企業評価とCAPM（資本資産評価モデル）

青山　護

1. はじめに

Markowitz [2] の研究を嚆矢として展開されてきたポートフォリオ選択の問題は，当初，個人投資家の主体的均衡の議論にとどまっていたが，Sharpe [5]，Lintner [1] 等の貢献によって，資本資産評価モデル（Capital Asset Pricing Model; CAPM）とよばれる危険資産市場の一般均衡理論に展開されるようになった．Mossin[3] はそれまでの研究に含まれていた，市場均衡を扱う上での幾分の不透明さと理論的混乱を解消すべくCAPMの理論的再構成を行なった．Mossinの定式化における最大の特徴は，個人投資家の効用関数を明示的に取り扱い，個人投資家の需要関数を集計（aggregate）することで株式の一般均衡価格を導出した点に見いだされる．以下では，Mossin [3] の所説を中心としてCAPMの基本的な考え方を紹介し，後にCAPMの応用ないしは実証研究にかかわる諸問題について言及することにしたい．

2. 資本資産評価モデル

資本資産評価モデル（CAPM）の企図するところは，複数の企業と複数の投資家が存在する市場において成立する株式（資本資産）価格について一般均衡論的な説明を与えることである．このモデルを導出するにさいして前置される，企業，投資家および市場に関する諸仮定は以下のごとくである．

企業に関する仮定

(i) $j=1,\cdots,n$ の企業が存在し，第 j 企業は1期間の営業後に $\tilde{X}_j$（チルダは確率変数を示す）という収益を稼得し，これは全額株主に支払われる．

(ii) 企業の資金調達は全額自己資本によって調達されている．また，そのために発行されている株式は無限に分割可能（divisible）である．

(iii) 法人税は存在しない．

投資家に関する仮定

(iv) 市場には h 人の投資家が存在し，第 i 投資家（$i=1,\cdots,h$）の期末の富（wealth）を $\tilde{W}_i$ とするとき，彼はその期待値 $E(\tilde{W}_i)$ と分散 $\sigma^2(\tilde{W}_i)$ によって表現される期待効用関数を最大化しようとする．なお，投資家の選好態度は危険回避的（risk-aversing）であると想定する．

(v) 投資家は期首の富を債券（危険のない資産；安全資産）と株式の形で保有している．

(vi) すべての投資家は同質的期待（homogeneous expectation）を形成する．μ_j を $\tilde{X}_j$ の期待値，σ_{jj} をその分散，σ_{jk} を $\tilde{X}_j$ と $\tilde{X}_k$ の共分散とすると，期待収益ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ および分散共分散行列 $\boldsymbol{A}$ はそれぞれ以下のようになる．

$$\boldsymbol{\mu}=\begin{bmatrix}\mu_1\\ \mu_2\\ \vdots\\ \mu_n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn}\end{bmatrix}$$

あおやま　まもる　横浜国立大学　経営学部
〒240 横浜市保土ケ谷区常盤台156

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

(vii) 投資家が保有する証券（債券および株式）はすべて市場を通じて売買される．

(viii) 投資家の収益には課税されない．

市場に関する仮定

(ix) 投資家はrの粗利子率（gross rate of return）で無制限に借入れ（borrowing）ないし貸付け（lending）が可能である．ただし粗利子率とは通常の利子率に1を加えたものに他ならない．

(x) 証券市場には摩擦がなく（frictionless），取引費用は存在せず，空売り（short sales）の制限もない．また市場は安全競争（perfect competition）市場であって，投資家は市場においてプライス・テイカーとして行動する．

3. ポートフォリオ選択

CAPM は，期首時点における株式の均衡価格（equilibrium price）$P_j(j=1,\cdots,n)$を導くことを目的としている．ここにいう均衡とは，各々の投資家がみずからの効用を最大化しており，n種類の株式すべてについて超過需要の存在しないような状況を指す．このような均衡価格を求めるためには，はじめにh人の投資家について所与の価格ベクトルの下での証券保有の組合せ（ポートフォリオ）に関する最適解を求め，しかる後に超過需要がゼロとなるように市場清算条件（market clearing condition）を適用すればよい．

価格ベクトル$\boldsymbol{P}$が

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}P_1\\P_2\\\vdots\\P_n\end{bmatrix}$$

