

プロジェクト・スケジューリング

古林 隆

パソコンの特徴の1つは、文字だけでなく、図形も表示するディスプレイを備えていることである。一方、ORでは、グラフやネットワークによる図解手法がよく用いられているから、パソコンがORの強力な“武器”になるのは当然のことである。

今回は、ORで用いられる図解手法の中からプロジェクト・スケジューリングの3つの手法を取りあげ、筆者が作成したプログラムを紹介する。

1. PERT

PERT (Program Evaluation and Review Technique) には、プロジェクトの日程の計画および管理のための多くの技法が含まれているが、その中から基本的な機能として、次のものを選んで、プログラムにした。

- (1) アロー・ダイアグラムの作成
- (2) 結合点日程の計算およびCP(Critical Path)の表示
- (3) 各作業の最早日程、最遅日程、余裕日程の計算
- (4) ガント・チャートの作成

このうち、プログラムを組むのが最もむずかしいのは(1)である。アロー・ダイアグラムを紙などに手で画く場合には、まず、先行作業をもたない作業(の矢線)を画き、その後、先行作業をすべて描き終えた作業を順次画いていく。そのさい

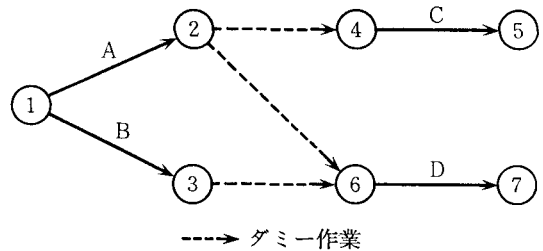


図1 前後関係を表わすためのダミー作業の付加

必要に応じて、ダミー作業を付け加えていく。すべての作業を画き終えると、結合点に番号をつける。しかし、パソコンで処理する場合には、(ディスプレイに)矢線を画くより、結合点番号を決めるほうが先になる。

手順の概略は、次のとおりである。

- ① すべての作業に、番号の対 (i, j) を対応させる。先行作業をもたない作業では、すべて $i=1$ とするが、それ以外は、すべて番号が異なるようにする。したがって、作業の数が n で、先行作業をもたない作業の数が n_0 であれば、番号は、1 から $(2n-n_0+1)$ まで使うことになる。
- ② 前後関係を表わすために、ダミー作業を付け加える。

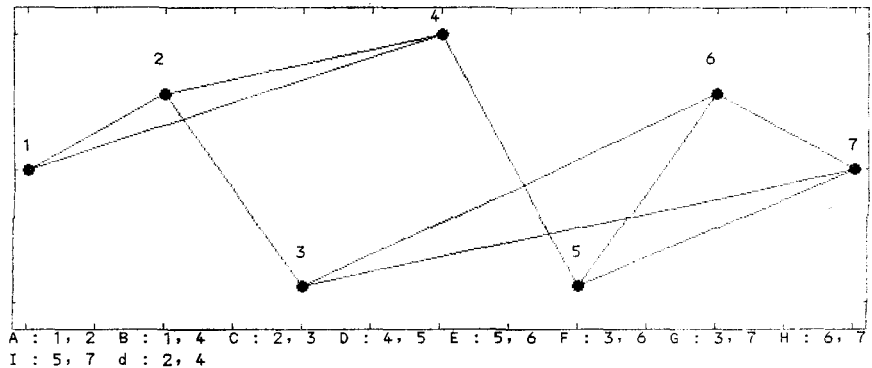
作業 (i, j) が作業 (i', j') の先行作業であれば、ダミー作業 (j, i') を付け加える。

たとえば、図1に示すように、作業A: (1, 2) が作業C: (4, 5)の先行作業であり、作業Aと作業B: (1, 3)が作業D: (6, 7)の先行作業であれば、3つのダミー作業(2, 4), (2, 6), (3, 6)を付

表 1 作業リスト

作業	所要 日数	先行作 業
A	6	なし
B	10	なし
C	7	A
D	6	A, B
E	7	D
F	5	C
G	8	C
H	4	E, F
I	9	D

I	1	2	3	4	5	6	7
X	0	100	200	300	400	500	600
Y	50	22	94	0	94	22	50



Moving Nodes
I=?

