

地理的最適化と動的施設配置問題の研究

東京大学工学部計数工学科 武田 晋

(修士論文 指導教官 伊理正夫教授)

1. はじめに

数理計画法の中で施設配置問題は、従来、実用的な規模で解くことは計算時間の面で困難とされていた。ところが、適当な仮定を入れることにより、大規模な図形データの高速処理を追求する計算幾何学の一分野である Voronoi 線図を用いて定式化することが可能となる。学校、役所といった圏域をもつ施設の配置を「利用者か

らの距離」という立場から論じる、点的施設の圏域解析はその代表的な例である。このような空間的な配置を求める(静的な)問題は、平面上の Voronoi 線図を高速に構成する算法を用いることにより、実用的な規模の問題を実用的な時間で解くことが可能になった。計算幾何学の成果を用いて解かれるこの種の問題を地理的最適化問題と呼ぶ。

2. 問題

本論文では、静的な施設配置問題を出発点として、「利用者からの距離」という立場から、動的な問題を対象としている。具体的には、以下の2つの問題を考える。そして、これらの問題を(一般化) Voronoi 線図を用いて新しく定式化した。

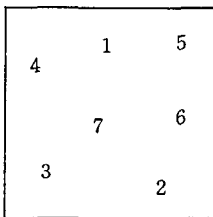
[P1] (動的施設配置問題) ある地域内で1つの移動施設を周期的に一定時間間隔で配置したい(一周期の動的配置を $P(x_i, t_i) (i=1, \dots, n)$ で表わす)。利用者の空間的時間的な分布は既知 ($d^s \mu(x, t)$) とし、利用者は最も“近い”位置にあるときに利用するとする。利用者の費用(施設までの空間的時間の距離 s の関数 $f(s^2)$; 点 (x, t) , (x', t') 間の距離 s は空間距離と時間距離との換算率 α (次元は $[L/T]$) を用いて $s^2 = \|x - x'\|^2 + \alpha(t - t')^2$ で定める)の総和を最小にするには、施設をどのように配置すればよいか。

目的関数 $F(x_1, \dots, x_n | t_1, \dots, t_n)$

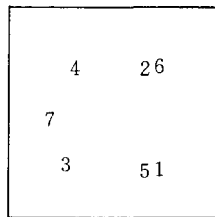
$$= \frac{1}{2} \int f(\min[\|x - x_i\|^2 + \alpha(t - t_i)^2]) d^s \mu(x, t) \\ = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f(\|x - x_i\|^2 + \alpha(t - t_i)^2) d^s \mu(x, t)$$

ただし、 V_i は $R^2 \times R^1$ における点 (x_i, t_i) の Voronoi 領域である。なお、複数個の移動施設を配置する問題へも容易に拡張できる。

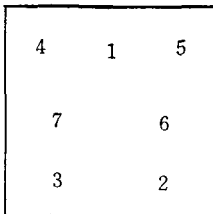
[P2] (制約条件つき施設配置問題) 移動施設をある地域内に経路 $L = (x_0, x_1, \dots, x_n)$ に沿って巡回させたい。地域内での利用者の分布は既知 ($d^s \mu(x)$) とし、利用者は



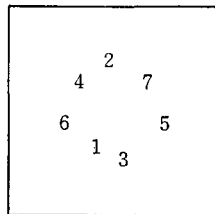
(1) $\alpha=0.35\text{km/日}$



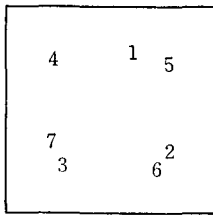
(4) $\alpha=2.8\text{km/日}$



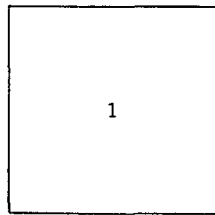
(2) $\alpha=0.7\text{km/日}$



(5) $\alpha=4.2\text{km/日}$



(3) $\alpha=1.4\text{km/日}$



(6) $\alpha=5.6\text{km/日}$

図1 換算率 α に対する配置状態の変化

(図中の数字 i は i 日目の施設の空間的位置を表わす)

