数量化理論のできるまで

林　知己夫

今日，数量化理論に関する著書も少なくはないし，その方法の一部はコンピュータ・プログラムとして普及し，多くのものに応用されている．しかし，どうしてあのようなものが生れ発展してきたかは，それらの出版物やプログラムからは知ることは困難である．

こうした発生の経緯を知ることは，数量化の方法を正しく用いる「気持」を習得することにもなり，さらにまた，困難な問題にぶつかった時，それを克服するための新しいデータ解析を開発するポテンシャルを与えることにつながることにもなると考えて，筆をとる次第である．

論理的に話を構築するよりも，発生的に見て，迷いつつ進んだ路をたどる方が，「前向き」的記述であるため――現在から過去を眺め，いわば「後向き」的論理ないしは「後向き的」後づけ合理化，結果論的説明は，教養となったとしても，未知のものを切り拓いてゆくためのポテンシャルを与えるものでないと思っている――かえってその本質を理解しやすいと考えた．

1. 戦後，数理統計学を学ぶ

私は大学時代は数学科で確率論を専攻した．クラーメルの薄い本で，近代確率論の一翼を荷うものである．コルモゴロフの確率論で近代化の運動が盛んになり，クラーメルを経て，P．レヴィの確率論にいたる．このレヴィの本は論文作成の種のような働きをしていた．

しかし，そうした確率論は理屈では解るが何か釈然としないものが残った．紙の上のことではなく，実際問題としてどういうことなのか，という疑問である．「数学にはこんな疑問は邪道である．確率現象は，公理系の中に感じとらねばならないからである．」こう言い聞かせようとしても，確率とサイコロの現実とが二重うつしになり，サイコロとの結びつきが欲しいと感じたのである．

確率論の夜明け頃の数学教室にある確率論の本や，1900年以後の教室にある数学雑誌（当時はそれほど多いものではなかった）の論文で確率論の基礎に関するものを手当り次第読みあさった．これで打ち当ったのがR．V．ミーゼスの確率論，A．ワルド（後に sequential test で有名になった人）のコレクティブの存在の構成的方法の論文，J．V．ノイマンのゲームの理論，トルニエのジョルダン測度による確率論である．

これらに深く感銘を受け，心から解った気がした．わけてもミーゼスの確率論には心酔したものである．こうした行き方が確率論の本道ではないかと思ったのである．なおミーゼスには，第一種の過誤，第二種の過誤を批判し，経験的ベイズにもとづく推論を1945年頃に発表しており，これもまた私の疑問に答えてくれたという後日譚がある．

はやし　ちきお　放送大学
〒260 千葉市若葉2―11

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

そのうちに，統計数理研究所に入り統計学を勉強することになった．文献はごくわずかしかなかった．リプリントの赤本（J.ネイマンによる）を読めと言うので読んでみたが，さっぱり何のことか解らない．検定論の勉強をしてみたが「おかしなことだ」と思うのが先に立って目茶苦茶の論理ではないかとさえ思ったものである．フィッシャーの本を読んでみたが，真意はつかめなかった．数理統計学は自分には向かないと思い憂鬱になった．

そのうち先輩が，これからはサンプリングが大事だからサンプリング調査を勉強せよと言うので勉強し始めた．これは確かに解る面白い方法だと感じたが，いまだ実感がわかなかった．実際をやってみなければやはり解らないものである．

統計数値表（統計科学研究会編）にある検定法を経済データ，そのほか手に入るデータを使って実際に計算してみた．してみると，ますますおかしなことが解ってきた．第一，ガウス分布をしているデータはほとんど見つからなかったのである．ガウス分布をもとにする精密標本理論とやかましく言うが，これは何なのかという信念にも似た疑問をもってきた．これは，単なる仮定としてのモデルにすぎないと割りきれるまでにはだいぶ時間かかった．

