

特集に当って

小島 政和

この特集を企画して下さったOR誌編集長の柳井浩先生から、初めて線形計画法を教わったのは今から約20年前のことです。当時としてはあまり使われていなかったOHP（オーバーヘッド・プロジェクタ）を用いて授業をしていただいたのですが、暗くなると毎回のように居眠りしてしまったのを思い出します。

単体法を中心とした線形計画法はそれよりずっと以前に確立されており、すでに、ORの理論と応用の中心に位置していました。その当時と比べてみると、非常に大規模な問題が単体法で解けるようになりました。コンピュータの長足の進歩がこれに大きな貢献をしたことは確かですが、スパーサクな行列を扱う線形計算技術の発展も忘れてはなりません。1970年代の初期に大型計算機で解いていた問題が現在ではマイコンで解けるのです。この特集では、最近の発展のうちからいくつかを拾い出して解説します。

“単体法は有限回の反復で問題を解く”と習いました。しかしながら、有限性を保証するために、非退化の条件を仮定するか、辞書式順序を導入して退化を処理することが必要でした。それをみごとに解決したのが Bland によるピボット選択のための最小添字規則です。この規則は有向マトロイドの研究から生み出されたものですが、有向マトロイドそのものについてはあまりポピュラーではないようです。東工大の福田公明氏に“有向マトロイド上の線形計画”について書いていた

いただきました。

対象となる線形計画問題のサイズが大きくなるにつれて計算時間がどのように増えるかが関心を集めるようになりました。そんななかで、ソ連の数学者 Khachian が、問題のサイズと入力データの総ビット数に関する多項式の計算時間で線形計画問題を解くアルゴリズムを初めて発表しました。この方法は楕円体法と呼ばれ、単体法とはまったく違う原理にもとづくアルゴリズムです。さらに、1歩進んで線形計画問題を“強多項式時間”で解く最新の計算手法について、筑波大学の藤重悟先生に解説していただきました。

華々しく登場した楕円体法も、実用的には単体法にまったくかないませんでした。その余韻も消え去らんというときに、“IBMコードと比べて、5000変数の問題を50倍速く解く”新LP解法、Karmarkar法のニュースが伝わってきました。理論のすばらしさは十分に認められながらも、当初は、その実用性に関しては疑問を持つ研究者も多かったようです。その辺の事情も含めて、埼玉大学の刀根薫先生が“Karmarkar法のお話し”を書いてくださいました。現在ではKarmarkar法をめぐって非常に多くの研究がなされ、数多くの修正版、改良版、改訂版や、この方法に触発されたいくつかのLP新解法も生まれました。九州大学の今井浩氏には、新解法の1つである“Multiplicative Penalty function Method”をお願いしました。私自身は“Karmarkar法と双対定理とのかかわり”について書かせていただきました。

単体法が安定支配していた線形計画法およびそれを含む数値計画法の分野が活気をおびてきています。なおいっその発展のためには、さらに進んだ研究が必要です。多くの人々がこの分野の研究に参入されることを望んでいます。