

ジャストインタイム・スケジューリング

宮崎 茂次, 太田 宏

1. はじめに

生産スケジューリングに関して従来から、数多くの研究モデルが構築され、またスケジュールの評価尺度についても各種のものがとりあげられている。本稿では、近年わが国ばかりでなく、欧米各国でも注目され、導入されつつあるジャストインタイム生産方式[1][2]の特質は何かを考察し、この方式に適合したスケジューリング・モデルについて解説する。また、その解法のいくつかについても触れる。なお、ここでいうジャストインタイム生産方式とは、わが国でトヨタ生産方式とも呼ばれているもので、欧米各国ではこの用語(Just-In-Time [JIT])が好んで用いられていることから、本稿でもその呼称を採用することとした。

2. ジョブの滞留時間に関する考察

ジャストインタイム生産方式に適合したスケジューリング・モデルを考察するために、従来の静的(Static)スケジューリングでの着手可能時刻について検討する。従来のモデルで定義されている着手可能時刻は、準備完了時刻(ready time)ともいわれ、Baker[3]の解釈によれば、ジョブ(材料等その製品の生産に必要な資材)がショップ

みやざき しげじ, おおた ひろし
大阪府立大学 工学部 経営工学科
〒591 堺市百舌鳥梅町4-804

に到着する時刻のことである。この時刻以降にそのジョブの生産が可能となる。着手可能時刻は、スケジューリングを行なう時点では所与の値であり、変えられないものとされている。

たとえば、平均滞留時間最小化問題においては、基準時刻0に全ジョブがショップに到着し、その時刻(着手可能時刻)からジョブのショップ内での滞留が始まるとされている。そして、各ジョブの生産完了時刻までの経過時間の平均値(平均滞留時間)を最小にする評価尺度がとりあげられている。また、着手可能時刻が各ジョブで異なる問題においても、その時刻はスケジュール作成前に決められ、固定化されているとの前提に立っている。言い換えれば、従来のモデルでは各ジョブのあらかじめ決められた着手可能時刻から生産完了時刻までを、そのジョブの滞留時間と規定し、その平均値を最小にする目標をとりあげている。

ところで近年多くの企業で導入されつつあるジャストインタイム生産方式[1][2]では、各ジョブの着手準備(材料手配等)は、計画されたスケジュール上の当該ジョブの生産開始時刻に合わせて行なうべきもの(ジャストインタイム)とされている。すなわち、各ジョブの着手可能時刻は可変であり、その時刻は計画されたスケジュール上の生産開始時刻に合わせるとの前提に立っている。

一方、ジョブがショップから立ち去る時刻について考えてみると、従来の平均滞留時間最小化問題では、この時刻はスケジュール上の生産完了時

刻に一致するものとされていた。しかし、現実の問題では、各ジョブには納期が指定されている場合が多くあり、そのような場合には、ジョブは納期と同時に出荷されるべきものと考えられる。受注生産の場合には、納期は顧客から指定されるかまたは顧客との交渉で決められ、見込生産の場合は、社内の上位計画部門から指定されたその工程の完了予定時刻が納期に相当する。納期は、通常の企業活動においては、最優先に守るべき条件であり、特にジャストインタイム生産方式では、その要請が厳しい。そのため、納期前に完了したジョブは、納期が到来するまで、納入企業側で製品在庫として保管しているのが実情である。

以上のようなジャストインタイム生産の状況下では、各ジョブのショップ内における滞留時間はスケジュール上の当該ジョブの生産開始時刻から納期までの経過時間に必然的に一致する。この時間は、“実滞留時間”と呼ばれ[4]、ジャストインタイム生産方式下での各ジョブのショップにおける仕掛在庫時間と製品在庫時間の和に相当する。そこで、全ジョブについての実滞留時間の平均値(平均実滞留時間)を最小にするというスケジューリングの評価尺度が提唱されている[4]。

3. モデルの定式化

以上に述べたジャストインタイム生産方式下でのスケジューリング・モデルを定式化すれば次のようになる。モデルの前提条件のうちジャストインタイム・スケジューリングを特徴づける際だった条件は、次の2つである。その他の条件は、従来のモデルにおける一般的条件[3][5]とほぼ同様と考えてよい。

[前提条件1] 各ジョブの生産開始のための準備(材料手配等)は、作成されたスケジュール上の生産開始時刻に合わせて完了できる。

[前提条件2] 各ジョブは、納期遅れが許されず、また納期より早く出荷することもできない。この2条件のもとでジョブ J_i のショップ内での

実滞留時間 F_i^a は

$$F_i^a = d_i - B_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

で求められる。ここに、 d_i はジョブ J_i の納期、 B_i は J_i の生産開始時刻、 n はジョブ数である。

また、各ジョブの実滞留時間の全ジョブについての平均値(平均実滞留時間) \bar{F}^a は

$$\bar{F}^a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - B_i) \quad (2)$$

