

図 8 パップスの定理, 3点X, Y, Zは一直線上に位置する.

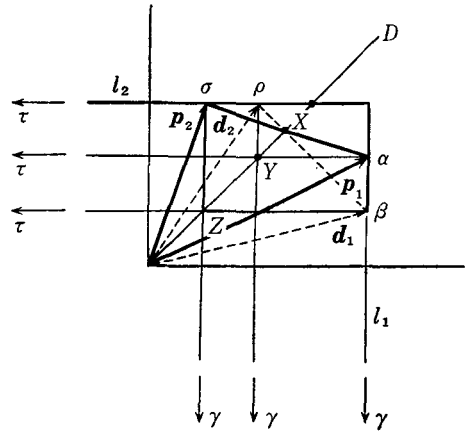


図 9 $G_p(1), G_a(1)$ と D が1点で交わることの証明

[3] 柳井浩「線形計画法に於ける双対定理の図解」日本オペレーションズ・リサーチ学会アブストラクト集, 1985, 秋季

[4] 津田文夫「射影幾何」共立, 1981

損益分岐点分析と感度分析

中村 善太郎 慶応義塾大学

1. 利益図表の役立ち

図 1 に示すのが「利益図表」と呼ばれているものである。利益計画を作成するときなどに良く使われているわかりやすい単純な図である。横軸が操業度あるいは販売量、縦軸は収益と費用を表わしている。販売量を Q 、販売価格を P 、変動費単価を V 、固定費を F で記しておこう。販売量 Q の上に収益 $R = P \times Q$ をとって点 $R = (Q, P \times Q)$ を定める。原点と点 R を結ぶ直線が収益線で、この線の傾斜は販売価格 P になる。次に、販売量 Q の上に費用 $C = F + V \times Q$ をとって点 $C = (Q, F + V \times Q)$ を定め、縦軸に F の高さで点 $F = (0, F)$ をとり、点 C と点 F を結ぶと費用線が描かれる。この費用線の傾斜は変動費単価 V になる。

販売量 Q の値に応じて利益 π の大きさが変わる様子が収益線と費用線の差の部分に表わされている。収益線と費用線の交点 B で利益がちょうど0になる。そのときの販売量 Q^* がいわゆる「損益分岐点」である。式で示すと次のようになる。

$$Q^* = F / (P - V) \quad (1)$$

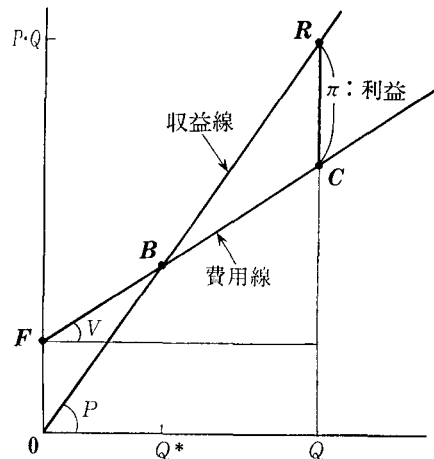


図 1 利益図表

損益分岐点が変わると、販売市場が利益を確保できるものか否かの判断や販売の努力目標を決めるのを助ける。目標利益を達成するのに必要な販売量も図から読める。費用や価格などの条件の変化による利益額の動きも図の上で検討できる。

この損益分岐点は販売量についてばかりでなく、販売価格、変動費単価、固定費の損益分岐点と呼んでもよいものをこの表の上に読みとることもできる。図2に示すように原点と点Cを結ぶ直線の傾斜 P^* は利益を0にする販売価格、点Fと点Rを結ぶ直線の傾斜 V^* は利益を0にする変動費単価、点Rを通る直線FCとの平行線と縦軸との交点の位置 F^* は利益を0にする固定費になる。これらの値を、価格政策、コスト管理などに役立てることができる。図2にある $\Delta Q, \Delta P, \Delta V, \Delta F$ の大きさは、一定の利益 π を吸収してしまう各々の要因の変動量を意味している。