これはさておいて，平均の差の検定，$m \times n$ 分割表，実験計画法の検定，相関係数の検定，曲線の当てはめの検定など，どれ1つとって満足できるものではなかった．標本数を増せば必ず差が出るので，やらなくても解っていると感じたのである．たまたま標本数が少ないから出ないにすぎないのであって，もし標本数をふやせば必ず出るという考え方である．

世の中には，数学的に同じ，相関係数0，数学的に独立なものは存在すると考える方がおかしいのである．しかし，これが統計的仮説になっているのである．

先輩の良識ある先生にお伺いしたところ，「検定論は，標本数が多くも少なくもないとき直観によく当てはまる」と言われ，なるほどという感じで検定論の論理は科学基礎論的に検定さるべきものと思った．

第一種の過誤，第二種の過誤というのもおかしい．とどのつまり，どんな過誤を犯すかもわからない．何が most powerful か，その現実的意味がさっぱり解らない．ある人は仮説は棄却すべきもので，採択すべきではないと言う．このままだと第二種の過誤はなくなるのだが，すべてこれでうまくゆくとは限らない．(標本数を多くとれば必ず数学的仮説は棄却されるということは別にしても)

曲線の当てはめというのはもっとおかしい．予想された曲線で検定をして，採択できないとなれば，こんなことを考えること自身科学の論理ではない．採択できるとなれば第二種の過誤は確率1になってしまう．きわめてよく当てはまっていると，当てはまりすぎの棄却などという狂信者もいた．こうなると目茶苦茶な論理と考えざるを得なくなった．

またまた不思議に出会った．分布の当てはめの時，袖の方はデータが少なくなるのでデータをプールして χ^2 検定するように教えている．これで当てはまったとしても袖の方の挙動は解らないのである．しかし，検定論は袖の方だけを用いているのである．

われわれの知りたいことは，こんなことではないのだと思った．数学的意味差が0，独立性，相関係数0，などを問題にしているのではないのだ．

当該科学の領域で意味のある差とは何か，関連性の程度（独立でないということではなく，どの程度の関連性を必要とするのか，相関係数の0.2だの0.3だのは，点をプロットすれば解るとおりバラバラなのであって，相関係数を考えるのならどのくらい以上必要なのか等)をどう表現すべきか，計算誤差の見積り，データの持つ測定誤差の評価などをふまえたうえでの議論であるべきだと思っ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

たのである．

当時の私には，多くの方々が研究の中心としてやっておられる統計的検定論，標本分布論など，はなはだ空しいものと思えたのである．ミーゼスの確率論などの基礎論的考察に訓練された頭にはそう感ぜざるを得なかった．こうなると，統計学は科学においていかに基礎づけられるべきであるかという基礎論的考察の必要性を痛感した．ここを固めておかねば，科学に用いる論理とはならないものである．これは，できあがっているものを正しいものとして位置づけることではなく，科学とは何か，科学の論理はいかなるものであるか，という立場から，既存の統計学の成果はいかなる意味で用いられるべきものか，ということを基礎づけることを意味する．

そのころ，フィッシャー流，ネイマン流の統計学の論争というのを知った．しかし日本では，新しい統計学はフィッシャーに始まり，と書いてこれを珍重しつつ，方法の内容はネイマン流というわけのわからぬ本ばかりであったと言える．フィッシャーの考えは数学的にはっきりしないからネイマンがそれをはっきりさせたものだという認識が暗にあったのではないかと思う．よく読めば水と油の議論である．

ネイマンはフィッシャーの統計学の真髄をつかんでいないで，別のものを作りあげたというようにしか考えられなかった．フィッシャーのは，解せないところがあるものの，科学の立場からの止むにやまれぬ論理，過去の方法よりベターな論理であるが，ネイマンのは，数学と紙の上の論理のように思えたのである．私としては必然的少数サンプルである場合の論理としてのフィッシャーの考えに共感を持ち，その当然の帰結としてネイマンの方法に嫌悪感を持ったのである．