で与えられるとしよう．Z_{ij}を第i投資家が保有しようとする第j企業の持分（equity）比率とする．$\boldsymbol{P}$が所与のとき，第i投資家の証券需要は以下の[1]〜[6]の手続きによって求められる．

[1] 期首に第i投資家は$W_i{}^0$という富を，債券と株式の形で保有しており，その債券保有額を$m_i{}^0$，n個の株式銘柄に対する保有比率ベクトルを$\boldsymbol{Z}_i{}^0$とすれば

$$W_i{}^0=m_i{}^0+\boldsymbol{Z}_i{}^{0\prime}\boldsymbol{P} \tag{1}$$

となる．$\boldsymbol{P}$という価格情報の下でポートフォリオ選択を行なった結果として望ましい債券保有額と株式保有の比率が決定されたとしよう．このときの債券投資額をm_i，ポートフォリオ・ベクトルを$\boldsymbol{Z}_i$とすると，そのときの総投資金額も期首資産額に一致しなければならないから，

$$W_i{}^0=m_i+\boldsymbol{Z}_i{}'\boldsymbol{P} \tag{2}$$

が成立する．したがって第i投資家について

$$m_i{}^0+\boldsymbol{Z}_i{}^{0\prime}\boldsymbol{P}=m_i+\boldsymbol{Z}_i{}'\boldsymbol{P} \tag{3}$$

という予算制約条件が成立することになる．

[2] 投資家の目的は，期末の富に関する期待値と分散で表わされた効用関数を最大化することである．すなわち，その目的関数は

$$u_i=f_i[E(\tilde{W}_i),\sigma^2(\tilde{W}_i)] \tag{4}$$

で与えられる．ここに仮定(iv)より，危険回避的な投資家を想定する限りにおいて

$$\frac{\partial u_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}>0,\ \frac{\partial u_i}{\partial \sigma^2(\tilde{W}_i)}<0$$

という関係が満たされる．

[3] 企業は1期間の営業後には全資産を清算して株主に還元すると考えることにすれば，投資家の富は$\tilde{\boldsymbol{X}}$を$\tilde{X}_j$を要素とする期末の企業価値ベクトルとして

$$\tilde{W}_i=rm_i+\boldsymbol{Z}_i{}'\tilde{\boldsymbol{X}} \tag{5}$$

と表現できる．このとき，期末の富の期待値は

$$E(\tilde{W}_i)=rm_i+\boldsymbol{Z}_i{}'\boldsymbol{\mu} \tag{6}$$

であり，予算制約条件式(3)を代入すると

$$E(\tilde{W}_i)=r[m_i{}^0+(\boldsymbol{Z}_i{}^{0\prime}-\boldsymbol{Z}_i{}')\boldsymbol{P}]+\boldsymbol{Z}_i{}'\boldsymbol{P} \tag{7}$$

を得る．

[4] 期末の富の分散は(5)式より次の2次形式で与えられる．

$$\sigma^2(\tilde{W}_i)=\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{Z} \tag{8}$$

[5] 目的関数(4)式に(7)，(8)式を代入すると

$$u_i=f_i\{r[m_i{}^0+(\boldsymbol{Z}_i{}^{0\prime}-\boldsymbol{Z}_i{}')\boldsymbol{P}]+\boldsymbol{Z}_i{}'\boldsymbol{P},\ \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{Z}\} \tag{9}$$

となる．ポートフォリオ需要ベクトル$\boldsymbol{Z}_i$に関する効用最大化の一階条件($\boldsymbol{F.O.C}$)は

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$\frac{du_i}{dZ_i}=(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P})\frac{\partial u_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}+2\boldsymbol{A}Z_i\frac{\partial u_i}{\partial \sigma^2(\tilde{W}_i)}=0 \tag{10}$$

[6] 最適ポートフォリオ需要ベクトルは(10)式より

$$\boldsymbol{Z}_i=-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}\Big/\frac{\partial u_i}{\partial \sigma^2(\tilde{W}_i)}\right)\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P})$$

で与えられる．ここに，

$$\lambda_i\equiv-\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}\right]\Big/\left[\frac{\partial u_i}{\partial \sigma^2(\tilde{W}_i)}\right]>0$$

とおくと上式は次のように簡略化される．

$$\boldsymbol{Z}_i=\lambda_i\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P}) \tag{11}$$

