

# 交 通 流

川嶋 弘尚 慶応義塾大学

## 1. はじめに

交通流を分析する場合、その目的が渋滞現象の解析なのか、道路設計のためののかなど、目的によって現象のとらえ方やそれを表現する変量が異なる。ここでは都市内交通でわれわれが日常経験している渋滞現象を分析するための解析手法について述べ、その中に図による表現が生かされていることを示そう。

渋滞をとらえる一番単純な方法は、対象とする区間当り何台の車が走行（あるいは渋滞のため停車）しているか、つまり対象区間の存在台数を測定することである。ところが、このような変量は航空写真でも使わないかぎり測定できないうえ、時々刻々と変化する現象をとらえるほどスピーディーな処理をこの方法に期待できない。現在、テレビカメラや特殊な光電素子を使って直接、あるいはコンピュータによる画像処理を経て測定する方法の研究開発が行なわれているが、実用普及にはかなり時間がかかりそうである。このような事情のため、交通工学では時々刻々、直接測定可能な変量をいくつか導入して現象の把握にとりくんでいる。

## 2. 変量の定義

多少冗長かもしれないが、議論を明確にするために、これから述べる話題と直接関係のある変量の定義をまず述べておこう。

**交通量(Q)**：ある時間内に道路上の1点を通過する台数。

**交通密度(K)**：ある瞬間に単位長さの道路上にある車の数。

速度については2通りの考え方がありそれぞれ以下のようなになる。

**空間平均速度( $V_S$ )**：ある単位区間を  $n$  台の車が通過し、それぞれの車の通過時間を  $t_i$  とするとき

$$V_S = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i}$$

で定義する。

**時間平均速度( $V_t$ )**：ある単位時間内に  $n$  台の車の速度  $v_i$  を測定したとき

$$V_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$$

で定義する。

いますべての車がまったく同じ速度で走っているものとすれば、各車の車間距離に変化はなく、交通量は交通密度と速度の積

$$Q = K V_S \quad (1)$$

で表わされる。(1)式は交通流を解析するうえで基本的な関係式である。

$V_t$  と  $V_S$  の関係は、 $V_S = 1 / \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_i} \right)$  と書けることに注意すれば

$$V_t = V_S + \sigma_S^2 / V_S$$

となることが証明されている。ここに  $\sigma_S^2$  は空間平均速度の分散である。したがって、 $\sigma_S^2 = 0$ 、すなわちすべての車が一定の速度で走行している場合に限って  $V_t = V_S$ 、その他のときは  $V_t > V_S$  である。いくつかの測定結果から  $V_t - V_S \leq 3 \text{ Km/h}$  と見積られているので、 $V_S$  のかわりに実測の容易な  $V_t$  で置換えて考えることが多い。しかし理論的な議論の場合は、より明確に交通現象を表現している  $V_S$  を用いる。ここで速度  $V$  と書けば  $V_S$  をさすことにする。

次にオキュパンシー ( $O_{cc}$ ) の定義を与えよう。単位時間内に道路上の1地点が車によって占有された時間の割合で定義する時間オキュパンシー ( $O_t$ ) と道路上の単位距離内において車によって占有されている長さの割合で定義する空間オキュパンシー ( $O_S$ ) の2つがある。空間オキュパンシーは交通密度の概念にさらに車の長さを加味した性質をもたせたものである。 $O_S$  は  $V_S$  と同じように測定が容易でないので、一定の長さをもった車両感知器によって測定できる時間オキュパンシー  $O_t$  がよく使われる。交通密度  $K$  は台数のみを問題にしているため、いろいろな車種が混合していて、しかも高密度の場合は密度だけでは実状を明確に示ことができないのでオキュパンシーが使われる。以後  $O_t$  しか扱わないので、 $O_{cc}$  と書けば  $O_t$  のことをさすものとして、この定義を述べておこう。