私は，サンプリングをやりつつ，統計学の科学基礎論，前述したデータを用いるときの重要な基本的問題を考えることを課題にしようと思うに到って，いささか心が明るくなった．このあたりで私の「データ」なるものを大事にする統計的考えの行き方が固まりかけてきた．つまり「データによる現象解析」のための統計的方法（データの中で考えデータの中に情報を見いだす）という立場の発祥と言うことができる．

そのころ，アメリカの占領政策の一環として，「日本人の読み書き能力」を調査せよという指令が出てきた．後にハーバード大学教授になったペルゼルという人がアメリカ側の責任者で，日本側では，学際的グループが結成された．実動部隊は青二才の集りである．私もサンプリング担当ということで一同「事始め」的にことを運んだ．

私は，サンプリングを実際に行なってみて，そのすばらしさに感激した．理論的に当り前のことであるが，実際に小田原市の予備調査で厳重に500の標本をランダムスタートの等間隔抽出法でとってみたところ，これが全体の性，年齢にぴったり一致する——合いすぎの棄却に近い——のを見て驚いたのである．ランダムサンプリングをしっかりやれば，妥当な検定が可能になるということを知ったのである．

ここで，いわゆる等確率抽出とランダムスタートの等間隔抽出法との比較検討を真剣に行なったのである．これが，サンプリングの死命を制すると考えたからである．このほか，調査におけるすべてのプロセスを実証的に検討してかかった．当然，統計学の諸方法を使っての理論的・実証的研究である．

こうした調査を通して，サンプリング調査というもの，つまり，サンプリング企画，調査実施計画，非標本程度の評価，誤差の総合評価をしっかり行なうことの意義を知った．これ以後，昭和20年代はサンプリング調査の理論と実際の黄金時代であった．

サンプリング調査は「無から有を紡ぎ出す」マイダス王の杖のようなものだとの気持を一般の人だけでなく専門家のあいだにも感じさせたのである．サンプリング調査で，社会現象が解るという

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

錯覚である．しかし，これは後の話である．

2. 犯罪学との接触

読み書き能力調査も終りに近づいたころ，1人の刑法学者が訪れた．法務省矯正保護研修所の西村克彦氏（現青山学院大学教授）である．犯罪学では統計学をよく用いるが古くさいもので，なんとか近代化したいという話であった．牧野の教育刑，小野の懲罰刑などの話をきいて，この方面の本を教えていただいていろいろ読んでみた．今でも私の書棚の片すみに埃と歳月によごれた刑法・犯罪学の本がある．そこで「統計学の手引き」のようなプリントを作った．うすっぺらな標本調査の本（文民協会）に次ぐ第2の本である．ともにどこへいったか解らず，内容は忘れてしまっている．

そうこうするうちに，仮釈放の予測をやってみようということになった．刑期の1/3を過ぎたとき，累犯のおそれのないものを釈放するのだが，それをどう予測するか．その判断の成功率を高めなくてはならないわけである．

ハーバード大学のlaw schoolのグリュエックという人がやっている研究があるが，私の「統計学」を読んだ目でみるとどうも解せない所があると西村氏は言う．いろいろな項目をとりあげ，各項目の肢に-2，-1，0，1，2などの整数を与える．－はよい方＋はわるい方と主観（あるいはある種の理論や立場）によって決めるのである．この項目にある立場からウェイトを与える．個人はどの肢に反応したかわかるので，合計点を出すことができる．これをもとに判定しようという考え方である．

私も，なぜそのような点数を与えるかさっぱり解らない．心理学の友人にたずねたところ，リッカート・スケールと言うのだそうで，その人もこれには反対であると言う．そう言えば，日比谷公園の中にあったアメリカの図書館でみた文献の中に，リッカート・スケールに反対するガットマンのスケログラムによるガットマン・スケールというのがあったことに気がついた．

解らないところもあったが，1，2，3，4，5という数値を与えるリッカート・スケールが意味を持つ条件が考えられ，しかも，数値そのものが意味を持つのではなく，順序だけが意味を持つという考え方である．なにか，はなはだ明快で，ミーゼス，ノイマン，ワルド以来の心ひかれる人物であった．

