

ファジィ推論

廣田 薫

1. ファジィとは何か？

そんなことは、いちいち説明する必要はないというほど、特にここ1~2年よく知られるようになってきた。特に、ハイテク関連の新技术情報収集のために、耳のよいアンテナをあげている部署では、だいたいそういう応答が得られる。

しかし、そうは言っても、説明ぬきでいきなり本題に入れるほどには、一般に浸透しているとまではいえぬから、簡単に概要を述べてから、本題のファジィ推論に入ることにする。

ファジィ (fuzzy) を辞書でひくと、“あいまいな”とか“境界のぼけた”というような意味が載っている。カリフォルニア大学バークレイ校の L.A.Zadeh 教授が、性質の有無が必ずしも2値的(yes と no, あるいは0と1で表現できるという意味)に確定することができぬような、あいまいな対象も取り扱いたいということで、ファジィ集合の考え方を提案したのは、今から22年前である[1]。ファジィ集合は、通常の(小中学校で学ぶ)集合概念を、性質のあいまいな対象まで扱えるように拡張したものである。

たとえば、ある企業で、“20才以下の女性全体”は1つの(部分)集合を形成しているが、“若くてきれいな女性全体”は、通常の集合論では扱えない。

しかし、人間の関与する情報処理(たとえば人工知能、パターン認識、経済予測等々)では、この類いの主観の入ったあいまいさが扱えないようでは困る。ファジィ集合では、それをメンバーシップ関数で定義して扱うのである。

取り扱う対象物全体を**全体集合**(universe of discourse, support set)と呼び U で表わせば、 U 上の**ファジィ集合**(fuzzy set) A は、

$$m_A : U \longrightarrow [0, 1] \quad (1)$$

なる**メンバーシップ関数**(membership function)で定義される[1]。その値 $m_A(u)$ は、対象 u が A らしさをどの程度満たすかを、 $[0, 1]$ 実数値で評価したものであり、完全に満たすとき($u \in A$ のとき) 1を、まったく満たさぬとき($u \notin A$ のとき) 0をとる。したがって、特にその取る値を $\{0, 1\}$ の2値に限定すれば、ファジィ集合は、通常の集合に帰着する。

ファジィ集合論でも、通常の集合論と同様に、各種ファジィ集合演算が定義される。基本的なもの、**補ファジィ集合**、**積ファジィ集合**、**和ファジィ集合**の3演算であり、それぞれ

$$m_{AC}(u) = 1 - m_A(u) \quad (2)$$

$$m_{A \cap B}(u) = m_A(u) \wedge m_B(u) \quad (3)$$

$$m_{A \cup B}(u) = m_A(u) \vee m_B(u) \quad (4)$$

(ここで、 \wedge と \vee は、 \min 演算と \max 演算で、値の小さいほう、大きいほうを採用するという意味)で定義される。

これらの定義は、各対象 u ごとの定義 (point-

ひろた かおる 法政大学

〒184 小金井市梶野町3-7-2

wise definition)であり、本質的には $[0, 1]$ の真理値を、それぞれ“0.5で反転”、“悪い評価を採用”、“良い評価を採用”していると解釈できる。

このように対象 u を固定した $[0, 1]$ での議論を**ファジィ論理 (fuzzy logic)**という。ファジィ論理は、2値の論理(いわゆる**ブール代数**)の拡張になっている。(取る値を $\{0, 1\}$ 2値に限定すれば、(2)(3)(4)は、それぞれNOT, AND, ORの論理演算に帰着する)

このようにして、Zadehの提案からしばらくの間は、従来の集合や論理の拡張という、理論的色彩の強い研究が多数を占め、実用に結びつく話はあまりみられなかった。

ファジィ概念は、制御(提案者のZadehはもともと制御の研究者)・人工知能・パターン認識・医学・経済学・心理学等、多くの分野の研究者にアピールすると同時に、批判的意見も多くみられた。たとえば、 $[0, 1]$ の真理値を持ち出したことが確率概念との混乱をおこし、たとえば“ $m_A(u) = 0.8$ は、 $Pr(u \in A) = 0.8$ と確率で解釈できる”とか、“ $m_A(u) = 0.8$ などと値を確定することは、本当にあいまいな場合には不可能である”というような批判がいたるところでみられた。