2. 感度分析

計画をたてるさいに用いる販売価格、販売量、変動費単価、固定費の値はあくまで想定値である。実際には見込み違いがおこる可能性をもっている。これらの想定値をそれぞれ P_0, Q_0, V_0, F_0 の記号で表わすことにしよう。図2の $\Delta P, \Delta Q, \Delta V, \Delta F$ は、それぞれ他の想定値が変わらないもとの、利益を確保する意味での見込み違いの限界値になっている。

見込んだ利益 $\pi_0 = P_0 \times Q_0 - V_0 \times Q_0 - F_0$ を別の値 π に変化させてしまうそれぞれの要因の変化の仕方を利益図表を使って調べてみよう。ここでは利益が減少してしまう方向への変化、すなわち $\pi_0 > \pi$ 、に注目することにしよう。

$\pi_0 - \pi$ の利益の減少を生み出す販売価格の低下額を $P_0 - P$ で表わすと、両者の関係は図3に示すようになる。

図3より次式が成り立つことがわかる。

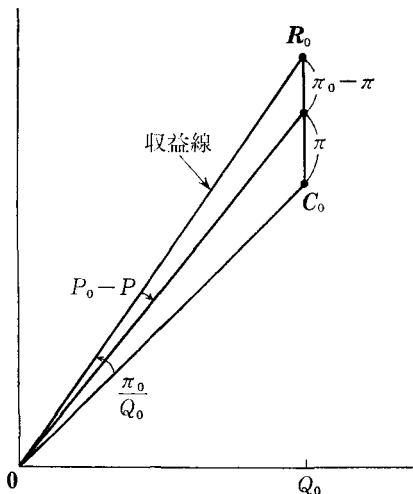


図3 販売価格の変化

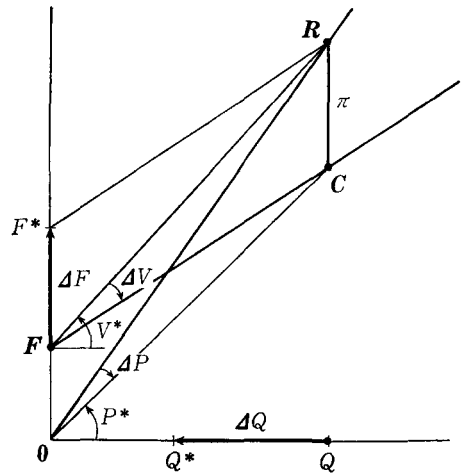


図2 いろいろな損益分岐点

$$\pi_0 - \pi : \pi_0 = P_0 - P : \frac{\pi_0}{Q_0} \quad (2)$$

販売価格の低下額と製品1単位当りの利益の比が利益の減少率になっている。

次に、変動費単価の上昇額 $V - V_0$ についてみると、図4より、

$$\pi_0 - \pi : \pi_0 = V - V_0 : \frac{\pi_0}{Q_0} \quad (3)$$

になる。さらに固定費の上昇額 $F - F_0$ については、図5より、次式が成り立つことになる。

$$\pi_0 - \pi : \pi_0 = \frac{F - F_0}{Q_0} : \frac{\pi_0}{Q_0} \quad (4)$$

最後に販売量の減少量 $Q_0 - Q$ についてみてみよう。図6のように三角形 OC_0R_0 の内部に直線 F_0C_0 と平行

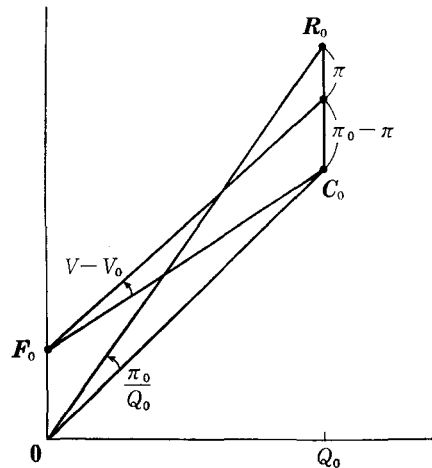


図4 変動費単価の変化

