# パレート図とABC分析

牧野　都治　東京理科大学

## パレート図

紙上，毎日のように**格差**という見出しが目にはいる．技術格差，企業の収益格差，一票の重み格差等々，おなじみのものも少なくない．このような格差の存在を認め，これをうまく活用しようというのが，**パレート分析**のねらいである．

**図1**は，ある企業での部品の年間出庫金額表にもとづく**パレート図**（**パレート曲線**ともいう）である．

一方，理論分布に対するパレート図は，次のようにして求められる．

いま，非負の値をとる確率変数 $T$ の分布の密度関数 $f(t)$ が与えられているとすると，それに対するパレート曲線 $y=g(x)$ は，$t$ を媒介変数として，

$$x=\int_t^\infty f(t)dt \tag{1}$$

$$y=\frac{1}{\nu}\int_t^\infty t\cdot f(t)dt \tag{2}$$

（$\nu$ は $T$ の平均）

と表わすことができる．

（ただし，横軸，縦軸の100%を1と目盛る．）

**図3**は，**図2**の密度曲線（たとえば**指数分布**）に対するパレート図である．

図3で，原点を通る対角線のことを**均等線**と呼ぶので，単に対角線といえば，もう1本の方をさすものとする．また，パレート曲線と均等線との間の部分のことを，**不平等度を表わす弓形**という．そして，均等線との距離が最大になるような，曲線上の点のことを，**ふくらみ最大**の点と呼ぶ．

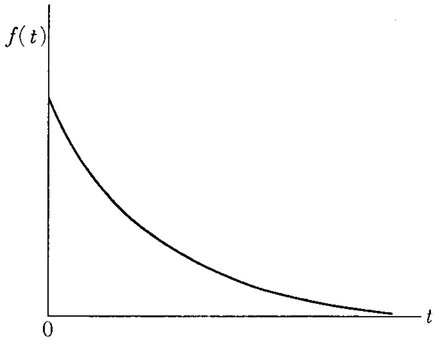


**図 2**　密度曲線（指数分布の例）

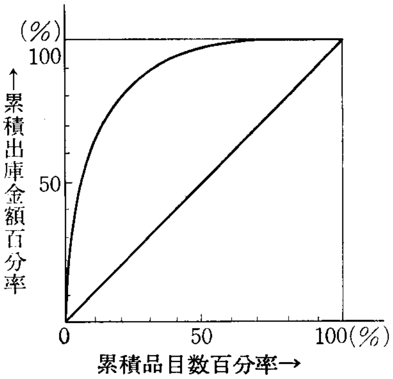


**図 1**　出庫金額のパレート図

パレート曲線は，**尺度不変**である．すなわち，$T$ の分布のパレート曲線と，$\alpha\cdot T$ の分布のそれとは一致する．たとえば指数分布の場合，パラメータは尺度パラメータだけなので，パレート曲線は一意に定まり，図3のようになる．この尺度不変という性質は，格差分析へのパレート図の適用という観点から，たいへんだいじなことである．

## OR開眼

ORマン好みの理論分布はといえば，たぶん**アーラン分布**とか**ワイブル分布**があがってこよう．ところが，パレート図から見る限り，これらの分布は，いずれもふくらみ最大の点が対角線の右上にきている．筆者はこれを

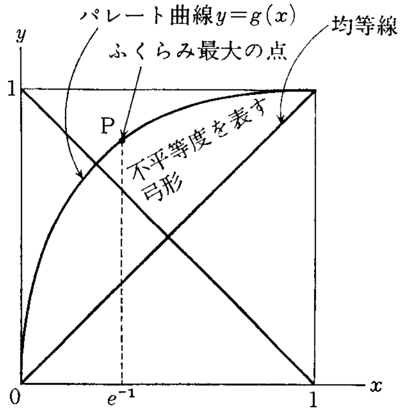


**図 3**　パレート図（指数分布の例）

“**片目のOR**”と呼んでいる．それでは，ふくらみ最大の点が左下にくる分布として，何があるかというと，密度関数が

$$f(t)=at_0{}^a\cdot t^{-(a+1)} \tag{3}$$

で表わされる**パレート分布**がその好例である．

この分布のパレート曲線を調べてみよう．はじめに，平均を計算しておく．この分布は $a>1$ のとき平均が存在して，

$$E(T)=\frac{a}{a-1}t_0$$

となる．ただし(3)式の $t_0$ は**尺度パラメータ**なので，パレート曲線は $t_0$ に無関係である．そこで $t_0=1$ として，(1)式，(2)式を計算すれば，