それに対して、 $[0, 1]$ の数値真理値の代りに、たとえば、

{no, almost no, D. K., almost yes, yes}
(5)

のような**言語真理値**で議論をしたり、 $[0, 1]$ の確定値の代りに $[0, 1]$ 上の $[0, 1]$ 値関数で表現する**type 2**のファジィ集合[2]など、種々の変形が検討されて用いられている。

いずれにしても、集合論の範囲内では、対象物の表記しか行なえず、具体的な応用にはなかなか結びつかない。ファジィ手法の実用化の見通しを最初に与えたのは、ロンドン大学のクイーンメリー校のE. H. Mamdani教授であり、13年ほど前のことである[3]。

彼は、スチームエンジンの自動運転の研究を進

めていた。PID制御や最適制御の手法をどのように適用しても、ある程度の結果は得られたのであるが、ベテランのオペレータが行なうような良好な運転は実現できなかった。そこで、Zadeh等が提案していた**ファジィ推論**[4]の適用を試みたのである。それは、たとえば、“タンク内の蒸気圧がきわめて高く、温度も高ければ、バルブを強く閉めよ”というような、ベテランオペレータのもっている知識を、計算機に記憶しておき(このようなif~then~形式の知識を、**ファジィプロダクションルール**という)、センサー等から入力される現状態情報とつきあわせて制御指令を出す動作を繰り返し実行するという制御方式である。これにより、ベテランと同程度以上良好な自動運転が実現されたのである。

Mamdaniの成果は、ファジィ実用化手法に1つの指針を与え、1970年代後半には、ファジィ推論の適用研究が、制御の分野を中心に種々試みられた。こうして、産業レベルでの実用化第1号として、1980年にデンマークのF. L. Smidth社によるセメントキルンのファジィ自動運転[5]へと進展していったのである。

その後も活発に実用化開発研究が進み、たとえば本年7月15日から営業を開始する仙台市営地下鉄のファジィ自動運転(開発は日立製作所システム開発研究所[6])、富士電機で販売を開始したプロセス制御用の汎用ファジィコントローラ”など、現在では産業レベルの実用化事例の件数も50を超えようとしている[8]。

こうして、ファジィは実際に役に立つことが認識されるようになり、従来からのファジィに批判的な意見はほとんど姿を消しつつある。現在は、ハイテクの一分野として市民権を得ると同時に、COCOMの規制や米国の技術輸出禁止条項にもファジィがマークされるようになっている。

2. ファジィ推論

通常(2値論理にもとづく)集合論は、ファジ

集合論の特別な場合とみれるのと同様に、AIで用いられている（通常の2値論理による）各種の推論方式は、ファジィ推論に完全に包含されているとみなされる。しかし、ファジィ推論固有の有用性を議論するには、やはり2値以外のあいまい状態を積極的に考慮した場合について述べなければならない。

ファジィ推論では実に多くの方式が提案されており、細かく場合分けをすると、70種類とも150種類ともいわれている。フレーム型のファジィ推論も検討されているが、現在最も多く用いられているのはルールベース型のファジィ推論である。

それにもきわめて多数の方式があるが、ここではこれまで実用化された成功事例で用いられている方式に限定して解説する。

現在最も標準的なファジィ推論法は、図1に示すファジィプロダクションルールによる並列前向きファジィ推論である。ファジィプロダクションルールは、

$$\text{IF } \boxed{A \text{ is } A_i} \quad \text{THEN } \boxed{B \text{ is } B_i} \quad (6)$$