**時間オキュパンシー( $O_t$ )**： $T$ 時間の間に、ある短い区

間  $S$  を通過した車を  $n$  台観測したものとし、各車がこの区間  $S$  を通過するのに要した時間を  $t_1, \dots, t_n$  とする。このとき

$$O_{cc} = O_t = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n t_i$$

で  $O_t$  を定義する。一方、 $V_S = \frac{1}{(O_{cc} \cdot T/n)}$  が成立することと、 $Q = n/T$  であることから

$$V_S = Q/O_{cc}$$

が成立することがわかる。これは本質的に(1)と同等の関係である。

### 3. 変量間の関係

さらに分析をすすめるに、今までに定義した諸変量の相互関係を次に問題にする。これに関しては50年も前に Greenshilds<sup>1)</sup> が速度  $V_S$  と密度  $K$  の間に

$$V_S = \alpha - \beta K \quad (\alpha > 0, \beta > 0)$$

という関係をあてはめている。図1からわかるように、 $K=0$  での  $V_S$  の値  $\alpha$  ( $y$  切片) は、他の車に影響されることなくドライバーが選択できる速度と考えられるので、平均自由走行速度と呼ばれている。この値は道路特性(車線幅、視界)、気象、自動車の特性、ドライバー特性などの影響を受けると考えられている。一方  $x$  切片を  $k_j$  とおくと、これは逆に車の数が多く、渋滞のため車がじゅずつなぎとなり車が停止状態にある密度(ジャム密度と呼んでいる)を表現しているから

$$\beta = -\alpha/k_j$$

が成立する。平均自由走行速度をあらためて  $v_f$  とおくと

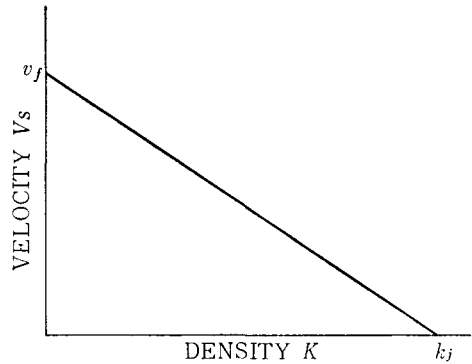


図1 速度—密度の関係

$$V_S = v_f - \frac{v_f}{k_j} K \quad (2)$$

となるから、これを(1)式に代入すると

$$Q = v_f K - \frac{v_f}{k_j} K^2 \quad (3)$$

となる。あるいは  $K = Q/V_S$  を(2)式に代入すれば

$$Q = k_j V_S - \frac{k_j}{v_f} V_S^2$$

の関係が成立する。図2に(3)式の関係を図示した。 $V_S$  は  $Q/K$  であるから、この図では直線  $OA$  の傾きが交通量  $q_A$ 、密度  $k_A$  のときの空間平均速度をあらわしている。交通量  $q_A$  に対して  $OA$  の他に  $B$  点をとおり密度  $k_B$  のときの直線  $OB$  が対応し、このときの空間平均速度  $v_B$  は  $q_A/k_B$  で与えられる。平均自由走行速度  $v_f$ 、ジャム密度  $k_j$ 、最大交通量  $q_M$  の意味も図から明らかである。

このように図2を用いれば対象とする道路の交通特性が記述できるので、この図のことを“基本ダイアグラム”と呼んでいる。

基本ダイアグラムを用いて交通状況が変化したときの様子を記述してみよう。いま高密度の流れにすぐ続いて低密度の車の流れがあったとする。低密度の車の方が速度が速いので、高密度の車の群れに追いつくと減速し、場合によっては高密度の車群を走行する車よりも一時減速してから再び増速され、前を走る車群の速度に近づいていく。逆に、事故や工事等による車線規則のため渋滞している場合は、この規制区間を出れば状態が突然変化し、車の速度は増速され、低密度の車群の速度に近づいていく。いずれの場合も前後の流れと異なる性質をもつ車の群れがある速度で移動することに