$$x=\int_t^\infty f(t)\,dt=t^{-a}$$

$$y=\frac{a-1}{a}\cdot\int_t^\infty t\,f(t)\,dt=t^{-(a-1)}$$

よって

$$y=x^{1-\frac{1}{a}} \tag{4}$$

これが，パレート分布のパレート曲線である．

**図4**は，パレート分布のパレート図であり，点線はふくらみ最大の点の軌跡を示す．この分布は，次の重要な性質をもっている．それは，確率変数 $T$ がパレート分布にしたがうとき，$\tau$ 以上という**条件つき分布**のパレート曲線は，$T$ の分布のそれと一致することである．

一方，ふくらみ最大の点が，ちょうど対角線上にのってくる分布もある．その好例が，**対数正規分布**である．そして，たとえば所得金額の分布は対数正規分布にしたがうといわれている．しかしまた，高額所得者の所得金額の分布ということになると，対数正規ではなく，パレート分布にしたがうといった方がよいともいわれている．このことに関連して，筆者は例年，高額所得金額(申告所得による）の分析を行なっている．従来，各税務署で，所得金額1,000万円以上の人の氏名・住所・所得金額を公表してきた．**図5**，**図6**はそれぞれ昭和57年における京橋税務署，松戸税務署管内のものである．

京橋（東京）は，わが国有数のビジネス街であるのに対し，松戸（千葉）は近年いちじるしく人口増をみているベッドタウンである．松戸については，所得2,000万円以上にすると，図6に示すように，1,000万円以上のパレート曲線よりも，ぐんとへこんでくる．しかし，京橋ではそれが変化しない．いいかえれば，松戸では1,000万円以上というのでは，必ずしも高額所得者とはみなせないが，京橋では立派に高額所得者といってよさそうであるということになる．この辺に，不公平税制の1つと目される**クロヨン**の存在を読みとることができるかもしれない．

ただし，この制度は昭和59年から改正になり，所得ではなしに，納税額1,000万円以上を公表することになった．それらのデータにもとづき，パレート図を書いてみ

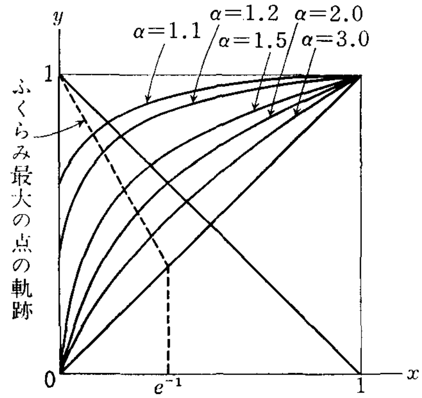


**図 4**　パレート分布のパレート図

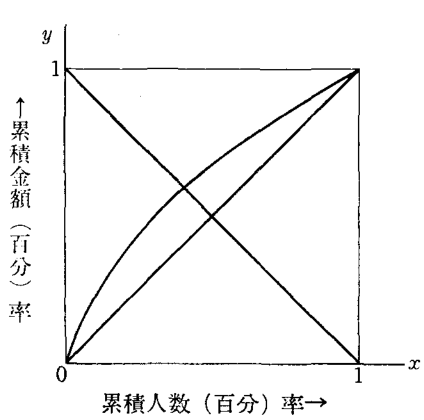


**図 5**　高額所得金額のパレート図(京橋)

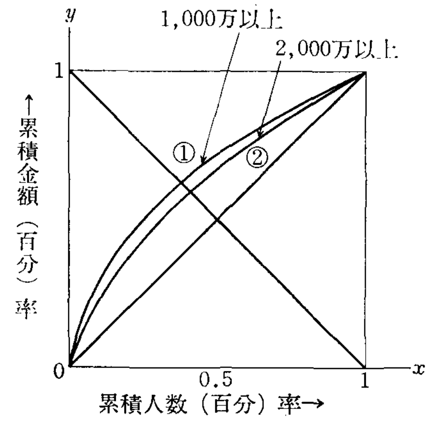


**図 6**　高額所得金額のパレート図(松戸)

ると，こんどは松戸でも，1,000万円以上，1,200万円以上，…，2,000万円以上などのそれが，すべてピタリと重なってくる．つまり，納税金額1,000万円以上であれば，まちがいなく，ひとにぎりの高額納税者であるといってよさそうである．