の形式の規則であり、前件命題と後件命題にはファジィ情報が記述されているものとする。ここで、前件と後件のファジィ命題は、通常数個の命題が

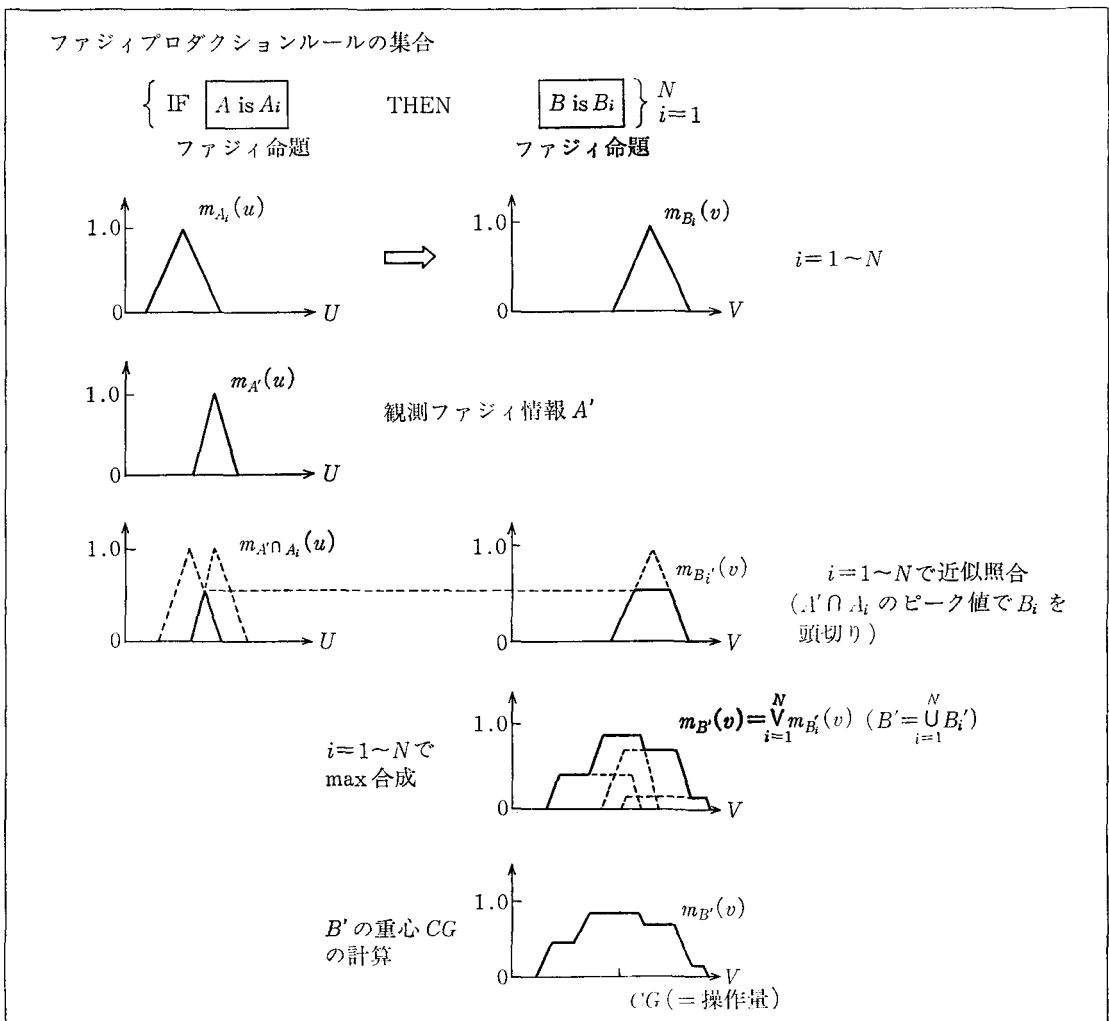


図1 ファジィプロダクションルールによる並列前向きファジィ推論

列記 (AND 結合) されるのであるが (たとえば、富士電機の汎用ファジィコントローラ [7] では、前件 5、後件 2 命題まで可能で、最大ルール数は 32 までである)、図 1 では簡単のためそれぞれ 1 命題ずつとし、それぞれの全体集合を U と V で表わした。また、 N はルール数であり、通常は 10 ~ 数 10 程度のシステムが多い。