で表わされる。平均実滞留時間 \bar{F}^a 最小化によって、各ジョブの生産開始時刻から納期までの経過時間の平均値(または総和)の最小化が達成され、このことは、ショップ内の中間仕掛(半製品)在庫量および製品在庫量の総和の最小化に結びつく。

4. 解法

ジャストインタイム・スケジューリングの[前提条件2]における納期遅れを起さないという条件を満足するスケジュールを作成するためには、バックワード・スケジューリング法[6]が有効である。この手法は、最後に生産されるジョブと生産完了時刻をそのジョブの納期を基準に決めたと、時間軸をさかのぼりながら、各ジョブを順序づけていくという方法である。これによって、各ジョブに納期遅れを発生させずに、平均実滞留時間を最小にするスケジュールの作成が可能となる。

次に、単一工程スケジューリングで各ジョブが共通の納期 $d_i = d$ ($i=1, 2, \dots, n$)をもつ基本モデルについて、その解法の概略を紹介する。

4.1 段取時間が順序づけに依存しない場合

共通納期 d をもつジョブを対象とした単一工程モデルで、段取時間が直前に生産されたジョブの種類に依存しない場合の平均実滞留時間最小化のバックワード($n/1//\bar{F}^a/b$)問題は、図1のように示される。 $J_{[1]} \dots J_{[n]}$ は、それぞれ時間軸の後方から第1番目…第3番目に順序づけられたジョブである。段取時間は、各ジョブの生産所要時間に含められる。最後に生産されるジョブ $J_{[1]}$ の完了時

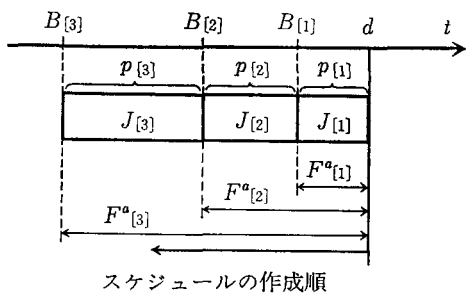


図 1 $n/1//\bar{F}^a/b$ 問題

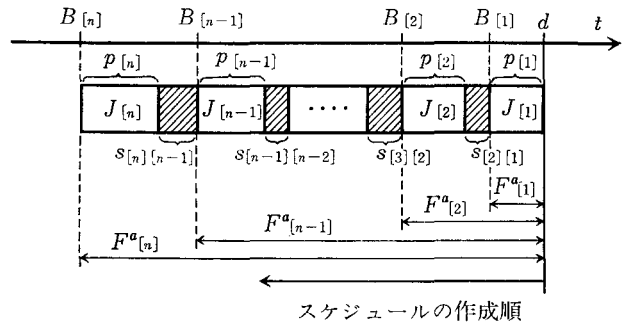


図 2 $n/1/s_{ij}/\bar{F}^a/b$ 問題

刻は、[前提条件 2]と \bar{F}^a 最小化の評価尺度から、納期 d に一致する。

この問題に対する最適解は、定理 1 で与えられる。

[定理 1] $n/1//\bar{F}^a/b$ 問題で、段取時間がジョブの順序づけに依存しない場合、LPT (生産所要時間の短いジョブが時間軸の後方へ順序づけられる) スケジュールが最適解となる。

証明： $n/1//\bar{F}^a/b$ 問題は、単一工程での平均滞留時間最小化のフォワード・スケジューリング ($n/1//\bar{F}/f$) 問題に等価変換できる。後者の問題の最適解は、SPT (生産所要時間の短いジョブが時間軸の前方へ順序づけられる) であるから [5]、 $n/1//\bar{F}^a/b$ 問題の最適解は、その逆順 (LPT) となる。 ■

4.2 段取時間が順序づけに依存する場合

ジョブ J_j を生産するさいの段取時間が、直前のジョブ J_j に依存して変る場合、その段取時間 s_{ij} は段取時間マトリックスとして表 1 のように示される。 $n/1//\bar{F}^a/b$ 問題で、段取時間 s_{ij} を考慮する場合を $n/1/s_{ij}/\bar{F}^a/b$ と記す (図 2 参照)。この問題の解で、時間軸上の最後 (スケジュール作成順では最初) から i 番目のジョブを $J_{[i]}$ で示し、 $J_{[i]}$ の実滞留時間と生産所要時間を $F^a_{[i]}$ および $p_{[i]}$ で表わすと、 $F^a_{[i]}$ は

$$F^a_{[i]} = \sum_{j=1}^i p_{[j] [j-1]}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