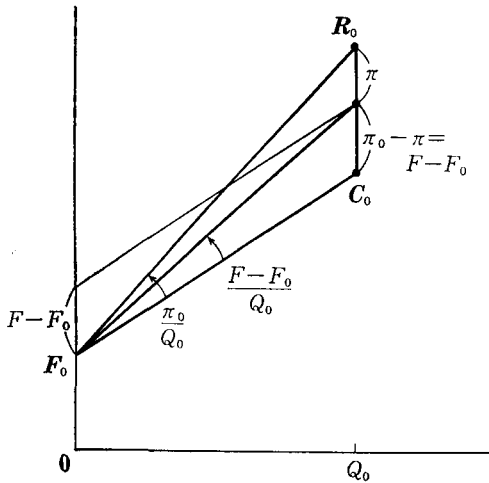


図 5 固定費の変化

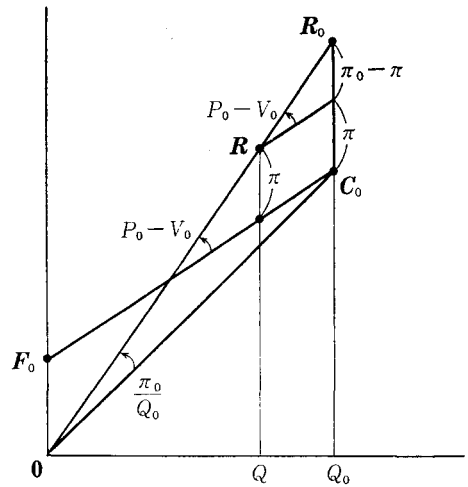


図 6 販売量の変化

な、点 R を通る直線をひくことにより次式が成り立つことがわかる。

$$\pi_0 - \pi = (P_0 - V_0) \times (Q_0 - Q)$$

また、

$$\pi_0 = \frac{\pi_0}{Q_0} \times Q_0$$

の関係を用いて次式をえる。

$$\pi_0 - \pi : \pi_0 = (P_0 - V_0) \times (Q_0 - Q) : \frac{\pi_0}{Q_0} \times Q_0 \quad (5)$$

以上の(2)~(5)式をもとに、利益の減少率とそれぞれの要因の変化率の関係を次に示す式で表わすことができる。ここで $r_0 = \pi_0 / Q_0$ は見込み通りにいったときの製品 1 単位当りの利益である。

$$\frac{\pi_0 - \pi}{\pi_0} = \left(\frac{P_0}{r_0} \right) \times \frac{P_0 - P}{P_0} \quad (6)$$

$$\frac{\pi_0 - \pi}{\pi_0} = \left(\frac{V_0}{r_0} \right) \times \frac{V - V_0}{V_0} \quad (7)$$

$$\frac{\pi_0 - \pi}{\pi_0} = \left(\frac{F_0 / Q_0}{r_0} \right) \times \frac{F - F_0}{F_0} \quad (8)$$

$$\frac{\pi_0 - \pi}{\pi_0} = \left(\frac{P_0 - V_0}{r_0} \right) \times \frac{Q_0 - Q}{Q_0} \quad (9)$$

これらの式は大いに興味あることを教えてくれる。それぞれの式の右辺の()内の係数はいわゆる「感度係数」になっている。すなわち、販売価格の感度係数は販売価格と製品 1 単位当りの利益(r_0)の比で与えられ、変動費単価の感度係数は変動費単価と r_0 の比、固定費の感度係数は固定費単価と r_0 の比、販売量の感度係数は製品 1 単位当りの粗利($P_0 - v_0$)と r_0 の比でそれぞれ表わさ

