジューリングが研究されている。一機械問題の場合には総加工時間最少化問題は正味加工時間だけを考えれば加工順序に関係ないが、マシニングセンタに関する大橋らの研究[3]によると、工具交換時間、アタッチメント交換時間などの段取時間が作業順序に依存するので総段取時間を最小化するための順序づけ問題が発生する。この形の問題がORでいうトラベリングセールスマン問題となることは良く知られている。

並列設備型は上で述べた単一設備型の単純な拡張型で、同一の機能と能力を持った複数台の機械を持つシステムである。図2には2台の旋盤と1台のロボットからなる加工セルの例を示す。この場合には並列機械スケジューリング問題の結果が対応している。

3)の直線フロー型は1つの加工品に複数の加工機による多段階の加工が必要な場合で、加工順序がすべての加工品について共通(ある工程をスキップする場合も含む)の場合をいう。FMSの搬送方式としては直線型配置

やループ型配置になる場合が多い。このケースに対してはフローショップ・スケジューリングの諸結果が対応しているが、FMS特有の問題として、中間在庫容量に制限のある問題を考えなくてはならない場合がある。たとえば加工物をパレットに装着して機械間を移動する場合、中間仕掛

のパレットは機械間のコンベア上で機械待ち状態になっている。設備上の制約でコンベア上のパレット台数には上限があり、これがいっぱいになると、たとえその直前の機械で加工が終っても、次の部品の加工に移れない。これをブロッキングと呼んでいる。図3のc)のケースである。通常のフローショップ問題はa), b)だけのケースで全作業の開始・終了時刻が定まるのだが、この場合はブロッキングの発生を考慮に入れなくてはならない。2機械フローショップ問題で目的関数を総所要時間の最小化にとるとジョンソン・ルールが成り立つことが知られている。ジョンソン・ルールの考え方は、第1機械と第2機械の間の中間仕掛り量をできるだけ膨らませることによって、第2機械での仕事待ちによる遊休時間を減らし、第1機械の完了時刻から第2機械の完了時刻までのズレを少なくしようということにあるから、中間仕掛り量に制限のある問題はこれと正面からぶつ

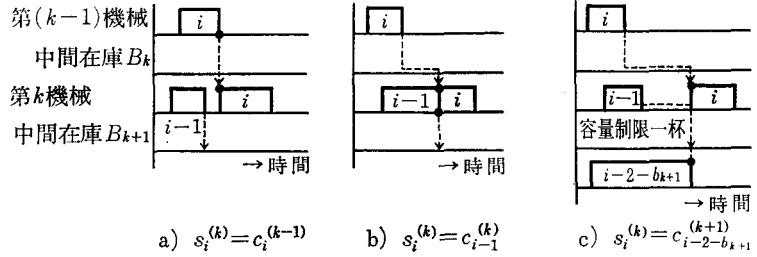


図3 第k機械でのジョブiの開始時刻 $S_i^{(k)}$ の制約  
 $C_i^{(k)}$ ...第k機械でのジョブiの完了時刻

かることになる。この形の問題では、2機械のモデルに対するS. K. Duttaらの研究[4]、それをm機械に拡張した由良らの研究[5]があるが、まだ残された課題は多いように思う。

最後のランダムアクセス型はスケジューリング問題としては最も一般的なもので、各加工品の加工工程数・加工順序が一定でない場合である。FMSの搬送方式としては直線型・ハープ型のコンベア方式にもあり得るし、より一般的には無人搬送台車を利用して直接次工程に搬送する方式(図4参照)も考えられる。この型のスケジューリングにはジョブショップ・スケジューリングが対応している。

図5に示すような6台のNC機械をループコンベアで連結したFMSのスケジューリング方式については、筆者らの研究[6]がある。加工物は次工程のシャトルが空くまではループコンベア上で回転しながら待機している方式なので、ランダム

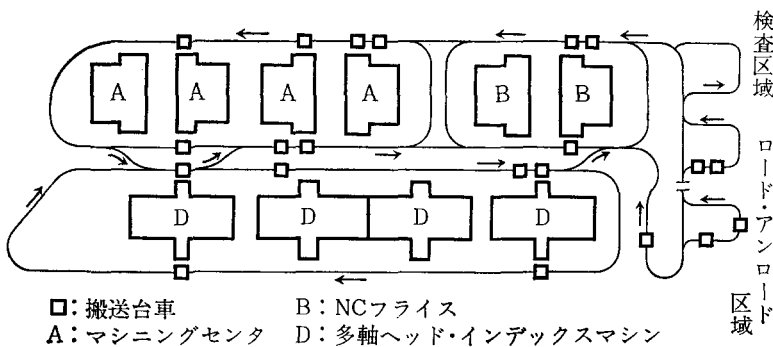


図4 ランダムアクセス型FMSの例

アクセス型のスケジューリングとなる。システム全体の動きを統制するMOS (Manufacturing Operating System)の中の進行制御機構に、ジョブショップ・スケジューリングのアルゴリズム[7]を有効に組み込むため、図6に示すようなスケジュール/リスケジュール手順を提案し