で与えられる。ここに

表 1 段取時間マトリックス s_{ij}

	J_1	(直後ジョブ)		J_n
		$J_2 \dots \dots J_j \dots \dots$		
J_1	—	$s_{12} \dots \dots s_{1j} \dots \dots s_{1n}$		
J_2	s_{21}	—	$s_{2j} \dots \dots s_{2n}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
J_i	s_{i1}	$s_{i2} \dots \dots s_{ij} \dots \dots s_{in}$		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
J_n	s_{n1}	$s_{n2} \dots \dots s_{nj}$	—	

$$p_{[j] [j-1]} = p_{[j]} + s_{[j] [j-1]}, \quad (j=2, \dots, n)$$

$$p_{[1] [0]} = p_{[1]} \quad (4)$$

であり、 $s_{[j] [j-1]}$ は $J_{[j]}$ の次に $J_{[j-1]}$ が加工される場合の段取時間である。平均実滞留時間 \bar{F}^a は

$$\bar{F}^a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i p_{[j] [j-1]}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (n-i+1) p_{[i] [i-1]} \quad (5)$$

で与えられる。

Arcelus ら [7] は、単一工程のフォワード・スケジューリングで、ジョブの順序づけに依存して段取時間が変る場合の平均滞留時間最小化 ($n/1/s_{ij}/\bar{F}/f$) 問題 (図 3 参照) をとりあげている。この問題では、時間軸上の前方の位置から i 番目のジョブを $J_{[i]}$ で表わす。このとき、平均滞留時間 \bar{F} は

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{[i]} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_{[i]} - 0) \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 $F_{[i]}$ 、 $C_{[i]}$ は、それぞれ $J_{[i]}$ の滞留時間、完了時刻であり、すべてのジョブ

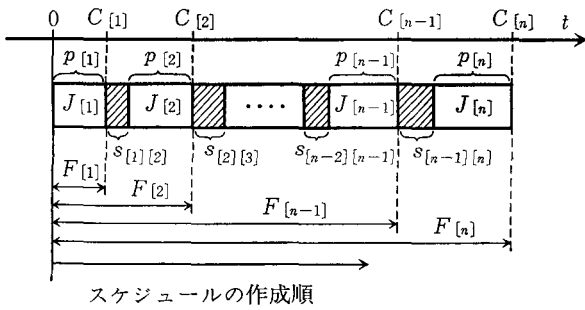


図3 $n/1/s_{ij}/\bar{F}/f$ 問題

は、時刻0に着手可能となっている。

平均滞留時間 \bar{F} は

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (n-i+1) p^{(i-1)(i)} \quad (7)$$

で求められる。ここに

$$p^{(i-1)(i)} = p^{(i)} + s^{(i-1)(i)}, \quad (i=2, \dots, n)$$

$$p^{(0)(1)} = p^{(1)} \quad (8)$$

である。式(4)、(5)と式(7)、(8)を対比させると、 $n/1/s_{ij}/\bar{F}^a/b$ 問題で $s^{(i)(i-1)}$ を $s^{(i-1)(i)}$ に置き換えれば、この問題は $n/1/s_{ij}/\bar{F}/f$ 問題に等価変換できることがわかる。

このフォワード問題への変換法にもとづいて、 $n/1/s_{ij}/\bar{F}^a/b$ 問題に対する最適化アルゴリズムが次のように与えられる。まず、与えられた段取時間マトリックス s_{ij} を転置して、改訂マトリックス s_{ji} を作成し、これを新たに s_{ij} で表わす。次に、改訂マトリックスにもとづいて、 $n/1/s_{ij}/\bar{F}/f$ 問題を Arcelus らの解法を採用した分枝限界法で解く。得られた順序づけの逆順序を求め、 $n/1/s_{ij}/\bar{F}^a/b$ の最適解とする。

Arcelus ら[7]は、 $n/1/s_{ij}/\bar{F}/f$ 問題で境界ノード探索手順による分枝限界法の最適化アルゴリズムを用いている。ここでは、次のような理由により、最新ノード探索手順による分枝限界法を採用する。Arcelus らの解法では、コンピュータの記憶容量が急激に増大するのを緩和する目的で、活性ノードの整理統合のために複雑なステップが採用されてい

る。このステップの実行には、多くの計算時間を必要とするが、最新ノード探索手順では、このような複雑なステップを用いずに記憶容量を抑えることができる利点がある。また、最新ノード探索手順は、試行解に速やかに到達できるので、コンピュータによる計算が最適解を得るまでに打切られても、それまでの経過時間に応じた良好な近似解が得られることなどの利点がある。以上の理由から、われわれは最新ノード探索手順を用いた。