なおλ_iは (4) 式の効用関数から導かれる無差別曲線の傾きと次のように対応している．

$$\frac{d\sigma^2(\tilde{W}_i)}{dE(\tilde{W}_i)}=-\left[\frac{\partial u_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}\right]\Big/\left[\frac{\partial u_i}{\partial \sigma^2(\tilde{W}_i)}\right]=2\lambda_i \tag{12}$$

4. 分離定理と効用関数

(11)式は，ポートフォリオ選択でいわゆる「分離定理 (separation theorem)」が成立することを示唆している．すなわち，最適ポートフォリオ需要ベクトル $\boldsymbol{Z}_i$ の各要素の相対的大きさは個々人の選好態度から独立であり，投資家は標準ポートフォリオ・ベクトル $\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P})$ の λ_i 倍だけを株式に投資することがわかる．要するに，危険証券（株式）だけから成るポートフォリオの各株式間の保有比率は各個人の選好態度とは分離されて決まってくることが示唆される．

初期の富の大きさの異なる投資家について分離定理が成立するためには，効用関数が HARA (Hyperbolic Absolute Risk Aversion) 族に属していなければならないことが知られている．効用関数が HARA 族に属するとは，Wを富の水準，$u(\cdot)$ を効用関数とするとき，$u(\cdot)$ の絶対危険回避 (Absolute Risk Aversion ; ARA) 測度 $-u''(W)/u'(W)$の逆数——これを危険許容度 (risk tolerance) という——が線形関数になることを意味しており，具体的には次式を満足するような効用関数のことをいう．

$$-u'(W)/u''(W)=\varphi+\omega W \tag{13}$$

ここに φ,ω は定数である．上式は $u(\cdot)$ に関する2階微分方程式であり，$u'>0, u''<0$ を満たすような効用関数は次の3種類に要約される．

$$u(W)\begin{cases}=-e^{-W/\varphi} & (\omega=0\text{ のとき}) \quad (14)\\ =\ln(W+\varphi) & (\omega=1\text{ のとき}) \quad (15)\\ =[(1-\omega)/\omega](\varphi+\omega W)^{1-1/\omega} & (\omega\neq 0,1\text{ のとき}) \quad (16)\end{cases}$$

これらは，それぞれ指数型，対数型，べき型の効用関数であり，このような関数族を仮定することは，いささか厳しい制約の下で議論を進めることになるようにみえるかもしれない．しかるに CAPM のような資本市場の均衡モデルを用いて何らかの理論的ないし実証的結論を導こうとする場合にはほとんど例外なくこの種の関数が仮定されてきたのが実情である．

さて，上記の関数のうち，紙幅の制約もあることから，指数型の効用関数に限って上で導出した結論がどのようになるか確認しておこう．期末の富に関して次のような効用関数が与えられたとする．

$$u_i(\tilde{W}_i)=-e^{-\varphi_i\tilde{W}_i} \tag{17}$$

このとき，$\tilde{W}_i$が正規分布にしたがうとすれば，その積率母関数を用いて期待効用 $\mathscr{E}_i$ は

$$\mathscr{E}_i\equiv E[u_i(\tilde{W}_i)]=-\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\varphi_i W_i}dW_i$$
$$=-\exp\{\varphi_i[E(\tilde{W}_i)-(\varphi_i/2)\sigma^2(\tilde{W}_i)]\} \tag{18}$$

となる．したがって

$$\partial\mathscr{E}_i/\partial E(\tilde{W}_i)=\varphi_i \cdot\exp\{-\varphi_i[E(\tilde{W}_i)-(\varphi_i/2)\sigma^2(\tilde{W}_i)]\}$$
$$\partial\mathscr{E}_i/\partial\sigma^2(\tilde{W}_i)=-(\varphi_i^2/2) \cdot\exp\{-\varphi_i[E(\tilde{W}_i)-(\varphi_i/2)\sigma^2(\tilde{W}_i)]\}$$
$$\therefore\lambda_i=-\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\mathscr{E}_i}{\partial E(\tilde{W}_i)}\right]\Big/\left[\frac{\partial\mathscr{E}_i}{\partial\sigma^2(\tilde{W}_i)}\right]=\frac{1}{\varphi_i} \tag{19}$$