一般にファジィ命題では、2 値論理でいくつかにこまかく場合分けして記述していたのを、1 命題に統合して記述できるため、ルール数は通常の 2 値での記述に比べて少なくすむという特徴がある。このようにして、現場のエキスパートの知識を、 N 個のファジィプロダクションルールの集合として記述して、知識ベースとして記憶しておく。

この状態で現在の状態を表わすファジィ情報 (特別な場合として確定値情報でもよい。図 1 では A' と記す。) が、センサやオペレータによるキー入力などにより入力されたとしよう。その結果、データベースの各前件ファジィ命題 (図 1 では A_i と表示) と照合して、合致したものの後件ファジィ命題から、 A' に対して応答すべきファジィ情報 (図 1 の B') を決定することになる。ここで A' と各 A_i の照合の結果は、2 値論理の照合 (matching) 結果のような yes/no の 2 値ではなく、一般的には図 1 に示すような近似照合 (approximate matching) であり、“ほどほどに” 照合が取れているという結果が得られる。2 値論理の推論では、(完全な) 照合のとれた命題のうちから適切なものを 1 つ選び出し (それを競合解消という)、その後件命題を B' として採用する逐次方式をとるのであるが、ファジィ推論では、“ほどほど” の照合結果を参考にして、各々の後件命題を“ほどほどに” 信頼し、すべてを合成して B' を得るという並列方式を採用する。ここで“ほどほど” の照合結果と合成の仕方は、通常、図 1 に示すように、 A' と A_i の積ファジィ集合のピーク値で B_i を頭切りにした B_i' を求め、すべての B_i' の和ファジィ集合

を B' とするという min-max 合成が用いられている。

このようにして得られた B' はファジィ情報であり、具体的な応答動作を指定するには、 B' からその全体集合 V の要素を決定する必要がある。その方法は、通常図 1 に示す B' の重心 (center of gravity) CG を採用する方法が用いられている。

プラントや乗物などの実際のシステムに適用する場合には、図 1 における A' の入力から B' の CG 決定までの動作 (これを 1 ファジィ推論と数えることにする) を、繰り返し実行することになる。これを実現するのは、通常の計算機やマイクロプロセッサなどを用いてプログラムにより動作させるのであるが、動作速度としては、1 秒間に 10 ファジィ推論程度が限界である。ロボットや航空機などの高速動作 AI リアルタイムシステムでは、専用ハードウェアに頼らざるを得ない。そのような目的で、米国 AT & T ベル研で 2 年ほど前に秒速 25 万ファジィ推論の VLSI (AI チップ) が開発されており [9]、ロックウェル社から市販される予定である [8]。

さて、図 1 ではすでに VLSI 化され最も多く使われていると思われるファジィ推論方式を説明したのであるが、たとえば B_i' を求めるのに $A' \cap A_i$ のピーク値で B_i を頭切りする代わりに、 $A' \cap A_i$ のピーク値を B_i にのせて B_i の一様縮小を B_i' とする手法など、実に多数の方法が提案されている。それを以下に簡単に述べよう。

図 1 におけるファジィプロダクションルールを、記号を簡単化して

$$A_i \rightarrow B_i \quad i=1 \sim N \quad (7)$$

と表わすことにすれば、入力の A' と $A_i \rightarrow B_i$ から B_i' を求める演算を \circ で記すと、図 1 の推論演算は

$$B_i' = A' \circ (A_i \rightarrow B_i) \quad i=1 \sim N \quad (8)$$

と書ける。ここで、 \circ はファジィ推論の合成規則 (compositional rule of fuzzy inference) と呼ばれている。(8) をファジィ集合でとらえれば、