れている。

ところで一般に、正の利益がえられる場合は、次式が成り立つ。

$$P_0 > P_0 - v_0 > F_0 / Q_0,$$

$$P_0 > V_0.$$

このことは、いかなる場合でも販売価格の感度が一番大きくなることを物語っている。また、販売量の感度は固定費の感度よりも必ず大きくなる。

以上の分析から、販売価格(P_0)、変動費単価(V_0)、固定費単価(F_0 / Q_0)、粗利単価($P_0 - V_0$)がそれぞれ重要な感度情報をもっていることがわかった。

3. 代替案の優劣分岐点と抵抗力の分析

固定費が高くても変動費が小さければ操業度が大きくなるにつれ利益は大きくなる。このことを利益図表で検討してみよう。A 案の固定費を F_A 、変動費単価を V_A 、B 案の固定費を F_B 、変動費単価を V_B で表わしておこう。ここで、 $F_A > F_B$ 、 $V_A < V_B$ とする。図 7 に収益線と A、B 案の費用線が描かれている。この図から明らかのように両案の費用線の交点 Q の販売量 Q_{AB} を境にして、 Q_{AB} より販売量が少ないとき B 案が有利で、 Q_{AB} より多いとき A 案が有利になる。 Q_{AB} を「優劣分岐点」と呼んでいる。

A、B 案の費用線の交点 Q の座標を求めると次のようになる。

$$Q = \left(\frac{F_A - F_B}{V_B - V_A}, \frac{F_A V_B - F_B V_A}{V_B - V_A} \right) \quad (10)$$

すなわち $Q_{AB} = (F_A - F_B) / (V_B - V_A)$ となる。

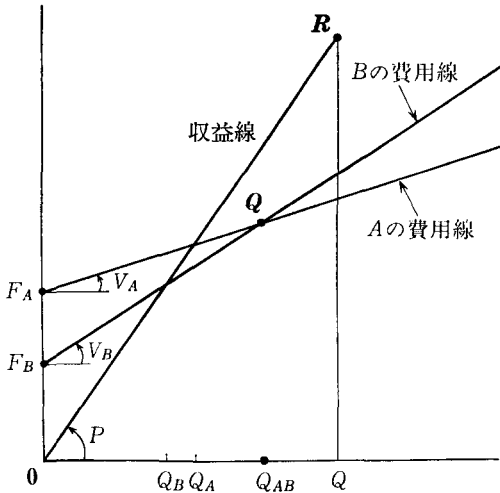


図7 優劣分岐点

そこで変動費、固定費、販売価格、販売量の想定値に見込み違いが生じたときに、A案とB案の有利さにどんな影響をおよぼすかを利益図表の上で調べてみよう。

変動費が増加するとどうなるか。\$V_A, V_B\$ が同じ率 \$\alpha > 1\$ で増加すると仮定してみる。点Qの座標は(10)式より次のようになる。

$$Q(\alpha) = \left(\frac{1}{\alpha} \times \frac{F_A - F_B}{V_B - V_A}, \frac{F_A V_B - F_B V_A}{V_B - V_A} \right) \quad (11)$$

(11)式をみると、\$\alpha\$の増加に関して点Qでの費用の値(縦軸の値)は不変で販売量の値(横軸の値)が減少することがわかるので、図8に示すように、変動費が増加するに応じて、横軸と平行な線分 \$L_V\$ 上を左方向に点Qが移動することになる。