となり，最適ポートフォリオを決定する乗数λ_iは定数になることがわかる．対数型，べき型についても類似の結論を導くことができる．ただし，これらの場合には $\tilde{W}_i$ について正規分布の仮定を置く必要はない．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

5. 資本市場均衡

資本市場の均衡は，n種類のすべての株式に対する超過需要がゼロになるときの価格ベクトル$\boldsymbol{P}$によって定義される．このときh人の投資家は，それぞれの効用を最大化している．ポートフォリオ需要ベクトルは$\boldsymbol{Z}_i$であらわされ，その要素Z_{ij} $(j=1,\cdots,n)$は投資家iが第j企業の発行する株式を保有する比率を示していた．すなわち，N_jを第j企業の発行する株式数とすれば，投資家iが保有する第j企業の株式数は

$$Z_{ij}N_j$$

で与えられる．したがって，市場全体でh人の投資家が存在するとすれば，均衡では

$$\sum_{i=1}^{h} Z_{ij}=1 \quad \forall j(j=1,\cdots,n) \tag{20}$$

が成立している．この式は，均衡価格の下では各々の企業のN_jが需要しつくされることを示している．ここで$\boldsymbol{e}$を単位ベクトルとすれば，市場均衡条件は

$$\sum_{i=1}^{h} \boldsymbol{Z}_i=\boldsymbol{e} \tag{21}$$

と表現できる．(11)式をh人について合計すれば

$$\sum_{i=1}^{h} \boldsymbol{Z}_i=\sum_{i=1}^{h} \lambda_i \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P})=\boldsymbol{e} \tag{22}$$

であり，ここに$\lambda\equiv 1/\sum_{i=1}^{h}\lambda_i$と定義すれば，

$$(1/\lambda)\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-r\boldsymbol{P})=\boldsymbol{e}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{P}=(1/r)\ (\boldsymbol{\mu}-\lambda\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}) \tag{23}$$

この均衡価格ベクトルを(11)式のポートフォリオ需要ベクトルに代入すると

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z}_i&=\lambda_i\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{\mu}+\lambda\boldsymbol{A}\boldsymbol{e})\\&=\lambda_i\lambda\boldsymbol{e}\end{aligned} \tag{24}$$

ここに，$\lambda_i\lambda=\lambda_i/\sum_{i=1}^{h}\lambda_i$であることに注意すれば，各々の投資家は各人のポートフォリオに対するリスク・リターンの評価係数であるλ_iの市場全体でのアグリゲート値$1/\lambda$に対するみずからのλ_iの比率に相当するウェイトの危険証券（株式）ポートフォリオを保有することがわかる．

(23)式の均衡価格ベクトルの各要素はj第企業の株式価値を示しており，

$$P_j=(1/r)(\mu_j-\lambda\sum_{k=1}^{n=1}\sigma_{kj}) \tag{25}$$

と表現できる．上式は，株価で評価した企業の市場価値P_jは，企業の期待キャッシュフローの確実性等価を安全資産の粗利益率で割引いた（現在価値に修正した）ものに等しいことを意味している．ここに確実性等価額とは，キャッシュフローの期待値からその分散と他企業の収益キャッシュフローの共分散の和(リスク)にλをかけたものに他ならない．この場合，λはリスク1単位当りの価格であるという解釈が可能である．(25)式の表現はMossin [3] によるものであり，これが証券価格の観点から定式化された資本資産評価モデルである．これに対して，Sharpe [5]，Lintner [1] 等は第j企業の株式投資収益率の均衡での期待値によってモデルを定式化する．

6. Sharpe-Lintner 型モデル

Sharpe-Lintner 型の資本資産評価モデルは，第j証券の期待収益率と，市場における全銘柄から成るポートフォリオの期待収益率，およびそれら収益率の共分散によって表現される．第j企業の粗収益率を$\tilde{r}_j$とすると，その期待値は

$$E(\tilde{r}_j)=\mu_j/P_j=r+(\lambda/P_j)\ \sum_{k=1}^{n}\sigma_{kj} \tag{26}$$

となる．

市場に存在する全銘柄からなるポートフォリオを市場ポートフォリオ(market portfolio)とよぶとき，市場ポートフォリオmの期待収益額は全企業のキャッシュフローを総計することで求められる．すなわち，$\tilde{X}_m\equiv\sum_{j=1}^{n}\tilde{X}_j$と定義するとき，市場全体での期待キャッシュフロー額は

