

階層化意思決定法

AHP (Analytic Hierarchy Process)

特集に当って + 概要

真鍋 龍太郎

スペース・シャトルの事故後ではどんな決定をすべきだろうか、議員定数問題の解決にはどんな手を打つべきか、次の新製品はどれを出したらよいか、といった大きな問題から、5月の仙台のOR学会の大会には（たとえば）広島からは何に乗って行くのがよいか、何を着ていったらよいだろうか、等までわれわれはいろいろな意思決定をしながら生きている。

それらには、いくつかの策があり、その中から唯ひとつを選びたいのだが、選択の基準があいまいだったり、多様な価値基準に迷わされたりという共通点がある。しかも、その問題の成行きに、人の進退や、企業の命運がかかっていることも多い。

AHP (Analytic Hierarchy Process) は、これまでのOR手法では対処しきれなかった問題の解決を計って、10数年前にトマス・L・サーティ教授（ピッツバーグ大学）が開発された。

AHPを使って問題を解決するには、まず、問題の要素を、

最終目標……評価基準……代替案

の関係でとらえて、階層構造に作り上げる。そして、最終目標からみて評価基準の重要性を求め、次に各評価基準からみて代替案の重要度を評価し、最後には、これらは最終目標からみた代替案

まなべ りゅうたろう 神戸商科大学 管理科学科
〒655 神戸市垂水区星陵台

の評価に換算する。AHPはこの評価の過程で、経験や勘を生かして、これまではモデル化したり定量化したりするのがむずかしかったことも扱えるようにしているのが特長である。

特集に当って

一昨年の秋にOR学会も共催して東京で行なった1984年国際経済経営会議での、サーティ教授の「複雑な状況での問題解決」という講演と、その折の大阪での講演が、AHPが広く日本で紹介された皮切りであろう。その後、刀根 薫先生（埼玉大）の昨年の春の福岡大会での特別講演や、定例講演会、日科技連での講演等と、およばずながら筆者の2、3の支部講演会や研究会での話と、AHPはかなり知られてきた。

公けの場にも、プライベートにも、組織の上から下まで、と使える場は広いし、ファンが増えたのだが、新しいやり方を実際の意思決定に使ってみるというのは、日本の組織や経営風土では、やや時間がかかるようだ。数冊のサーティ教授の著書や、彼のグループの人たちによる数多くの論文には、各方面のたくさんの実施例があるが、読者の皆さんの目に触れることは少なからうと考え、いくつかの事例や指針を示して、AHPを実際を使うきっかけにさせていただこうというのが、この特集のねらいである。

そこで、先駆的な応用の事例をここに提供して

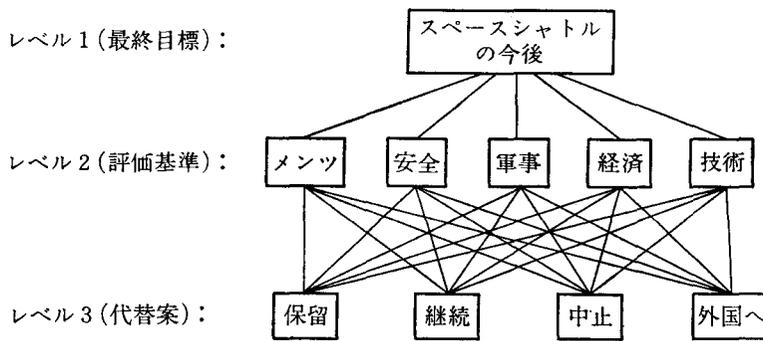


図1 階層図

いただいた。今野さんらと、辻さんは、設備の評価選択という典型的な応用を示してください。刀根さんたちは、AHPを新しいことの思考や検討のフレームワークとして使うことを示されている。寺野さんらは、ベテランの経験と勘とを吸い上げるという使いかたである。サーティ先生の所で学ばれた滝沢さんは、製品計画という企業のナマナマしい現場で使っておいでで、具体例は出しにくいのでそのエッセンスを示していただいた。いずれの論文も、コメントの一言も、これから使っていく方々への貴重なアドバイスとなろうと思われる。