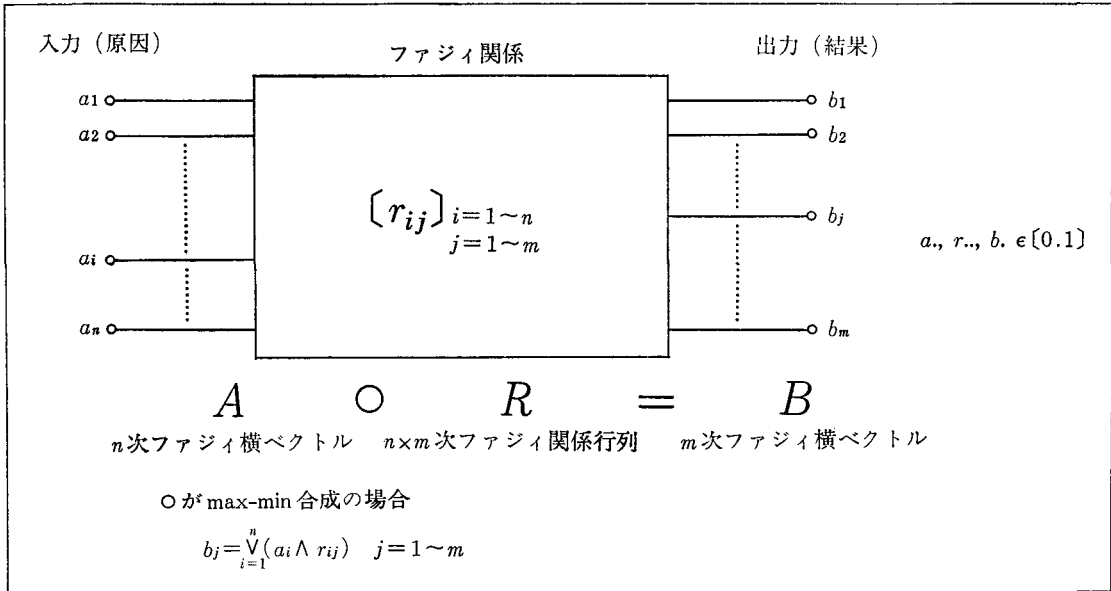


図 2 ファジィ関係Rで記述したファジィシステム

U 上のファジィ集合 A' を $U \times V$ 上のファジィ集合 $A_i \rightarrow B_i$ に作用させて、 V 上のファジィ集合 B_i' を得たと考えることができる。メンバーシップ関数で表現すれば、 \circ を max-min 合成と考えると

$$m_{A_i \rightarrow B_i}(u, v) = m_{A_i}(u) \wedge m_{B_i}(v) \quad (9)$$

$$m_{B_i'}(v) = \bigvee_{u \in U} \{m_{A'}(u) \wedge m_{A_i \rightarrow B_i}(u, v)\} \quad (10)$$

$$m_{B'}(v) = m_{\bigcup_{i=1}^N B_i'}(v) = \bigvee_{i=1}^N m_{B_i'}(v) \quad (11)$$

あるいは、ひとまとめにして

$$m_{B'}(v) = \bigvee_{i=1}^N \left[\left\{ \bigvee_{u \in U} \{m_{A'}(u) \wedge m_{A_i}(u)\} \wedge m_{B_i}(v) \right\} \right] \quad (12)$$

なる演算をほどこし、 $m_{B'}(v)$ の重心計算をするのが図1の方法であると解釈できる。

一般に(7)はファジィ含意(fuzzy implication)と呼ばれ、図1では(9)の min 演算を用いているが、他にも多数の方法が提案されている。たとえば、

$$m_{A_i \rightarrow B_i}(u, v) = (1 - m_{A_i}(u)) \vee m_{B_i}(v) \quad (13)$$

$$m_{A_i \rightarrow B_i}(u, v) = (1 - m_{A_i}(u) + m_{B_i}(v)) \wedge 1 \quad (14)$$