何はもとあれ，現場を見ようということになった．場所は横浜刑務所である．西村氏と私，それに統数研の私のところにいた石田正次君と3人で横浜刑務所に通っていろいろの体験をした．データ発生の現場である．刑務所生活によく適応し，素直で明るくよく働くという優等生は，刑務所太郎と言って，釈放してもすぐ罪を犯してもどるのだと言う．すごく反抗的なものも悪く，中位が一番累犯しないという傾向もよみとれた．

裁判に対する態度でも，満足，不満というのも累犯しやすく，適度に不満が最も累犯しにくい要因であるらしいことも感じられた．-2，-1，0，1，2だのという＋－の方向も，直線性も成り立たないことを身近かに知ったのである．

なぜこうなるか体験してみたいと考えた．志願して（身分をかくして本当に）刑務所に入ってそれを体験するということが外国にあることを知って，日本でもできればやってみたいと統数研の所長に話したら「何を言うか」と一喝された．今の私なら，「やってみよ」と言いたいのである．仕方がないので，やはり外部からみて考えるより方法がなかった．西村氏と共同していろいろ考え，仮釈放に必要な調査項目をねりあげ，プリテストも実施した．その人の持つ諸特性（体型，生活歴，属性，居住歴，性格等），犯した犯罪に対する態度，受刑中の行動，釈放されたとき帰り行く家庭環境・社会環境等の生活環境のようなものをとりあげた．ほとんどすべて定質的な調査項目である．

次に何を対象とするかについては，釈放された

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

受刑者ということまでは明確であるが，罪を犯さないとは何かを決めなければならない．罪を犯しても，つかまらない場合もあるが，これは致し方のないことであり，そうした人はまた罪を犯し，いつかは発覚するものであると言う．

そこで実際に過去の例を調べてみたら，再び罪を犯すものの95%は1年以内に累犯するということが解った．調査の期限もあまり長くては役に立たないわけで，一応1年以内に罪を犯さないものは釈放がうまくいったと判断することにした．ここで調査が始まったわけである．

3. 数量化の基礎的考えの誕生

定質的データをどう取扱うかを考えていたのであるが，あるときふと釈放の成功，不成功を予測するのであるから，これがなるべくよく弁別されるように，質的データに数量を与えればよいのではないかということに気がついた．数量化されたものを加算して，判別すればよいことに気がついた．$\delta_i(j,\ k_j)$という記号を用いた．iという人がj項目(アイテム)，k_jカテゴリーに反応しているときに1，そうでないときに0とするという記号である．各質的なもの——これをあるアイテムにおけるカテゴリーへの反応というように表現した．(当時はカテゴリカルデータという表現はなかった)——にx_{jkj}という数値を与えれば，iというもののもつ数値α_iは，

$$\alpha_i=\sum_{j}^{J}\sum_{k_j}^{Kj}x_{jkj}\,\delta_i\,(j,\ k_j)$$

ただし　Jは項目(アイテム)の総数

K_jはj項目のカテゴリー総数

と書ける．

さて，α_iがわかれば，仮釈放の成功群，失敗群の分布が作れるはずである．この2つの分布は，項目数が多ければガウス分布で近似されるであろう（中央極限定理を念頭において）と考えた．こうすると，2つのガウス分布の分離を考えればよいことになる．成功群，失敗群の比率は将来は解らないが，π_1，π_2とあらわすことができる．それから，成功，失敗両群を判定する点x_0を考え，これ以上だと成功，以下だと失敗と判断したときの成功率を考え，これを最大にするようにx_{jkj}を求めればよいと考えたわけである．

そのころフォン・ミーゼスのミニマックス(π_1,π_2が不明のとき，ミニマックスの考え方で処理する)による判別——判断成功率を最大にする——理論が発表されていた．まさにぴたりのものであった．