アルゴリズムの詳細なステップは省略するが、この解法をC言語でプログラム化し、いくつかの数値をパーソナル・コンピュータ (NEC-PC 9801VX2) で解いて、最適解を得るまでの所要計算時間を求めた。パーソナル・コンピュータを使用した理由は、工場現場での実用性を主な検討対象としたためである。作成した数値例は、ジョブ数が7から21までの問題で、各ジョブの生産所要時間は、20-35の一樣乱数、段取時間マトリックスの各要素は、10-25の一樣乱数で与えた。各ジョブ数につき、10種類の問題をランダムに作成して求めた平均計算時間を図4に示す。図4の横軸は各問題に含まれるジョブ数、縦軸はCPU時間(単位：秒)の平均値である。この解法の計算時間は

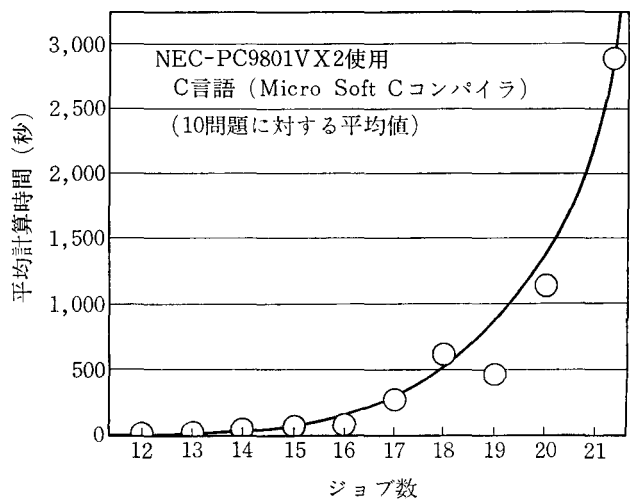


図4 バックワード法の計算時間

指数的に増大しているものの、完全列挙法の20ジョブ問題で0.37億年, 21ジョブ問題で7.8億年の計算時間(10ジョブ問題までの完全列挙法による計算時間データにもとづく推定)に比べて、大幅に短縮されていることがわかる。

5. ま と め

本稿では、ジャストインタイム生産方式にみられる生産状況に適合したスケジューリング・モデルについて考察し、スケジューリングの評価尺度として従来とは異なる新しい評価尺度、すなわち平均実滞留時間最小化の概念を紹介した。単一工程で納期がすべてのジョブに共通の基本モデルについて、いくつかの解法を示した。生産設備の段取時間がジョブの順序づけに依存しない場合、従来の平均滞留時間最小化問題では最悪解となるLPTスケジュールがこの問題の最適解となり、従来とは正反対のスケジュールがジャストインタイム生産方式では望ましいという興味ある結果が得られた。

段取時間がジョブの順序づけに依存して変る場合には、Arcelusらのフォワード問題に対する解法を援用したアルゴリズムを示し、解法に要する計算時間のデータを提示した。その結果、20ジョブ程度の規模の問題では、パーソナル・コンピュ

ータで十分実用的な時間内に最適解が得られることを示した。

参 考 文 献

- [1] 大野耐一:「トヨタ生産方式」, ダイヤモンド社(1978)
- [2] Monden, Y.: *Toyota Production System*, Institute of Industrial Engineers, Atlanta, (1983)
- [3] Baker, K. R.: *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley & Sons, New York, (1974)
- [4] 宮崎茂次, 太田 宏: “平均実滞留時間最小化のバックワード・スケジューリング”, 日本経営工学会昭和62年度春季大会予稿集, pp.92-93, (1987)
- [5] Conway, R. W., Maxwell, W.L. and Miller, L.W.: *Theory of Scheduling*, Addison-Wesley, Reading, (1967); 関根智明(監訳): 「スケジューリングの理論」, 日刊工業新聞社, (1971)
- [6] 宮崎茂次, 西山徳幸: “2工程フロー・ジョブにおけるバックワード・スケジューリング”, 日本経営工学会誌, pp.20-25, Vol.38, No.1, (1987)
- [7] Arcelus, F. J. and Chandra, R.: “On $n/1/F$ Setup Dependent Problems,” *Engineering Optimization*, pp.59-67, Vol.7, No.1, (1983)

次 号 予 告

特集 金融

市場性金融商品取引増大への対応.....	水野 正義 (日本債券信用銀行)
ALMについて.....	中村 洋, 杉岡 直人 (東京銀行)
オプションとポートフォリオインシュランス.....	浦谷 規 (静岡県立大)
資金運用へのAIの応用.....	山腰 直人 (プライスウォーターハウスコンサルタント)
企業サロン「OR企業サロン」報告.....	紀 一誠 (日本電気)
IFORSルポ.....	森 雅夫 (東京工業大)
連載講座	
企業体の効率性分析手法——DEA入門.....	刀根 薫 (埼玉大)
その他「事例研究奨励賞・ソフトウェア部門賞作品」2件掲載	