図 2 初期アロー・ダイアグラム

け加える。

③ いくつかの番号を統合して、ダミー作業の数を減らす。

図 1 では、番号 2 と 4、3 と 6 を統合することによって、ダミー作業は 1 つになる。

④ 番号の付け替えをする。

番号が飛んでいるところをつめるとともに、すべての作業 (i, j) に対して、 $i < j$ になるようにする。

⑤ ディスプレイに、点 (結合点) を表示し、作業 (i, j) を表わすために、点 i と点 j を線で結ぶ。

① から ④ までは、プログラムを作りやすいが、

⑤ で、できるだけ線が交わらないように点を配置することは非常に面倒である。また、できあがったダイアグラムは、直観によって評価されることが多い。そこで、利用者がディスプレイを見ながら、点の配置を“好み”どおりに決められるようにした。点の移動は、カーソル移動キーを用いて簡単に行なえるように工夫されている。

表 1 の作業リストをデータとして与えると、初期アロー・ダイアグラムとして、図 2 がディスプレイに表示される。

実在する作業とダミー作業は、線の色で区別されている。ダイアグラムの上の X, Y は、点の中心の座標を示している。 X は横座標であり、範囲は 0 から 600 までである。 Y は縦座標であり、範囲は 0 から 100 までである (下向きが正の方向である)。どの 3 つの点も一直線上に並ばないように初期座標を定めている。

移動したい点の番号を入力し、カーソル移動キーを押すと、その方向に 10 目盛ずつ移動する。1 のキーを押すと、1 目盛ずつ移動するようになる。これは、線が水平または垂直になるように、 Y 座標または X 座標を揃えるときに必要である。

この部分のプログラムは、カーソル移動キーでグラフィック画面の点を移動させる命令 (G カーソル命令という) を備えている機種では簡単であるが、備えていなければ少し面倒である。図 3 に、

```

1000 REM --- G-cursor -----
1010 H=10
1020 CIRCLE(X,Y),R,CN
1030 GC$=INKEY$
1040 IF GC$=" " THEN 1030
1050 GA=ASC(GC$)
1060 IF GA=13 THEN RETURN
1070 CIRCLE(X,Y),R,0
1080 IF GA=28 AND X<=600-H THEN X=X+H
1090 IF GA=29 AND X>=H THEN X=X-H
1100 IF GA=30 AND Y>=H THEN Y=Y-H
1110 IF GA=31 AND Y<=100-H THEN Y=Y+H
1120 IF GA=49 THEN H=1
1130 GOTO 1020

```

図 3 カーソル移動キーでグラフィック画面の点を移動させるプログラム

(a) I 形

(b) L 形

(c) J 形

I	1	2	3	4	5	6	7
VE	0	6	13	10	16	23	27
VL	0	10	18	10	16	23	27

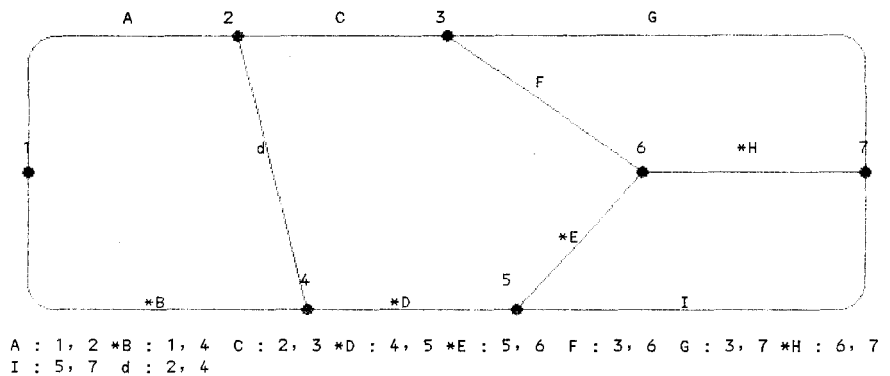


図 4 線の形状

図 5 最終アロー・ダイアグラム

PC9801, 8801用のプログラムの例を示す。

R は、点（を表わす円）の半径、 CN は、点の色番号である。行1020で、座標 (X, Y) を中心として、半径 R の円を番号 CN の色で画く、行1070では、移動する前に、現在表示されている円を消している。リターン・キーを押すと、移動を終了する（行1060）。

点の位置が定まると、次は、線の形状が変えられる。形状は、図4に示す3種類である。形状を変えた後で、点の位置を変更することもできるし、再び形状を変更することもできる。

アロー・ダイアグラムが完成すると、点の座標 (X, Y) の代りに、最早結合点日程 VE 、最遅結合点日程 VL を表示する。さらに、CP上の作業の色を変えるが、画面のハードコピーをとるとき、カラー・プリンターでなければ、色の区別がつかないので、CP上の作業名の前に*を付けることにした（図5）。

この後、各作業の最早日程、最遅日程、余裕日数を表示し、最後に、ガント・チャートを示すが出力例は省略する（ガント・チャートは、図6の上半分とほぼ同じ形式で示される）。

画面の幅の制約から、アロー・ダイアグラムをディスプレイに表示するのは、点の数が19以下のときに限られるが、プリンターには常に点の接続

関係（各点に接続している点のリスト）が出力される。ガント・チャートも、ディスプレイに表示されるのは全体の所要日数が60日以下のときに限られるが、プリンターには、60日を越える場合でも、60日分ずつ分けて出力される。