これを用いることにしたが，上に述べた分割点x_0だけで左右にわけることにためらいがあった．しかし，よく考えてみれば，このようにして判断成功率Pが最大になるようにx_{jkj}を与えるものであるから——あらかじめx_{jkj}が決まっているわけではないので——これでよいという考え方になった．xの与え方によってαの分布が入りくんでくるとしたらPが小になるわけだから，Pが最も大きくなるようにxを決めれば，αは入りこんでくることはなく，x_0で左右にきれいに分れるはずである．ここがミソであることが解り，問題は単純化してきた．

これは後日譚であるが，こうした考え方によって複雑なものを（理屈を）単純化して取扱うことができることになったわけである．

さて，式を書きだしてみると，書けるには書けるが，実際にデータを入れてx_{jkj}を求めることは不可能であった．当時の卓上計算機では不可能なことであった．

これは余談だが，卓上計算機の能力は今日思われるほど貧弱ではなく，計算法上高度な技術的水準にあった．計算桁数は今日よりはるかに多くの桁数（14桁）がとられており，各段階のチェックのための計算用紙の工夫，計算しやすい計算用紙の設計，近似計算の収束のさせ方（今日よりもアクセレレーションの工夫は進んでいたと言ってもよい)，計算法の工夫など高度の域に達していた．これで計算法の名人が存在していた．しかし，名人といえども大きな計算に多大の時間がかかり，

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

14元の連立方程式を解くとなると2週間くらいはかかったとおぼえている．

そこで各項目（アイテム）別に2つの群の判別が最も大きくなるようにすることを考え，ここに相関比の概念採用の考え方が登場してきた．縛りの条件とし，それぞれの群の分散を一定とする条件を考え，この下で2群の平均値の差の二乗を最大にするように x_{jkj} を求めるということにした．今にして思うと相関比最大の数量化の方法の濫觴であったのだ．この計算とても工夫を要し時間がかかったが，志を同じくする石田正次君が実行してくれた．データにもとづく統計学研究あるいは応用のためには，計算法，計算機器の開発の重要性をいち早く知ったのである．われわれのこれへの執念は，その後の計算機開発への情熱となって各メーカーに働きかけたが，これをとりあげてくれたのは富士通だけであった．

こうして，アイテムを一定にしてカテゴリーに数値がついた．これにウェイトをかけ，α を算出することになるが，Pが最大になるようにウェイトを決めることになる．

ここまでくると問題は解決されたことになる．出てみれば，コロンブスの卵である．2つの群の弁別が最大になるように定質的データに数値を与えればよいという考え方である．数はあらかじめ存在するものではなく，われわれの目的に応じてふさわしく与えるものであるという思想である．なまの測定の表現と分析のために与えるふさわしい数値とを峻別するのである．あらゆる測定はアイテムにおけるカテゴリー反応として表現できることにも気がついた．

こうなると線形に縛られる必要はなく——なまの数量における線形性を越えられる——，話は拡大してくる．相関係数の基礎にある線形性を越えることができることが解ってきた．相関係数を最大にするようにカテゴリーに数値を与えればよいからである．線形であるのではなく，妥当性を以て線形にする，線形にして問題を解明する，という考え方ができあがることになる．

このようにして，思想的には飛躍した気持になって，広い世界が見えるようになった気分であった．

4. 数量化の発展

読み書き能力の調査のことは前に述べたが，その能力をあらわす数値と学歴，性，年齢との関係をみることになり，質的要因から読み書き能力を表わすリテラシーを予測する方法（今日でいう数量化Ⅰ類）を考えた．さらに心理学における数量化の共同研究を通して——態度数量化の一環として——数量化Ⅱ類（外的基準が分類である場合の数量化）ができあがった．これは，仮釈放の時のP最大の考え方の発展である．ソシオメトリー(2人のあいだの親近性）のデータから集団構造を見いだすための e_{ij}-型数量化（数量化Ⅳ類）も上記の一環としてできあがった．