た。スケジュールの日程とシステムの実績の偏差が一定の限界を越えた場合や機械故障などである機械の一定時間のダウンが予想されるような場合には制御コンピュータへの割込みが発生してコントロールはリスケジュールリング・フェーズに入り、日程（ローディング表）を自動的に変更していく。ある工場の実績データを入れて現状と比較したところ、リスケジュールリングが起きない場合は FCFS (first come first service) ルールを用いた優先順位法に対して総加工時間が約10%短縮されること、機械故障発生シミュレーション実験などにも有効に対応できることが確かめられた。

FMSのスケジューリングは、現状ではシステム構成も単純なので、適当な優先順位規則を選んでディスパッチングを行なっている場合が多いようであるが、計算時間の早い有効な近似アルゴリズムが利用できれば、スケジューリング手法の活躍する可能性は十分あるように思う。

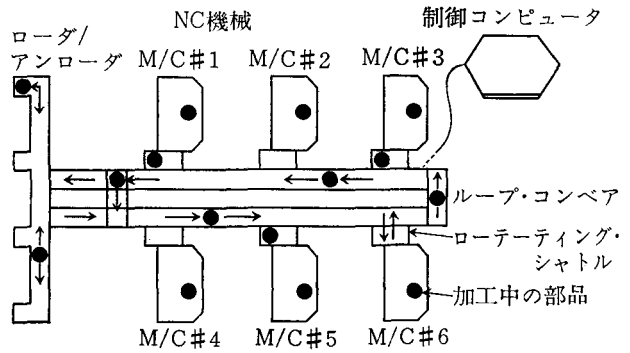


図5 6機械・ループコンベアによるAMS

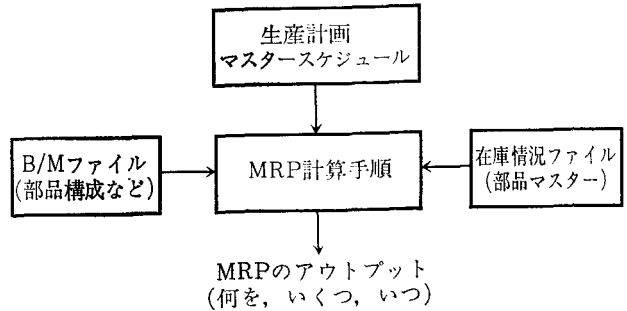
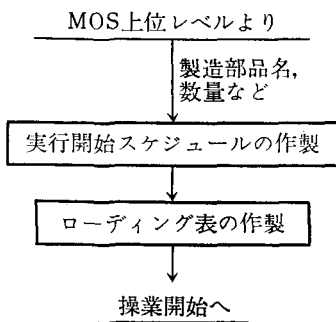