2. CPM

プロジェクトを構成する各作業に、標準所要日数、費用勾配（1日短縮するときの費用）および特急所要日数（最短の所要日数）が与えられているときに、各作業の標準所要日数に対するスケジュールを求めることから出発して、費用を最小にしながら、プロジェクト全体の所要日数を少しずつ短縮していく方法が、CPM（Critical Path Method）である。

CPMでは、いくつかの結合点の日程を1日短縮することによって、全体の所要日数を1日短縮するスケジュールを求めていく。

いま、日程を短縮する結合点の集合を N_1 、短縮しない結合点の集合を N_0 とする。開始結合点は N_0 に属し、終了結合点は N_1 に属している。結合点 i の日程を v_i とすると、作業 (i, j) の所要日数 t_{ij} は、両端の結合点日程差 $v_j - v_i$ によって定まる。したがって、結合点 i, j がともに N_0 に属するか、ともに N_1 に属する場合は t_{ij} は変らないが、一方が

N_0 に属し、他方が N_1 に属する場合は t_{ij} が変ることがある。結合点 i, j のうち一方が N_0 に属し、他方が N_1 に属するような作業 (i, j) の集合は、 N_0 と N_1 を切断するカットセットになっている。そこで、全体の所要日数を1日短縮する最小費用のスケジュールを求めるには、それに属する作業の所要日数の変更にともなる費用の和を最小にするカットセットを求めればよい。

所要日数の変更にともなる費用を計算する場合、各作業を4つの状態に分けて考える必要がある。作業 (i, j) の標準所要日数を h_{ij} 、特急所要日数を g_{ij} とすると、4つの状態は、次のように表わされる。

$$s_1: v_j - v_i > h_{ij}.$$

$$s_2: v_j - v_i = h_{ij}.$$

$$s_3: h_{ij} > v_j - v_i > g_{ij}.$$

$$s_4: v_j - v_i = g_{ij}.$$

s_1 の状態では $t_{ij} = h_{ij}$ であり、 $v_j - v_i$ が(1日だけ)変化しても t_{ij} は変らない。

s_2 の状態でも $t_{ij} = h_{ij}$ であるが、 $v_j - v_i$ が短縮すれば t_{ij} も短縮する。

s_3 では $t_{ij} = v_j - v_i$ であり、 $v_j - v_i$ が短縮すれば t_{ij} も短縮し、延長すれば t_{ij} も延長する。

s_4 では $t_{ij} = g_{ij}$ であり、 $v_j - v_i$ を短縮することはできない。 $v_j - v_i$ を延長すれば t_{ij} も延長する。

筆者のプログラムでは、ディスプレイにアロー・ダイアグラムを表示し、次のようにしてスケジュールの変化を見せることにしている。

- (1) 線の色を変えることによって、作業の状態を示す。
- (2) N_1 に属する点の色を変える。
- (3) カットセットに属する線を点滅させる。

3. マンパワー・スケジューリング

プロジェクトを遂行するときに、所要日数以外に、人員(資材、機械)の割付けも考えなければならないことがある。この場合、1日の動員数に限度が設定されていることもあるし、設定されて

表 2 作業の必要人数

作 業	必要人数	作 業	必要人数
A	5	F	10
B	12	G	2
C	15	H	8
D	5	I	5
E	3		

いなくても、日間のバラツキが小さいほうがよいこともある。

人員の割付けも考慮にいれるマンパワー・スケジューリングでは、各日の必要人数を高さとするマンパワーの山を画く。この山は、スケジュールを変更するごとに書き直さなければならないからグラフィック機能を備えたパソコンは、マンパワー・スケジューリングにはうってつけである。

初期のスケジュールとしては、最早日程が用いられることが多い。作業の日程を少しずつ変更させて山をくずしていくが、この場合、作業には3つの状態がある。

s_1 : 日程を変更できる。

s_2 : 現状では変更できないが、後続の作業の開始日程を遅らすか、先行の作業の終了日程を早めれば、日程を変更できる。

s_3 : CP 上にある、(他の作業の日程を変えても)日程を変更できない。

なお、プロジェクト全体の所要日数を延ばすと、 s_3 の状態の作業はなくなる。

筆者のプログラムでは、ディスプレイにガント・チャートおよびマンパワーの山を表示するが、ガント・チャートのバーの色によって作業の状態を示すことにしている。 s_1 の状態にある作業の番号を入力すると、その作業の所要日数、現在の開始日程、最早開始日程 ES 、最遅開始日程 LS が表示されるので、それらを参考にして、開始日程を変更する。なお、作業番号として、作業数より大きい数を入力すると、プロジェクト全体の所要日数を変更する手順に飛ぶことになっている。