$$\mu_m=\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tag{27}$$

であり，市場全体での企業価値合計額は

$$P_m=\sum_{j=1}^{n}P_j \tag{28}$$

となる．また市場全体での粗収益率の期待値は

$$E(\tilde{r}_m)=\mu_m/P_m \tag{29}$$

と表現できる．ところで，共分散に関して

$$\mathrm{cov}(\tilde{X}_j,\tilde{X}_m)=\sigma_{jm}=\sum_{k=1}^{n}\sigma_{kj}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

という記法を用いることにすると，

$$\mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m) = \mathrm{cov}\left(\frac{\tilde{X}_j}{P_j}, \frac{\tilde{X}_m}{P_m}\right)$$
$$= \frac{1}{P_j P_m} \mathrm{cov}(\tilde{X}_j, \tilde{X}_m)$$

であるから．(26)式より

$$E(\tilde{r}_j) = r + (\lambda/P_j)\mathrm{cov}(\tilde{X}_j, \tilde{X}_m)$$
$$= r + \lambda \mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{X}_m)$$
$$= r + \lambda P_m \mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m) \qquad (30)$$

を得る．ここに，$\lambda' \equiv \lambda P_m \sigma^2(\tilde{r}_m)$，$\beta_j \equiv \mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)/\sigma^2(\tilde{r}_m)$ と定義すると，(30)式は

$$E(\tilde{r}_j) = r + \lambda' \beta_j \qquad (31)$$

と表現できる．(31)式は第 j 企業のみならず，市場ポートフォリオ m についても妥当するから，

$$E(\tilde{r}_m) = r + \lambda' \beta_m = r + \lambda'$$
$$(\because \beta_m = \mathrm{cov}(\tilde{r}_m, \tilde{r}_m)/\sigma^2(\tilde{r}_m) = 1)$$

が成立する．

したがって

$$\lambda' = E(\tilde{r}_m) - r \qquad (32)$$

であり，ここに λ' は市場ポートフォリオ m の安全資産に対する期待超過収益率 (excess return) であることがわかる．かくして(31)式は

$$E(\tilde{r}_j) = r + [E(\tilde{r}_m) - r]\beta_j \qquad (33)$$

という，財務論の議論で頻出するSharpe-Lintner型の資本資産評価モデルに帰着する．

7. 企業評価への応用

Sharpe-Lintner 型の資本資産評価モデルは，企業のリスク (β_j) とリターン $[E(\tilde{r}_j)]$ のあいだには，均衡で正のトレード・オフ関係が成立すべきことを示唆している．この関係を図示したのが図1の証券市場線 (Security Market Line; SML) に他ならない．一般にＳＭＬより上方に位置する銘柄はそのリスクに対してリターンが過大評価され，逆に下方に位置する銘柄は過小評価されていると考えることができる．

ここでいうリスク β_j は通常ベータ係数とよばれ，その定義から明らかなように，市場ポートフォリオ収益率の分散 $\sigma^2(\tilde{r}_m)$ の分散に対する第 j 証券と m との共分散 $\mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)$ の大きさで測られる．実際にベータ係数を推定するときには，マーケット・モデルとよばれる以下のような線形回帰式が利用される．

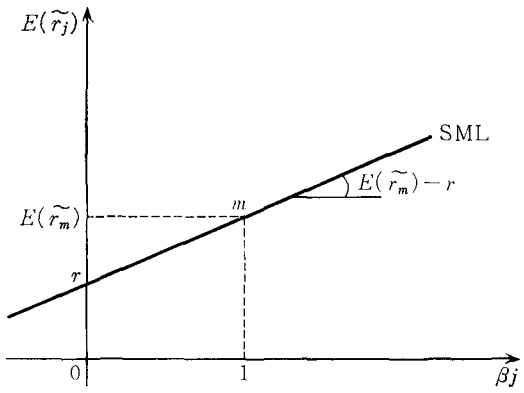


図 1　証券市場線

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{mt} + \varepsilon_{jt} \qquad (34)$$