などはよく知られており、(13)は2値論理の式

$$a \rightarrow b = \bar{a} \wedge b \quad (15)$$

のファジィ拡張、(14)は多値の Lukasiewicz 論理の含意であり、ともに $\{0, 1\}$ 2値に限定すると2値の含意演算に帰着する。しかし、(9)の min 演算は、2値に限定すると AND であり、含意にはならないのであるが、ファジィ推論では多用され、他のと比べても良好な結果が得られることが多数の事例でわかっている。

また(8)のファジィ推論の合成規則 \circ についても、図1では(10)の max-min 合成を用いているが、(10)の min \wedge の代りに乗算を用いた max-乗算合成をはじめとして、種々のものが提案されている。さらに B' から代表値として CG を選ぶ方法を、図1で紹介したが、他にも $m_{B'}(u)$ のピーク値の u を取る方法や $m_{B'}(u)$ に比例した出現頻度をもつ乱数を採用する方法など多数の提案がある。それら多数の手法の相互比較は、頁数の都合でここでは述べないが(たとえば[10]参照)、平均的にみて最も良好に使えると思われるもので、ハード素子も作られているのが図1の方式である。

以上で述べたファジィ推論は、並列前向き推論であり、制御を中心とする実用化システムで用いられている標準的手法である。他方、実用化事例の数は、これに比べてさほど多くないのであるが、故障や病気の診断などを行なう診断型ファジィエキスパートシステムで多用されているものに、ファジィ関係を用いた後向き推論があり、次にこれを簡単に紹介しよう。

基本的な数学モデルは前向きと同じであり、(8)式のファジィ推論の合成規則の式を用いるのであるが、適用方法は少々異なる。ここでは、図2を用いて、(8)式を

$$B=A \circ R \quad (16)$$

と記すことにする。ここで、 A と B は、それぞれ

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \quad (17)$$

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\} \quad (18)$$

なる全体集合上で定義されたファジィ集合であり、メンバーシップ関数の値を簡略化して

$$m_A(u_i) = a_i \quad (19)$$

$$m_B(v_j) = b_j \quad (20)$$

と記した。そして、入力側の各項目 a_i と出力側の各 b_j の因果関係を r_{ij} と記し、それにより得られる行列 R (これは $U \times V$ 上のファジィ集合であり、(8)や(9)と対応させるとファジィ含意 $A \rightarrow B$ と考えることができる) をファジィ関係行列 (fuzzy relational matrix) という。こうして、(16)が得られるが、これにより記述される図2のようなシステムを、ファジィシステム (fuzzy system) という。

具体的なイメージをつかむために、病気の診断を例に、思考実験的説明をしよう。入力是要因を表わし、 a_1 は“胃かいようである度合い”， a_2 は“盲腸炎の度合い”，……を $[0, 1]$ で記述し、出力は結果で、 b_1 は“腹部のいたみ”， b_2 は“めまい”，……を $[0, 1]$ で記述するものとする。すると入力の各 a_i と出力の各 b_j にはそれぞれ因果関係があると考えられるので、それを r_{ij} なる $[0, 1]$ 評価値で表わすことにする。エキスパートシ

ステムとしては、 R をエキスパートの知識をもとに同定して記憶しておき、出力の B を観測データとして与えて、入力の A を推定するという後向きの推論を行なうことになる。

また、(16)の推論の合成規則 \circ は、前向き推論と同様に、標準的には

$$b_j = \bigvee_{i=1}^n (a_i \wedge r_{ij}) \quad j=1 \sim m \quad (21)$$

なる max-min 合成が用いられるが、他にも max-乗算合成など多数のモデル化が行なわれている。実用化されているシステムでは、数種類の合成規則によるファジィシステムを直列や並列に接続したシステムを用いて構成するのが普通であり、入出力の項目数 n 、 m はそれぞれ数10個程度のものが多い。また、(16)で R を同定しおいて、 B を与えて A を求める方法の詳細は、頁数の都合で割愛する。しかし、(21)で \vee と \wedge をそれぞれ加算と乗算と置きかえると連立1次方程式になっており、その解法と類似の議論が可能である。(たとえば [11] 参照)