表1のプロジェクトで、各作業の毎日の必要人

数は表2で与えられてい
るとする。

はじめに、図6に示す
ような最早日程に対する
ガント・チャートとマン
パワーの山が表示され
る。ガント・チャートで、
太いバーは、その作業を
実行する期間を示し、細
いバーは、日程を変更で
きる範囲を示している。

細いバーがついている作

業F, G, Iは、状態 s_1 にある。CP上にある作業
B, D, E, H (図5参照)は、状態 s_8 にあり、残
りのA, Cは状態 s_2 にある。(画面では、色で区別
できる)。Pは、全体の所要日数を示している。第*i*日
($i=1, 2, \dots, P$)の必要マンパワーを W_i とすると、
Maxは、(W_i)の最大値であり、SSQは、(W_i)の
二乗和である。この画面では、日程を変更したい
作業の番号を入力する。

図6では、Max=27であるが、これを小さくす
るには、作業Cの開始日を10日まで下げなければ
ならない。この日程では、すぐに作業Cの開始日
は変更できないので、

- ① 作業Gの開始日を17日にし、
- ② 作業Fの開始日も17日にする。

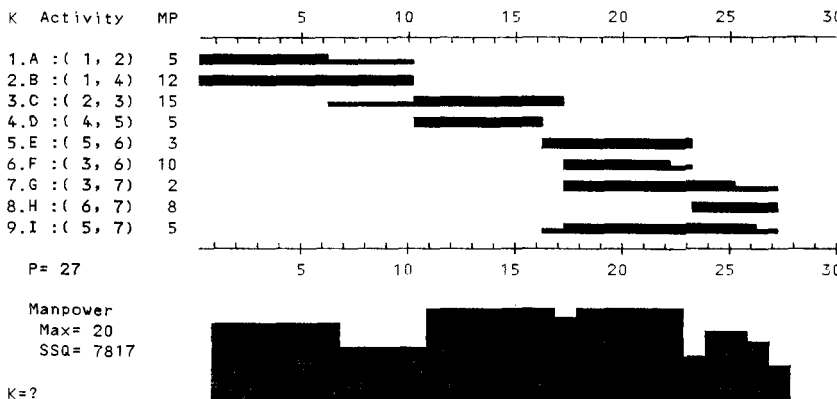


図7 1日の最大必要人数を20人に抑えた日程のガント・チャートとマンパワーの山

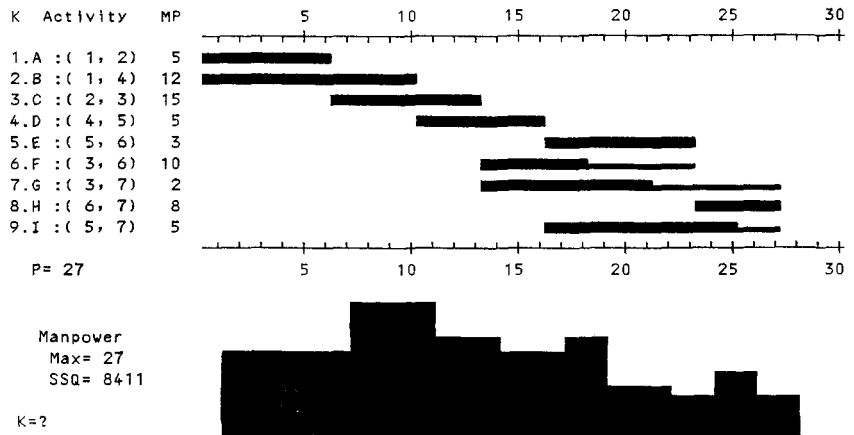


図6 最早日程に対するガント・チャートとマンパワーの山

ここで、作業Cの状態は s_1 になるので、

- ③ 作業Cの開始日を10日にする
と、Max=23になる。さらに、
- ④ 作業Iの開始日を17日にする
と、Max=20になる。このときの画面を図7に示
す (SSQは、もっと小さくできる)。

このプログラムでは主に、教育効果を考慮して
最早日程以外は利用者がマンパワーの山を見なが
らスケジュールを変えるようになっている。市販
のパッケージの中には、ある規準で求めた“お奨
めスケジュール”をおしつけるものもあるが、最
適性規準が一意に定まらないこの種の問題では、
いろいろな解 (スケジュール) を生成するように
しておいて、その中からどれを選ぶかは、利用者
に任せる方が実用的であ
ると思われる。

参考文献

- [1] 刀根 薫「RERT入門
(改訂版)」東洋経済新報
社, 1977
- [2] 古林 隆「ネットワー
ク計画法」培風館, 1984
- [3] 古林 隆「PERT・C
PM (OR教育コース・テ
キスト)」日本科学技術連
盟, 1985