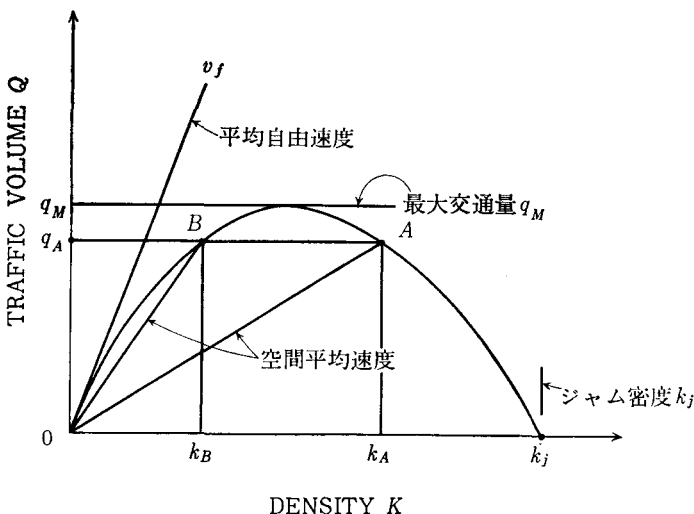


図2 道路交通の基本ダイアグラム

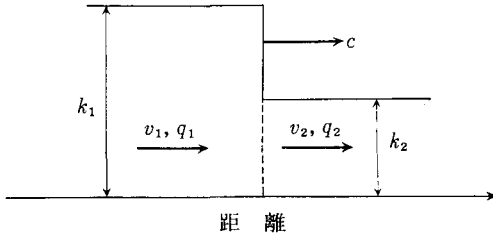


図 3 衝撃波の模式図

なる。この“波”のことを衝撃波 (Shock Wave) と呼んでいる。衝撃波の伝播速度  $c$  をもとめるために図 3 のような理想化した状態を考えよう。不連続面上流側、下流側の速度をそれぞれ  $v_1, v_2$ 、密度を  $k_1, k_2$ 、交通量を  $q_1, q_2$  とし、これらはそれぞれの側で一様とする。また衝撃波の伝播方向が交通量と同じ場合は  $c$  を正とする。この面を含むある区間内について、交通量保存を表わす連続の式は

$$k_1(c - v_1) + k_2(v_2 - c) = 0$$

となる。上式から  $c$  をもとめて、 $Q = KV$  の関係を考慮すれば

$$c = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2} \quad (4)$$

が導びける。図 4 に示すように  $c$  は交通量—密度曲線上の 2 点を結ぶ直線の勾配を表わしており、 $c > 0$  ならば不連続面は下流向きに、 $c < 0$  ならば上流向きにそれぞれ伝播し、 $c = 0$  ならば静止していることを表わしている。 $k, q$  の組合せによって  $c$  符号を調べると表 1 のような結果になる。

密度の微小な変化に対する伝播速度は (4) において  $k_1 \rightarrow k_2$  の極限  $dQ/dK$  を求めれば良いが、 $dQ/dK$  は  $Q-K$  曲線上の接線の勾配を表わすから、微小な密度の変化の伝播に関して次の性質がある。

- 非渋滞領域の流れにおいて  $c > 0$ ,
- 渋滞領域の流れにおいて  $c < 0$ ,
- 最大交通量の流れにおいて  $c = 0$ .

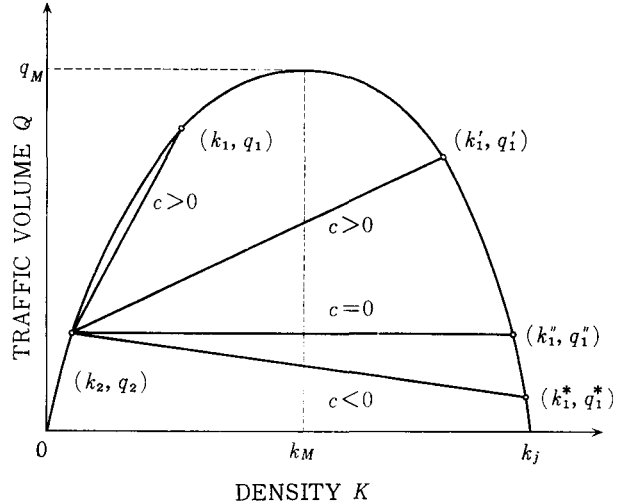


図 4 衝撃波の伝播方向

表 1 衝撃波の伝播方向

	$k_1$ 渋滞	$k_1$ 非渋滞
$k_2$ 渋滞	$c < 0$	$q_2 > q_1$ ならば $c > 0$ $q_2 < q_1$ ならば $c < 0$ $q_2 = q_1$ ならば $c = 0$
$k_2$ 非渋滞	$q_1 > q_2$ ならば $c > 0$ $q_1 < q_2$ ならば $c < 0$ $q_1 = q_2$ ならば $c = 0$	$c > 0$

さらに、 $Q = KV$  であるから

$$c = dQ/dK = V + K \frac{dV}{dK} \quad (5)$$

となり、 $dV/dK < 0$  と考えられるから  $c < V$  であることがわかる。すなわち、密度の微小変化の伝播速度はその流れの速度より小さい。また  $V = Q/K$  であるから、このことは  $Q-K$  曲線上の任意の点における接線勾配は、この点と原点とを結ぶ直線の勾配よりも小さい、ということと同じである。

### 参考文献

- (1) B. D. Greenshields "A study of highway capacity" Highway Res., Board Proc., Vol. 14, 1934