片目のORでは見えない，これらの実態を，両目でしっかり見すえたいと思う．

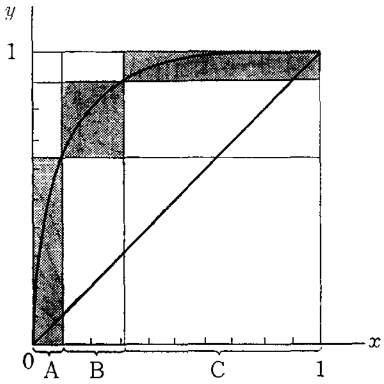


図 7　ABC分析(等積法)

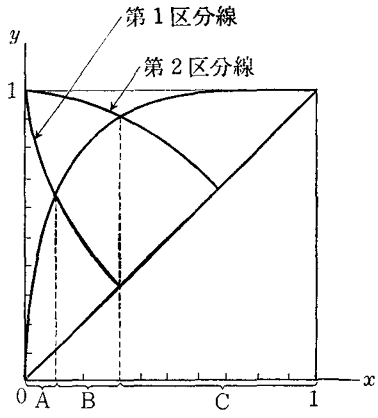


図 8　ABC分析における区分線

## ABC分析

**日本工業規格オペレーションズ・リサーチ用語**によると，**ABC分析**とは

「在庫品目が非常に多いとき，それを使用金額の大きさの順に並べて，A，B，Cの3種類に分類し，能率的に重点管理を行なうやり方」

とある．すなわちABC分析とは，図1のようなパレート図を書き，

特に変化のはげしい部分をA(高使用金額)

それにつぐ部分をB(中使用金額)

変化のゆるやかな部分をC(低使用金額)

として管理する手法である．この場合，もちろんAランクの品目に関しては綿密な管理(重点管理)，B品目はそれにつぐ管理，C品目についてはゆるい管理を行なうことになる．しかし，A，B，Cの区分のし方について，単に「変化のはげしい部分」とか「ゆるやかな部分」ということではなく，もう少しキチンとした基準がほしい．そこで，筆者は次のように考える．図1における横軸は(たとえば管理のための)努力軸であり，縦軸は(コストという意味での)効果軸であるとみる．そして**図7**(これは図1と同一のパレート曲線)の3つの長方形の面積が等しくなるようにA，B，Cの区分点を定める．このような区分法を**等積法**と呼ぶ．

等積法による区分点を求めるには，あらかじめ対数正規分布のパレート曲線を規準にして算出した数値にもとづき，第1区分線，第2区分線を書き込んである方眼紙を利用するのがよい．

すなわち，**図8**のような方眼紙を用意しておき，実データからのパレート曲線を書く．この曲線が第1区分線，第2区分線と交わる点の横座標によって，A，B，Cと区分する．このようにすれば，近似的ではあるが，十分実用的な解が得られる．

ところでわれわれは，単に在庫問題に限らず，社会生活，日常生活の到る面で，限られた努力をいかに上手に配分するかの問題に腐心している．労多くして功なしといった面にも，それ相応の努力は払わなくてはならないし，効果が大きいからといって，そればかりに努力を傾けすぎるのも考えものである．そのかねあいを図ろうとするのがABC分析である．そのような観点からすれば等積法は，[努力]×[効果]をバランスさせる方法なので，1つの望ましい区分法になっている．――大いに活用したいものである．

### 参　考　文　献


[1]　牧野都治，「格差・パレート図・ABC分析」，日本評論社，昭和59年．

[2]　同上，「所得税制における2つの改正」，日本OR学会59年(秋)発表会予稿集

[3]　同上，「所得税における税痛格差の分析」，日本統計学会61年発表会予稿集


×　×　×　×　×