そしてサーティ先生からも、実施上の諸点をめぐる玉稿をいただいた。ただ、これには実例が含まれていないので読みにくいと思われるむきは、はじめに事例を読まれた後で戻ってお読みいただきたい。

これらの前に、AHPの概要を次にまとめておく。後につづく事例を読むための準備程度のものである。くわしくは刀根先生の近著（本誌本号の書評参照）『ゲーム感覚意思決定法』（日科技連出版社）を、さらにくわしくは、サーティ先生の論文末にある文献リストを参照されたい。

スペースシャトルの今後

AHPを用いた意思決定のプロセスは、問題を目標、評価基準、代替案に分解したものを図1のような階層図に書き表わすことから始まる。これは、筆者が1月28日のスペースシャトルの事故

の1週間後に日科技連のORコースで講義した折に、受講者からの提案でとりあげ、受講者たちと分析して作ったものである。あの事故の後アメリカ政府がすぐ取るべき策（代替案）としてそこで提案されたものを、次の4つに整理した：

保留：しばらく保留して調査する

中止：全計画を中止する

継続：このまま継続する

外国：このプロジェクトを他の国に任せる

さらに、それらを選択する基準5つが挙げられた。

国のメンツを守る

安全の優先

軍事優先

経済の発展を計る

科学技術の発展

階層図は、一番上に、問題の最終目標を書く。

この下に、問題を解決するため、あるいは、代替案を選択するための評価基準を横に並べて、上の最終目標と線で結ぶ。そして、この下に、代替案を並べて、評価基準の各々と線で結ぶ。図1の3つの層をレベル（水準）といい、上からレベル1、レベル2、レベル3と呼ぶ。評価基準はさらに細かく分けて全体が4層にも5層にもなることがある。

レベル2以下の各レベルの要素の数は、7±2個程度までにしておく。あまり多くなると、要素の相違を判断するのがむずかしくなるからである。同じレベルの中の要素はできるだけ独立なものであることが望ましい。

代替案のウェイト

階層図ができたら、レベル1の最終目標を達成するために、一番下の案のどれを選択するのが最もよいかを表わす各代替案のウェイトと呼ぶ数値を求める。

図1では、まずレベル1の目標のためにはレベル2の5つの評価基準

(メンツ 安全 軍事 経済 技術)

のそれぞれをどの程度重視したらよいかを示す次のようなウェイトを求める(その方法は後で説明する):

$$(0.343 \quad 0.331 \quad 0.207 \quad 0.080 \quad 0.038) \quad (1)$$

次に、レベル2の各基準からみた4つの代替案

(保留 継続 中止 外国)

のどれが望ましいかを表わすウェイトを求める。たとえば、国のメンツを保つという基準からみた4つの代替案の望ましさを表わすウェイトは次のようである:

$$(0.550 \quad 0.232 \quad 0.135 \quad 0.083) \quad (2)$$

そのほか4つの基準からみたウェイトも求められ、次の表のようになったとしよう:

	メンツ	安全	軍事	経済	技術
保留	.550	.260	.313	.409	.553
継続	.232	.125	.519	.391	.213
中止	.135	.547	.109	.063	.074
外国	.083	.068	.059	.137	.160

そして、最終目標からみた代替案のウェイト(総合ウェイト)は、(3)の数字を、各列を(1)の評価基準のウェイトで重みづけをして、横に取った和とする。すなわち、

$$\begin{pmatrix} .550 \\ .232 \\ .135 \\ .083 \end{pmatrix} \times 0.343 + \dots + \begin{pmatrix} .553 \\ .213 \\ .047 \\ .160 \end{pmatrix} \times 0.038 = \begin{pmatrix} 0.394 \\ 0.268 \\ 0.258 \\ 0.080 \end{pmatrix} \quad (4)$$

これに従うと、プロジェクトの進行を一時保留すべし、となる。

表 1

(要素 j と比べて要素 i は) $\rightarrow (a_{ij})$	
同じように重要	$\rightarrow 1$
やや重要	$\rightarrow 3$
かなり重要	$\rightarrow 5$
非常に重要	$\rightarrow 7$
きわめて重要	$\rightarrow 9$
上の2つの中間の値に使う	2, 4, 6, 8
$a_{ii}=1,$	$a_{ji}=1/a_{ij}$