図7 MRP (狭義)の機能

### 3. MRPにおける最適化

部品の調達・製造から組立を経て、いわゆるディスクリート(discrete)な製品を製造している工

#### 1) 計画フェーズ (操業開始前に)



#### 2) 制御フェーズ (操業時間中随時に)

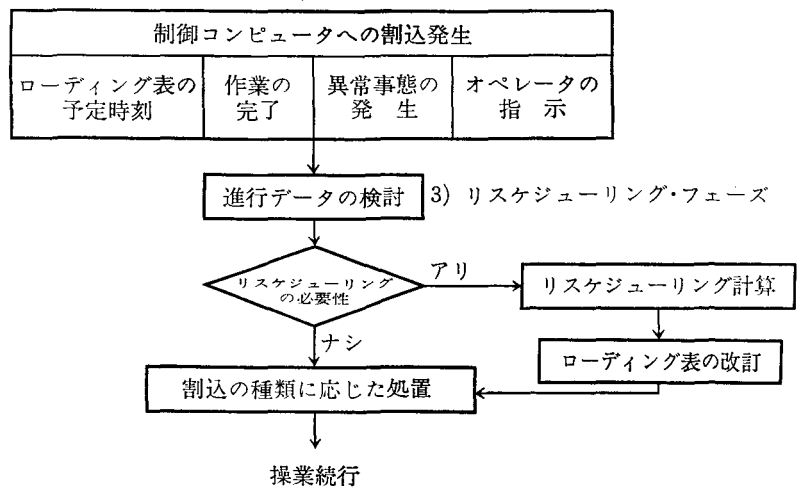


図6 スケジュール/リスケジュール手順の概要

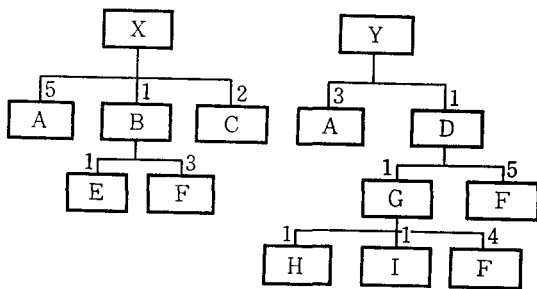


図 8 部品構成表

アルファベット：部品番号 数値：必要部品個数

場の生産管理を、コンピュータの情報処理能力をフルに活用して実施するシステムにMRP (Material Requirement Planning)がある[8]. MRPは狭義には、図7に示すように、製品の期別の製造要求量を与えるマスタスケジュールから、そのすべての構成部品の製造着手時期と個数を決定する計画技法であるといえる。しかし、図7に示す部分はこの種の生産工場の生産管理の要の部分であるから、より広い生産管理システムに統合化されてMRPの概念も拡大されてきている。

MRPは1970年の始めにアメリカに導入され、コンピュータ技術の進展の中で、生産管理手法の大きな流れの1つになっている。この特集号の中でも触れられている日本の生産環境の中で生れた「かんぱん方式」と適用対象や達成目標はたいへん類似しているが、その考え方や手段におけるコントラストは日米社会風土の違いもからんで、なかなか興味ある問題である。

MRPの計画対象となるディスクリートの製品は図8に示すような階層構造をもつ部品構成表で与えられる。樹の最上位にある製品の計画期ごとの要求量がマスタスケジュールとして与えられると、各部品の必要量が計算できる(総所要量計算)。しかし実際の必要量は手持ちの在庫量や、すでに指示済みのオーダーの入庫予定量で相殺されなければならない(純所要量計算)。さらに、数期分をまとめて発注したり、定量発注したりすることにより発注コスト(製造の場合は段取りコストと考えられる)の節減をはかる(ロット編成計算)。

レベル  
0 (製品)  
1  
2  
3

以上の計算は各部品が必要となる完了日を基準に計算されているから、各部品の完成までに必要なリードタイムにもとづいて着手日基準の手配計画を作らなくてはならない(先行計算)。部品構成表の上位部品の計画所要量は、その下位部品の必要量を決めていくから、上で述べた4段階の計算を最上位の製品レベルからレベルごとに計算していけば全部品の必要量を着手日ごとに決定することができる。MRP計算はこのような計算をシステムティックに実行する手順である。

ここで上に述べたMRP計算を数式で表わしてみよう。まず最上位の製品レベルだけで考えてみると、マスタスケジュールで与えられる製品*i*の*t*期での所要量 $d_{it}$ を満たすため、その生産量を $P_{it}$ とおくと、在庫 $I_{it}$ の連続性を保つため

$$I_{i,t-1} + P_{i,t-L_i} - I_{i,t} = d_{it} \quad (1)$$

が成り立つ。製品*i*の製造リードタイムは $L_i$ 期間であるので、生産量は着手日基準で与えてある。より下位レベルの部品では、その親部品の生産に必要な所要量が(1)式の $d_{it}$ に相当することになるから、部品(製品)*i*の所要量 $R_{it}$ を一般的に

$$R_{it} = d_{it} + \sum_j a_{ij} P_{jt} \quad (2)$$

と表わすことができる。部品の場合の $d_{it}$ は部品の形のまま外部へ出す、たとえばサービスパーツと考えればよい。 $a_{ij}$ は親部品*j*を1個作るのに必要な子部品*i*の個数を表わし、部品構成表から定まるマトリックスの要素である。そこで(1)式は部品まで含めて、

$$I_{i,t-1} + P_{i,t-L_i} - I_{i,t} - \sum_j a_{ij} P_{jt} = d_{it} \quad (3)$$

$$(i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T)$$

となる。MRP計算は(3)式を満たす $P_{it}$ を求める計算手順である。ただしこれだと毎期の必要量をそのまま発注(lot-for-lot発注)していることになるので、ここにロットサイズ問題の考え方を入れて、MRP計算の最適化をはかることにする。