移動施設が最も近い位置に止まったときに利用とする。移動施設がある地点でのサービスを開始する地点まで移動できる距離は一定値以下であるという条件のもとで、利用者の費用(施設までの距離の関数 $f(\cdot)$)の総和を最小にするには、移動施設をどのように巡回させればよいか。

目的関数

$$F(x_1, \dots, x_{n-1} | x_0, x_n)$$

$$= \frac{1}{2} \int f(\min \|x - x_i\|^2) d^2 \mu(x)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \int V_i f(\|x - x_i\|^2) d^2 \mu(x)$$

制約条件 $\|x_i - x_{i-1}\| \leq d_i$

ただし、 V_i はサービス地点 x_i の Voronoi 領域である。

[P1] では、空間距離と時間距離との換算率を導入してそれが解におよぼす影響を調べ、[P2] では、制約条件の変化が解におよぼす影響を調べた。

[P2] に対しては、移動中の施設も利用できるとした場合(線分 Voronoi 線図が必要となる)、総移動距離を一定値以下であるとした場合についても調べた。

3. 応用例

現実的な応用例としては、[P1] に対しては、大気汚染の観測点や雨量の測定点の配置、献血車や出張店舗の配置を求める問題、[P2] に対しては、移動図書館や郵便集配車の巡回経路を求める問題(点の Voronoi 線図を用いる)、上下水道本管の配置を求める問題(線分の Voronoi 線図を用いる)等が挙げられる。

4. 問題の解法

解法としては、降下法を採用し、降下方向を、最急降下方向を Hessian の近似値で修正した方向で定め、その方向に直線探索を行なうことをくりかえす。このさい、解を更新するごとに、Voronoi 線図([P1] では時空あ