ここで、仮に収益点と呼んでおく収益線上の点 \$R = (Q, P \times Q)\$ の位置に注目してみよう。一般に、収益点Rが費用線Aと費用線Bの上側に位置する場合、すなわちAでもBでも共に正の利益が見込まれる場合を考える。いま図8に示すように収益点Rが線分 \$L_V\$ とBの費用線の上側に位置するとしよう。このとき、変動費が増大し点Qが線分 \$L_V\$ 上を左に移動する2本の費用線の動きを図上で考えると、収益点Rは、はじめに費用線Bに、その後で費用線Aにぶつかることがわかる。したがって、変動費の増大に対しては、B案よりもA案の方が正の利益を確保できる余裕が大きいことになる。また、収益点Rが線分 \$L_V\$ の下側に位置する場合には、点Qの動きから逆にA案よりB案の方が正の利益を確保できる余裕が大きいことになる。

次に、固定費が増大する場合をみてみよう。ここでも

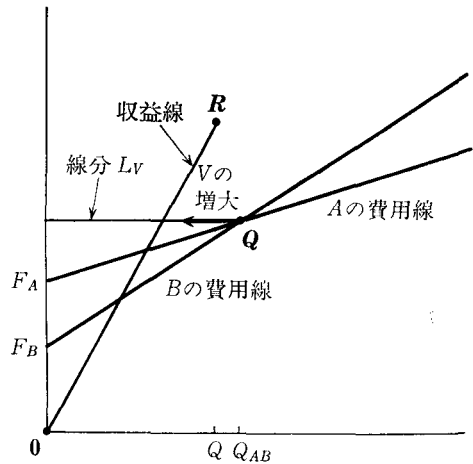


図8 変動費 (V) の増大

\$F_A, F_B\$ が同じ率 \$\alpha > 1\$ で増加すると仮定する。このとき点Qの座標は次のように表わされる。

$$Q(\alpha) = \left(\alpha \times \frac{F_A - F_B}{V_B - V_A}, \alpha \times \frac{F_A \times V_B - F_B \times V_A}{V_B - V_A} \right) \quad (12)$$

したがって、固定費(\$\alpha\$の値)が増大すると、図9に示すように、原点から点Qを通る直線上を右上の方向に点Qが移動することになる。

そこで収益点Rが、図9で表わされているように、原点と点Qを通る直線の左上側の領域に位置するときには、固定費が増大していくと、はじめに費用線Aが収益点Rを通過しその後で費用線Bに接する動きになる。すなわち、B案の方がA案よりも正の利益を確保できる余裕が大きいことになる。逆に、収益点Rが原点と点Qを通る直線の右下側の領域に位置するときはA案の方がB案よりも正の利益を確保できる余裕が大きいことが同様にして確かめられる。

販売量が減少する場合をみてみよう。図10でわかるように、この場合には収益点Rが原点方向に収益線にそって移動する。したがって、点Qが、収益線の右下の領域に位置する場合は、販売量が減少していくと収益点Rがはじめに費用線Aを横切りその後で費用線Bに接する動きになる。また、点Qが収益線の左上の領域に位置する場合は収益点Rは逆に、費用線Bを横切った後で費用線Aにぶつかることになる。

収益線に対する点Qの位置関係は次のように言い換えることができる。すなわち、収益線の右下の領域に点Qが位置することは、原点から点Qを通る直線の左上に収益点Rが位置することを意味し、収益線の左上の領域に

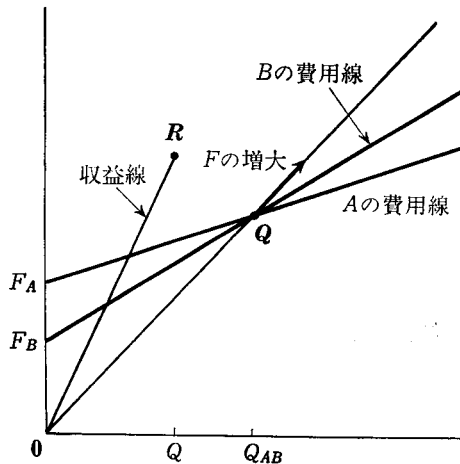


図9 固定費 (F) の増大

点Qが位置すると、原点から点Qを通る直線の右下に収益点Rが位置することになる。したがって、ここで示した販売量が減少するときの収益点Rの費用線Aと費用線Bへの接近のし方は、先に述べた固定費が増大するときとまったく同じ結果になることがわかる。