ロットサイズの決定にかかわるコストを段取り費(発注費)と在庫費であると考えて、部品*i*の1回

の段取りに  $s_i$  円, 1個1期間在庫するのに  $h_i$  円かかるとすると, 総費用  $z$  は

$$z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i I_{it} + s_i X_{it}) \quad (4)$$

となる。ここで  $X_{it}$  は (0, 1) 変数で,

$$X_{it} = \begin{cases} 1 & \dots \text{部品 } i \text{ を } t \text{ 期に製造 (発注) するとき} \\ 0 & \dots \text{ " " " " " しないとき} \end{cases} \quad (5)$$

である。(5)の条件を成立させるためには, 十分大きな数値  $M$  に対して,

$$P_{it} - MX_{it} \leq 0 \quad (6)$$

が成り立てばよい。変数の非負制約

$$P_{it}, I_{it} \geq 0 \quad (7)$$

を加えて, 問題は目的関数(4)を制約条件(3), (5), (6), (7)の下で最小化する整数計画問題となる。

はじめに述べたMRP計算においては, 設備・能力の制約はまったく考えていないから, MRPの実施の中では所要量計算の後キャパシティ・プランニングとコントロールが必須の手順となる。しかし整数計画問題の定式化では能力制約を付加することによってこの問題を解決することも可能となる[9]。たとえば設備  $k$  の  $t$  期での能力が稼働時間  $A_{kt}$  で与えられているとすると, この能力に対する残業時間  $O_{kt}$ , 遊休時間  $U_{kt}$  を用いて,

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} P_{it} + s_{ik} X_{it}) + U_{kt} - O_{kt} = A_{kt} \quad (8)$$

が成り立つ。ここで  $b_{ik}$  は部品  $i$  の設備  $k$  での1個当りの所要時間,  $s_{ik}$  は段取時間を示す。目的関数(4)は,

$$z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i I_{it} + s_i X_{it}) + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (c_{kt}^{(0)} O_{kt} + c_{kt}^{(u)} U_{kt}) \quad (9)$$

とすればよい。 $c_{kt}^{(0)}$ ,  $c_{kt}^{(u)}$  はそれぞれの時間当りのコストである。もし設備  $k$  がボトルネックとなると, (3)式のリードタイム  $L_i$  では需要を充足することができず, 生産の前倒しが起こるはずである。いい換えればリードタイム  $L_i$  は本来一定の値ではなく, 仕事の忙しさに応じて変化すべきものである。この方式の場合には  $L_i$  は理想的な条件の下での最小値を与えておけばよい。これに反し通常のように所要量計算と能力計画を2段階に分離して

実施すると,  $L_i$  の変動を考慮して安全側の見積りをしておかざるを得ない場合が多い。

MRPに最適化手法を導入しようとする場合の最大の難問は計算量をどの位まで減らせるかにある。上にあげた整数計画法では  $N$ ,  $i$  個の整数変数が入ってくるから, これをまともに解くことはむずかしい。そこでこの問題に特有の構造を利用して解法を改善できないか, 解の良さをある程度犠牲にしても実用可能な近似解法があり得ないかなどいろいろな角度からの検討が行なわれてきた。筆者の研究室でもいくつかの試行錯誤を重ねているが, まだ十分な成果を得るには至っていない。

#### 参考文献

- [1] Graves, S. C. : A Review of Production Scheduling, OR, Vol.29 (1981), 646-675.
- [2] Baker, K.R. : Introduction to Sequencing and Scheduling, John Wiley & Sons (1974)
- [3] 大橋, 人見 : 単一多能生産システムの工程計画とスケジューリングに関する研究, 日本経営工学会誌, Vol. 33(1982)―第1報, vol.35(1984)―第2報.
- [4] Dutta, S.K. & Cunningham, A.A. : Sequencing Two-Machine Flow-shops with Finite Intermediate Storage, Management Science Vol.21 (1975), 989-996.
- [5] 由良, 人見 : 中間在庫に制限のあるフロー・ショップ・スケジューリング, 日本機械学会論文集(C編)48巻(1982), 1094-1106.
- [6] 山本, S. Y. ノフ : 自動生産システムにおけるスケジューリング方式, 日本経営工学会誌, vol.33(1982), 189-195.
- [7] Yamamoto, M. : Program Package for Solving General Scheduling Problem, 法政大学工学部研究集報, Vol.17(1981), 63-73.
- [8] Orlicky, J. A. : Material Requirements Planning, McGraw-Hill (1975)
- [9] Billington, P. J. et al. : Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP Systems : Review, Formulation and Problem Reduction, Management Science, Vol. 29(1983), 1126-1141.