趣味のよい人とわるい人，そうした人が選ぶ趣味のよいレッテルと趣味の悪いレッテルと，これらの同時分類を考えるところからパターン分類の数量化（数量化Ⅲ類）が，デザイナーの佐藤敬之輔氏との共同研究で生れた．

このころになると富士通の万能リレー計算機もできあがり，これが大いに活躍した．思想的にも「数は，ものそのものに内在するものではない，われわれが科学的に知ろうとするために与える道具なのだ」ということ，「外的基準のある場合，ない場合」とを峻別して考えること，「測定の標識表現と与える数値とは別物」という考え方，「質の数量化の思想」の展開などが構築されていった．データからものを見つめる思想に肉がついてきた．これを媒介としてデータによる現象解析としての数量化と予測の根本概念，これにもとづく統計数理の思想的展開が続いたのである．

犯罪学に端を発した数量化の方法論・方法はここまでくるとあとの発展は，そうした思想のもとに，いろいろの現象の解析を通して容易に行なわ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

れることになった．計算機の発展は，数量化の実際の場への普及と新しい理論展開への道を開いたと言うことができる．

数量化と同じ道を歩いているのはガットマンのスケーリングの考え方であるが，スケールというものに執着が強いため，一般のデータによる現象解析のすみずみまで入り込めないでいる．それはそれなりの発展をしファセット理論などを作りあげている．

トウキー(Tukey) の exploratory data analysis(1962年に論を発している)の思想は，われわれの考え方に近いが，自然科学のデータを念頭においているせいか，なまの数量そのものを取扱うことを考えているので窮屈である．しかし，さすがに核心を突いており，われわれの狙いに近いことが行なわれている．数量化の考えを使えばもっと楽になるのだが，と私は考えている．

また，ベンゼクリ(J. P. Benzécri)の analyse de données, analyse des correspondances の思想が1973年に公刊されているが，これは数量化Ⅲ類そのもので，われわれの後塵を浴びているのであるが，これをデータ解析のあらゆる部面に活用させようとしているのには敬服する．ただしⅢ類の1つの形に固執しているので狭すぎる感じがある．多次元尺度解析は1964年ごろに始まるが，これは e_{ij}-型数量化の延長上にあるもので，狙いはまったく同じなのである．世の中の一部であるが，志を同じくするものが次第に現われてきたのは，当然の帰結，しかし遅きにすぎたと思っている．

いま私は，数量化の考えを踏まえ「調査の科学」のあり方とその新しい方法論に腐心しているのである．

●ミニミニ●　　●OR●

一対一対応

小田急のロマンス・カーで箱根へ行ったときのこと．ウエイトレスが飲み物の注文をとりにきた．注文をとると，すぐそれに対応する紙製のコースターを置いてゆく．サービスのときには，これを目印にソーダ水なりウィスキーの水割りなりを置いてゆけばよい．うまい工夫だと感心した．

しかし，考えてみれば，ゲオルグ・カントールの名をあげるまでもなく，一対一対応は数を数えるときの基本的方法……いわば定石である．

もう15年も以前のこと．OR学会の大会が名古屋で開かれた．3日目には遠足で，犬山のモンキー・センターと明治村を訪れた．明治村を見て回るのには随分時間がかかる．入り口に待たせたバスに三々五々人が戻ってくるのを数え，全員揃ったのを確認して出発しなければならない．

そこで，世話役氏が一計を案じた．人数分のアイスクリームを買っておき，バスの乗車口で1つずつ渡し，アイスクリームがなくなったら出発しようというのである．秋とはいえ，よく晴れた日のこと，歩き疲れた後のアイスクリームはこのアイデアとともに大変な賞賛を集めた．

ところが，いつまでたってもアイスクリームがなくならない．しかし，バス中見回したところ，皆帰ってきているようだ．念のため点呼をとってみると皆揃っている．——残ったアイスクリームは売店のおばさんがオマケにつけてくれた分だった——世話役氏は苦笑い．どんな定石にも落とし穴があるものだ．

(からくり堂主人)

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．