次に、販売価格が低下するとどうなるかをみてみよう。図10からわかるように、販売価格の低下にともない収益点Rは垂直の方向に下がる。したがって、収益点Rが、点Qを通る垂直線の右側に位置する場合はA案の方が、左側に位置する場合はB案の方が正の利益を確保できる余裕が大きいことになる。

以上をまとめると、利益を減少する方向に条件が変化した場合に正の利益を確保する余裕をもつという意味での案の抵抗力の分析を次に述べる方法で図を用いてできることになる。図11に示すように、点Qを境にして、B案の費用線の線分BとA案の費用線の線分Aを描く。次に、点Qから、左方向への水平線、上方向への垂直線、原点と正反対の方向への直線の3本の線を引き、費用線の上側を4つの領域I, II, III, IVに区分する。収益点Rがこれらの領域のどこに位置するかによって、変動費、固定費、販売量、販売価格のそれぞれが利益を減少する方向に独立に動いて見込み違いが生じた場合のA案とB案の抵抗力の比較が可能になる。ここで、各々の領域は次のような意味をもっていることになる。

領域I：変動費の増加、固定費の増加および販売量の減少、販売価格の低下のすべての場合でB案の方が抵抗力がある領域。

領域II：変動費の増加に対してはA案が抵抗力があり固定費の増加および販売量の減少、販売価格の低下に対してはB案の方が抵抗力がある領

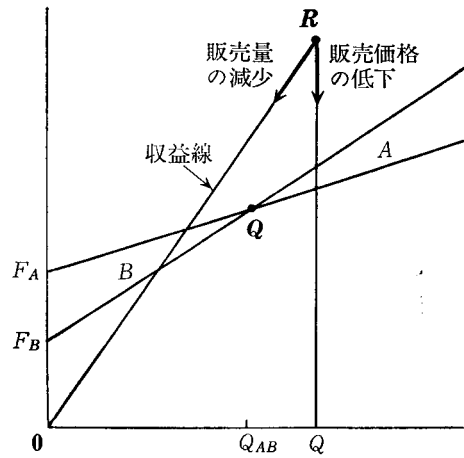


図10 販売量の減少と販売価格の低下

域。

領域III：固定費の増加および販売量の減少に対してはB案の方が抵抗力があり、その他に対してはA案の方が抵抗力がある領域。

領域IV：すべての場合に対してA案の方が抵抗力がある領域。

収益線と費用線からなる「利益図表」は単純でわかりやすい図である。それ故にいろいろな使い方がこの図から発想できる。ここで述べたことは、条件の違いや変動に対して案の有利さがどうなるのだろうか、という疑問にこたえる手段としての使い方の例である。

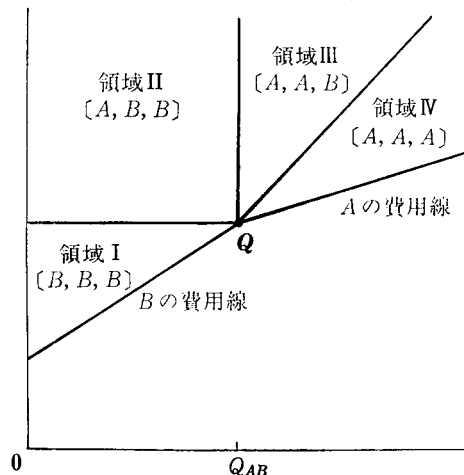


図11 代替案の利益確保の抵抗力の分析図

注) [] 内の表示の意味

左：変動費の増大に対して抵抗力のある案

中：販売価格の低下に対して抵抗力のある案

右：販売量の減少および固定費の増大に対して抵抗力のある案