ここに，R_{jt}：第 j 証券の第 t 期における（純）収益率，R_{mt}：市場ポートフォリオ m の第 t 期における（純）収益率，ε_{jt}：攪乱項，α_j, β_j：係数パラメター，である．通常 R_{mt} には日経(ダウ) 500種平均か，あるいは実際に市場価値による加重 (value-weighted) ないしは等加重 (equally-weighted) によって計算された市場ポートフォリオの月次収益率が用いられる．また，R_{jt} には

$$R_{jt} = (P_{jt} - P_{j,t-1} + d_{jt})/P_{j,t-1} \qquad (35)$$

によって計測された月次収益率が利用される（ただし，P_{jt} は t 月の株価，d_{jt} は t 月の配当支払額を示す）．過去の実証研究によれば，標本期間として60カ月をとれば統計的に有意な β_j が推定できることが明らかにされている．

このようにして推定されたベータ係数を現実の投資戦略や企業のプロジェクト評価にいかに利用するかは，それなりに重要な問題であるが，紙幅の制約上割愛する（より具体的には，本特集号の榊原氏の論文をも参照されたい）．ただ，近時大きな注目を集めてきたCAPMがどのような前提から，いかなる考え方の下に導出されてくるかは，本稿の議論の中にすべて尽くされているといっても過言ではあるまい．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

参考文献

[1] Lintner, John, "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47, Feb. 1965, pp. 13-37

[2] Markowitz, Harry, "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, Vol. 7, March 1952, pp. 77-91

[3] Mossin, Jan, "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica* 34, Oct. 1966, pp. 768-783

[4] Mossin, Jan, *The Economic Efficiency of Financial Markets*, D.C. Heath, 1978

[5] Sharpe, William, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Corditions of Risk", *Journal of Finance*, Vol. 19, Sept. 1964, pp. 425-442

[6] Stapleton, R.C, and M.G. Subrahmanyam, *Capital Market Equilibrium and Corporate Finanical Decisions*, JAI Press, 1980

[7] 青山 護「不確実性と選好」, 諸井勝之助・若杉敬明編著『現代経営財務論』(東京大学出版会) 所収, 1984年

[8] 飯原慶雄『財務理論の研究』白桃書房, 1980年

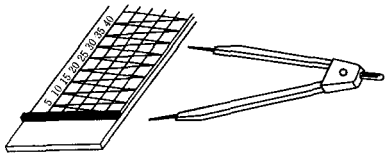
[9] 小林孝雄「市場の均衡と証券価格」, 諸井勝之助・若杉敬明編著『現代経営財務論』(東京大学出版会) 所収, 1984年

●ミニミニ●OR●

ディバイダー

ディバイダーというのは, 両脚ともに針がついているコンパスのことである. 分割器, 両脚規ともいう. 線分を等分するのがその名の由来だという. たとえば線分の1/3長さを求めるには, 脚をおよそ1/3に開き, 尺とり虫のようにその3倍をとり, もとの線分と比較する. 長ければ余分な長さの1/3程度ちぢめる, 短かければのばす. こうしてまた尺とり虫をくりかえして, 試行錯誤により1/3をはかり出すのである.

尺とり虫式の使い方といえば, 巨大な奴を見たことがある.「スタフ王の野蛮な狩」というロシア映画だった. 時代は19世紀末, 場所は白ロシア. 殺人事件の現場で警官が距離をはかるのに使っていたのが両脚の間が1m以上もあろうかと思われる大型の木製ディバイダー. 角度は固定されており, 一方の脚がそのままのびた取手に掌をあて, くるくるとまわしながら測るのである.



しかし, ディバイダーの主たる用途はむしろ採寸であろう. 計算尺も最も初期のものは1本の棒の上に対数や三角関数の対数等が目盛られ (ガンター尺, 1620) たもので, ディバイダーを用いてこれから採寸し乗法や除法を行なったものだという.

今日でも, 地図などから距離を採取するときにはディバイダーを用いる. こんなときにはディバイダーを直接物指しにあてるより図のような複尺を使うと楽だ. ディバイダーをずらしながら斜線がと交わる所で寸法をよむのである. 精度を要求されない場合ならグラフ用紙で簡単に作れる.

今日でこそこの種の道具はあまり見られないが以前にはよく用いられたようだ. 千葉県佐倉市の伊能忠敬の記念館にあった物指しにもやはりこのような斜線が入っていた.

(からくり堂主人)

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.