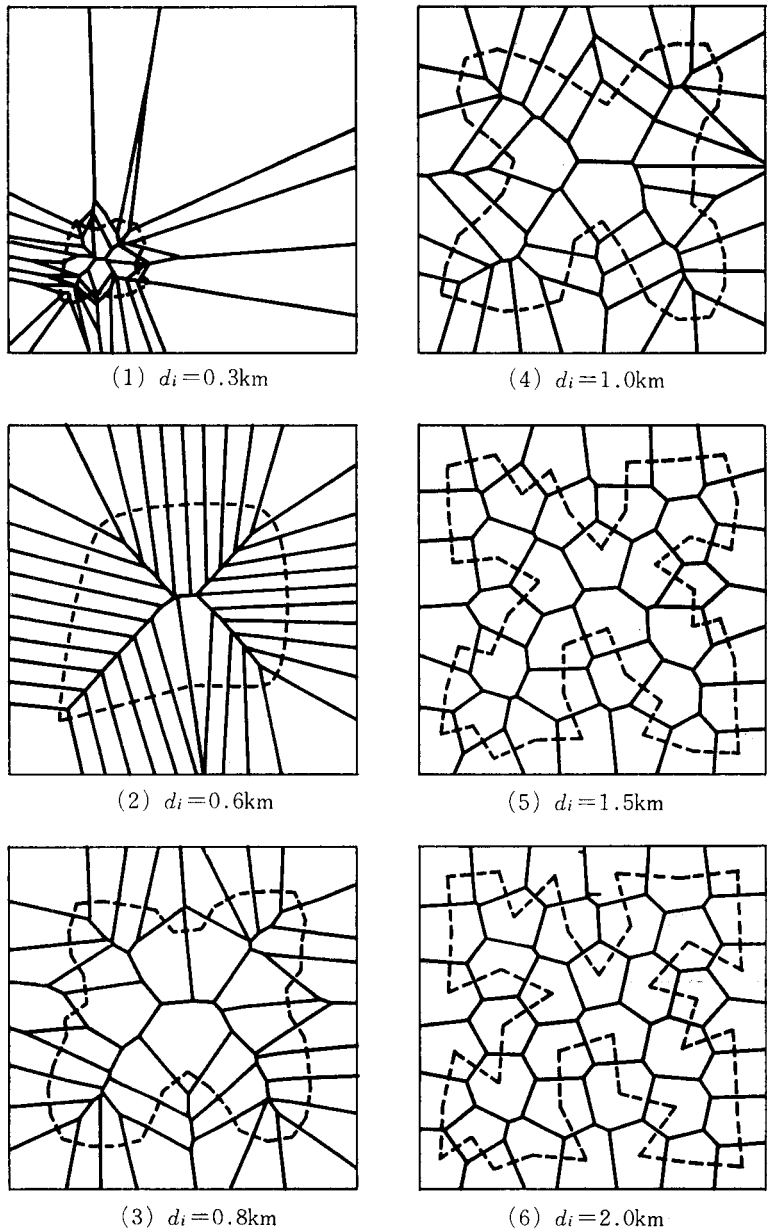


図 2 制約条件を変えたときの経路の変化

わせて 3 次元の Voronoi 線図、[P2] では平面上の点の Voronoi 線図、あるいは線分の Voronoi 線図)を構成しなおす必要がある。[P2] は制約条件をもつので解くことがより困難になる。

本論文では乗数法を採用し、制約なし最適化問題の列に変換し、個々の制約なし最適化問題に対して降下法を適用した。

5. 計算例

問題の性質を解明するために、上述の解法を用いてさまざまな計算を行なった。以下にその代表的な計算例を説明する。

[P1]の計算例 10km 四方の地域内に1日1地点、1週間周期で施設を配置させるとき、換算率を変えて配置状態の変化を調べた(図1)。ただし、利用者の密度は一樣分布にしたがうとし、 $f(s^2)=s^2$ とした。時間の重みが小さいときは、周期全体を通して空間に関して一樣に分布するように配置すればよく、時間の重みが大きくなるにつれて、短時間内での空間的分布の一樣性が要求されてくる。

[P2]の計算例 10km 四方の地域内に40個所止まってサービスして帰ってくる移動施設を考える。利用者の密度は一樣分布にしたがうとし、 $f(s^2)=s^2$ とした。1回の移動距離の上限を変えたときの巡回経路の変化を調べた(図2)。制約条件を緩めるにしたがって、より高次のSierpinski 曲線に近づく様子が観測される。

また、現実的な問題を想定し、実際の地域、人口密度を用いた計算も可能であり、論文では、大宮市のデータを用いて計算を行なった。

6. 考察

計算機実験により得られる解は、直観的にもわかりやすく、現実的対応のつくものも多く、計算時間の面でも比較の実用的であることがわかった。一方、計算機実験

により得られる解の最適性を理論的に裏づけることは今のところ困難である。今回の研究では、[P1]に対しては目的関数値の下界を示し、[P2]に関しては解の振舞い、目的関数値と制約条件との関係等を考察したが、その足掛りはできたとと言えるだろう。

また、特に[P1]において経験的なものとして導入した換算率の微小の変化に解は敏感でなく、問題のモデル化は換算率に対して安定していることが確かめられた。

7. おわりに

地理的最適化問題は、特に、都市工学上の現実的諸問題に対する適用の可能性を示すものであり、現在のところ、現実的な問題に対する分析の有効な一手段となっていると言える。そして、今後、より現実に近い問題を地理的最適化問題として解くことが可能になると思われる。

参考文献

- 1) M.Iri, K.Murota and T.Ohya: A Fast Voronoi-Diagram Algorithm with Application to Geographical Optimization Problem. *Proc. of the 11th IFIP Conference on System Modelling and Optimization*, Lecture Notes in Control and Information Sciences 59, 1984, pp.273-288.
- 2) 武田 晋, 伊理正夫: 地理的最適化手法を用いた動的施設配置問題. 日本OR学会1984年度秋季研究発表会アブストラクト集, 2-D-9, pp.167-168.

表紙のデザインを公募します

「オペレーションズ・リサーチ」誌の表紙のデザインを公募します。——現在の表紙は故奥平耕平先生によるもので、毎年色をかえながら読者の皆様に親しまれてまいりましたが、すでに9年目になります。1987年には本学会の創立30周年を迎えることになりますので、それを機会に表紙のデザインをかえて気分を一新したいと思います。奮ってご応募ください。

応募資格: 本学会正会員および学生会員

締切: 1986年9月1日(学会事務局宛)
発表: 本誌・誌上
賞金: 7万円(30周年祝賀会の際授与)

• 大きさ: B5判 • 簡略化した目次が入れること
• 2色ずり, 主たる色は変更できること
• 使用に当っては技術上の修正をすることがあります。応募作品は返却しません。

(編集委員会)