3. 今後の課題と動向

すでに述べたように、ファジィ推論の産業レベルでの実用化が始まって7年、成功事例の数は50件を越え、今後ますます一般化しそうである。しかし、現時点で成功した事例のほとんどは、ファジィプロダクションルールによる前向き並列推論が基本である。しかも、そのルール数は数10程度で、ある程度特殊な目的で構築された小中規模のシステムがほとんどである。より大規模かつ複雑な汎用システムを実現するには、もっと大規模な知識ベースを扱うことが必要である。それをうまく実現するためには、まず、知識獲得の方法論を整備する必要がある。現在は、試行錯誤的方法が用いられており、これでは大規模システムの効率的構築はむずかしい。また、あいまい情報を扱う並列推論方式を用いて、システムの省力化が実現されてはいるが、現時点では基本的に1段階の推論である。もっと高度な推論として、多段階の推

論方式の導入が必要である。ただし、あいまい情報を何も工夫もなしに多段階推論すると、まったくあいまいで何もわからないという結論が得られる可能性がある。それを、筆者は、あいまいさの爆発[12]と呼んでいるが、それを抑制するような制御方式の開発が必要である。また、実時間高速動作のためには、推論情報を一時記録するファジィメモリの開発[13]も必要である。さらに、時々刻々変化していく知識を効率的に表現するには、プロダクションルール型以外の推論方式、たとえばファジィフレーム型推論[14]方式等の検討も必要である。

このように、解決すべき問題も未だ多数あるが、実用化は着実に進んでおり、現在では1カ月もするといくつかの新事実が報告されるという状態で、目を離せない状況が続いている。本稿により、ファジィ推論の有用性を理解し、みずからの研究に取り込む方が1人でも増えれば、望外の幸せである。

参 考 文 献

- [1] Zadeh, L. A. : Fuzzy Sets, *Information & Control*, Vol.8 (1965), 338-353
- [2] Mizumoto, M., Tanaka, K. : Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2, *Information & Control*, Vol.31 (1976), 312-340
- [3] Mamdani, E.H. : Applications of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *Proc. of IEEE*, 121 (1974), 1585-1588
- [4] Zadeh, L.A. : Outline of a New Approach to the analysis of Complex System and Decision Process, *IEEE Trans. SMC*, Vol. SMC 3 (1973), 28-44
- [5] Holmblad L. P., Ostergaard J. J. : Control of Cement Kiln by Fuzzy Logic, in *Fuzzy Information and Decision Processes* (Gupta, Sanchez eds.), North-Holland(1982), 389-399
- [6] 安信, 宮本, 井原: 予見 Fuzzy 制御方式による列車自動運転, システムと制御, Vol.8-10(1984), 605-613
- [7] 菅野, 伊藤, 柳下, 鬼塚: 汎用ファジィコントロールシステム, 富士時報, Vol.58-4 (1985), 59-66
- [8] 廣田 薫: ファジィシステムの実用化基礎理論と応用事例, 技報社 (1987予定)
- [9] Togai M., Watanabe H : A VLSI Implementation of Fuzzy Inference Engine toward an Expert System on a Chip, *Proc. 2'nd Int. Conf. on AI and Applications(IEEE)*, (Dec. 1985), 192-197
- [10] 水本雅晴: ファジィ集合とファジィ推論, 第3回ファジィシステム論文集(1987, 6月大阪), 37-48
- [11] 塚本, 田代: Fuzzy 逆問題の解法, 計測自動制御学会論文集, Vol.15, No.1 (1979), 21-25
- [12] 廣田薫: ファジィエキスパートシステムの課題, 第3回ファジィシステムシンポジウム(1987), 267-268
- [13] 廣田, 小沢: min-max 演算によるファジィフリップフロップ回路の実現, 第3回ファジィシステムシンポジウム(1987), 223-228
- [14] 廣田, 渡辺: ファジィフレーム型知識表現とフレーム型ファジィ推論, 第3回ファジィシステムシンポジウム (1987), 211-216