一対比較

上の(1)、(3)のウェイトの決め方に、AHPの最大の特長がある。その方法を次に示そう。(1)の5つのウェイトを一度に定めるのはむずかしいので、最も単純に2つずつを比べる一対比較をする。意思決定者に「要素 i は要素 j に比べてどのくらい重要ですか」と問い、その答に応じて表1のように数値 a_{ij} を与えて、 $n \times n$ 行列 $A=[a_{ij}]$ を作る。「重要」という言葉は、「好ましい」とか「可能性がある」などに状況に応じて変える。ここで $a_{ii}=1, a_{ji}=1/a_{ij}$ と仮定する。 n 個の要素があると $n(n-1)/2$ 回の一対比較で、行列 A ができる。

スペースシャトルの問題で受講者と一対比較をした結果は次のようであった。「経済」と比べて「メンツ」はかなり重要なので $a_{15}=5$ とした。そこで「メンツ」に比した「技術」の a_{51} は $1/5$ とする。

	メンツ	安全	軍事	経済	技術
メンツ	1	2	2	3	5
安全	1/2	1	3	4	9
軍事	1/2	1/3	1	5	6
経済	1/3	1/4	1/5	1	3
技術	1/5	1/9	1/6	1/3	1

ところで、 n 個の要素のウェイトを

$$w^T = (w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4 \dots w_n)$$

とすると、 w_i/w_j を a_{ij} で推定していると考え、行列 A の要素 a_{ij} を w_i/w_j で置き換えたうえで、

w を右から掛けると,

$$Aw = \begin{pmatrix} 1 & w_1/w_2 & w_1/w_3 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & 1 & w_2/w_3 & \cdots & w_2/w_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & w_n/w_3 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \\ = n[w_1 \cdots w_n]^T = nw$$

あるいは, $(A-nI)w=0$ で, この n は線形代数ではおなじみの固有値 λ , w はそれに対する固有ベクトルである. このとき, A の 2 行目以下は第 1 行の定数倍であるから, A の階数は 1 で, A の固有値 $\lambda_i (i, 1, 2, \dots, n)$ の内 1 つだけが非零, 他はすべてゼロである. また一般に,

$$\sum \lambda_i = (A \text{ の対角要素の和}) = n$$

だから, ゼロでない唯一の λ を λ_{\max} とすると,

$$\lambda_{\max} = n, \quad \text{他の } \lambda_i = 0$$

である.

以上から λ_{\max} に対する固有ベクトル w をウェイトとする. ただし $\sum w_i = 1$ となるように, 個々の w_i を $\sum w_i$ で割っておく. 以後ではこのように正規化したものをウェイト w_i と呼ぶ.

行列(5)の最大固有値は 5.394, これに対する固有ベクトル(を正規化したもの)が(1)で, 国のメンツを守ることが最重要で, これに安全優先がつづいている.

次に, 各評価基準からみた代替案の対比較をするのだが, ここでは, 国のメンツという立場からの 4 案の比較の結果の行列のみを示す.

(メンツ)	保留	継続	中止	外国	
保留	1	3	5	5	(6)
継続	1/3	1	3	2	
中止	1/5	1/3	1	3	
外国	1/5	1/2	1/2	1	

この行列の最大固有値は 4.189 で, これに対する固有ベクトルが(2)である. 安全, 軍事, 経済, 技術の各基準から見て代替案の対比較をして得たウェイトが(3)の表である.

判断の整合性

ウェイトが上のように計算できるのは, 一連の

対比較が首尾一貫しているときに限られる. すなわち, 「要素 i よりも要素 j が望ましく, 要素 j よりも要素 k が望ましい」というときには, 「要素 i よりも要素 k が望ましい」と言えること, 厳密には「 $a_{ik} = a_{ij}a_{jk}$ がすべての i, j, k に成り立つ」ときに, 行列 A は整合性があるという.

人間はいつも整合性がある判断をするとは限らない. といってやたらに整合性がないと判断をしているのでは困る. 完全に整合性があるときには $\lambda_{\max} = n$ が成り立ち, これのずれを行列の大きさを示す $n-1$ で割った

$$(\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

を整合度 (Consistency Index, C. I.) と呼ぶ.

完全に整合性があるときの C. I. は 0 で, 整合性がないほど大きくなる. C. I. が 0.1 以下のときには問題ないが, 0.1 を越えたときには, 対比較の判断を見直してみる必要がある. 行列(5)の C. I. は 0.10, (6)では 0.08 であった.

手順のまとめ

AHP を使った意思決定の手順は次のようにまとめられる:

1. 問題を分析して階層図を書く (図 1).
2. 階層の各レベルの要素をすぐ上のレベルの各要素からみて対比較して, 行列を作る.
3. 各対比較の行列で, 要素のウェイト, 整合度 (C. I.) を計算する. C. I. が大きすぎたら, 2. の比較判断を再検討する.
4. 対比較の結果からウェイトを合成し, 最終目標から見た代替案の総合ウェイトを求める ((4) の計算).

選択の問題ではこのようにして求めた総合ウェイトが大きなものから選ぶが, 予算の配分などでは, 総合ウェイトに比例して分ける, といった使い方をする.

ほかの管理手法と同じように, 上の全手順を一度通ったら終了, というのではなく, 結果のウェイトや階層図を眺めて検討し, くりかえし実行し

たい。サーティ先生は、「AHPのA(nalytic)はウェイトの計算を、H(ierarchy)は階層構造を使うことを、P(rocess)はくりかえしの過程を表わす、と解釈されたい」と言われている。

これだけ説明すると現在では、“パソコンを使うと便利だろうネ”ということになる。すでに、DSS社(Decision Support Systems, ワシントンDC郊外)では、EXPERT CHOICEという名前で売り出しており、相当部数が出ている。

(住商コンピュータサービス(株)が日本のパソコン向きに直したものを販売している。) (株)日科技研も別のソフトの発売を最近アナウンスした。

階層図を作ったり、一対比較をするのは関係者が集まって行なうのがよい。一対比較を、多人数でするときには、話し合いでどの値かを決めたり、多数決にしたり、地位や責任で各自の値を重みづけして加えたりするが、サーティ先生は、幾何平均を取ることを勧めている。たとえば4人が、6, 5, 3, 3と出したら、 $\sqrt[4]{6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3} = 4.1$ とする。これは、対称な位置の値が逆数の幾何平均になるからである。

一対比較に入ると、考えすぎてしまう人もいるが、すこしおおらかにやってみたほうがいい。 n 個の項目に順序をつけると考えると最低 $n-1$ 個

の2項関係があればよいのだが、それを $n(n-1)/2$ 個の判断で決めているのだから、かなりの冗長度もあるわけだし、後で修正のチャンスもつくれることでもある。

また、意思決定者には、表1の右の欄の数値を見せずに、左側の言葉での尺度で答えてもらったほうがうまくゆくようだ。

やってみませんか!

もちろん、AHPがこれまでのいろいろな方法に置き代わるものではなく、互いに補完的に使われるものです。まあ、何はともあれ、本号をお読みのうえ、お使いになってみてください。

一対比較を何人かですると、ああたこうだと、あたかもゲームをしている感覚になります。刀根先生の書名の由来です。そういう点ではAHPという語をそのまま使ったこの拙稿の標題はうまいとはいえません。上述のソフトの名称EXPERT CHOICEもエキスパート並の選択を、という意味であり、AHPという、ややベダンティックな名前は中でも一切使っていません。どなたか適当な「和名」を提案していただけないものでしょうか。

AHPは、これまでORが苦手としてきた質的な問題の解決、あるいはトップのレベルの問題解決のための格好の道具です。また集団による決定にも適しています。日本の企業の決定のメカニズムともなじむものだとの反応を、筆者は多くの方々から得ております。

これを機会に、大いにAHPが利用されて、応用の過程をめぐって次の特集号が組めるようになることを期待しています。

次号予告

特集 災害のOR

地震災害 村上處直(防災都市計画研究所)
日本の風水害 奥田 稔(八代学院大学)
都市と水害 吉野 文雄(土木研究所)
防災情報としての気象予報
立平 良三(気象庁)

研究レポート

海面埋立地の最適地盤高
川北 米良(日本大学)

総合報告

離散型資源の公平な配分方法
加藤 直樹(神戸商大)