

シミュレーション

若山 邦紘

1. はじめに

ここで紹介するのは、財団法人日本科学技術連盟のOR教育コースにおけるシミュレーションの講義用に作成したパソコン用プログラム概要である。実際の講義では、ワークシートを使って演習を織りまぜながら、典型的なシミュレーション・モデルの枠組みについて解説するのであるが、そのモデルのプログラムが用意されていて直ちにシミュレーションを実行してみせたり、受講生にモデルを使わせて解を求めさせたりしている。

講義時間は1日で、例題は5題ある。数人の受講生が1台のパソコンを囲み、交代でオペレータ

を務めてもらう。2, 3年前まではオペレータを遠慮する人が多かったが、最近はすっかり様変わりした。講義時間が短いのでプログラムの中までは説明していないが、シミュレーション・モデルの作り方と使い方について理解してもらうことが狙いである。

2. [例題1] ジュース自動販売機

1本30円の缶ジュース自動販売機があり、10円玉、50円玉、100円玉の使用頻度の割合が3:3:4であるとき、1日当り50人の客に対するつり銭に毎朝10円玉を何枚用意しておけばよいかを決定せよ。□

この例題では、客が使用する硬貨の種類を決定するのに乱数を利用することと、システムの状態と状態変化の概念を説明する。

わかやま くにひろ 法政大学 工学部

〒184 小金井市梶野町3-7-2

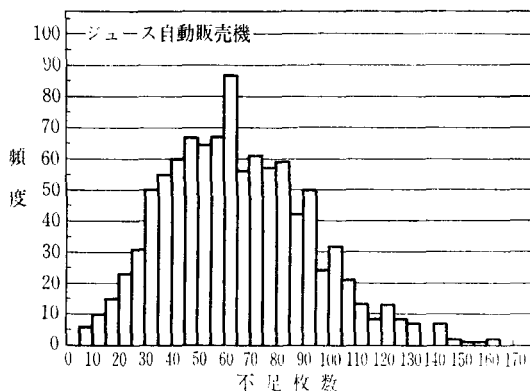


図1 はじめにつり銭を用意しなかったときのつり銭の不足枚数のヒストグラム

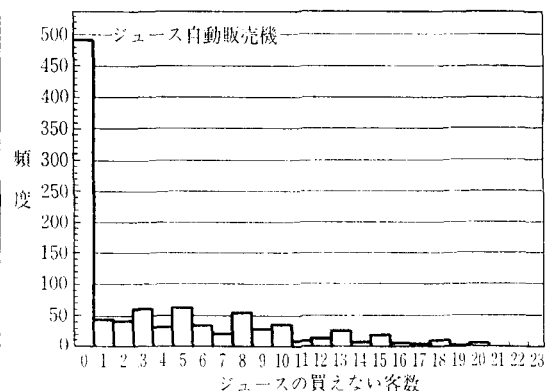


図2 つり銭を60枚用意したときにジュースが買えなかった客数のヒストグラム

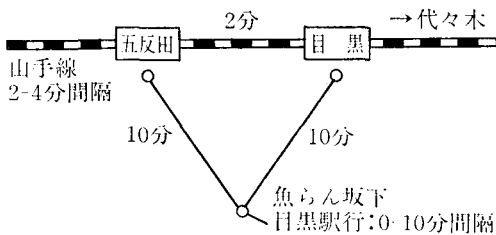


図3 魚らん坂下から山手線の駅までのバス路線

プログラム1

つり銭の10円玉を1枚も用意しない場合に10円玉が何枚不足するかをシミュレートする。1日のシミュレーションが終わるたびに結果はヒストグラム上に累積されて、見ているまに分布の形ができてあがっていく(図1)。

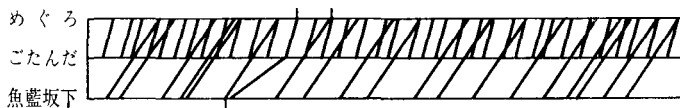
プログラム2

つり銭を何枚か用意した場合、1日当りにつり銭切れのためにジュースが買えなかった客数の分布を求める。図2は10円玉を60枚用意したときの結果である。これも1日ごとにヒストグラムが成長していく。

3. [例題2] バス停での意思決定

図3の地図の魚らん坂下からバスで目黒駅までゆき、目黒から山手線で代々木にゆきたい。バス停でいらいらして待っていたら、五反田駅行のバスが先きたので乗ってしまった。この決定は良い決定だったといえるだろうか。シミュレーションによってこの問題を分析せよ。□

電車などの運行のシミュレーションは、トラフ



待ち めぐる 同 じ ごたんだ

待ち	めぐる	同	じ	ごたんだ
0	221	823		802
1	187	713		584
2	182	611		392
3	158	514		241
4	129	432		127
5	109	319		50
6	94	210		14
7	81	103		0
8	35	36		0
9	10	7		0

図4 バスと電車の運行ダイヤグラム

図5 五反田駅行のバスがくるまでの待ち時間と早い電車に乗れた回数

ック・ダイヤグラムを画くとよい。目黒駅行のバスと山手線の到着時間間隔の分布にしたがう乱数を発生させて、図4のようなダイヤグラムを作成する。このダイヤグラムをワークシートにしてどのようにシミュレーションを行えば良いかを受講生に考えさせる。また、 $[0, 1]$ の一様乱数から $[a, b]$ の一様乱数への変換についても学習する。

プログラム3

バス停に客が到着してから五反田駅行のバスが先にくるまでに待つ時間と、そのバスに乗るのと目黒駅行を待って乗るのとどちらが早い電車に乗れるかを記録する。結果の一例を図5に示す。これよりバス停に到着してから4分以内に五反田駅行のバスが先きたならば乗ってしまってもよいといえる。この問題は次のように考えることもできる。

目黒駅行に乗った場合と五反田駅行に乗った場合との代々木までの平均所要時間の差は五反田一目黒間の所要時間2分である。したがって、五反田駅行が先きた場合、その時点からの目黒駅行到着までの平均待ち時間が2分以下なら目黒駅行を待ち、2分より大きいのなら五反田駅行きに乗ればよい。すなわち、五反田駅行きがくるまでの待ち時間が k 分という条件つき待ち時間 $w(k)$ の平均が2分になる k を求めればよい。(これは解析的に求められる)

4. [例題3] 在庫モデル

(発注点方式)

ある品物の需要は正規分布 $N(50, 5^2)$ にしたがう。発注量は1500個/回と定まっている。リードタイムは10日で、あらかじめ決められた発注点 K まで在庫が減少したならば発注を行なう。総需要に対する品切れ量の比(品切れ比率) α が1%以下になるようにするには発注点 k を何個に設

定すればよい。□

典型的な在庫管理のシミュレーション・モデルの枠組みを与える。モデルの構造はシミュレーションの単位時間刻みの大きさによってかわる。シミュレーションから何を知りたいのかによって計算の手間のかからないモデルを作成することを学ぶ。

さらに、確率的シミュレーションから結果を得るには長期間にわたる実験が必要になる。短期間の実験で精度の良い推定値を得るための分散減少法の1つである対照変量法の効果の検証も行なう。正規乱数の発生法も勉強する。

プログラム4

単位時間を1日にしたシミュレーションを行なう。結果の一例を図6に示す。これと同じワークシートを使ってハンド・シミュレーションを行ないプログラムのロジックを組み立てる。

発注点 $K=480$
シミュレーション日数? 355

日付	需要量	品切れ量	入荷量	在庫量	発注量
0	0	0	0	600	0
1	47	0	0	553	0
2	42	0	0	511	0
3	52	0	0	459	1500
4	46	0	0	413	0
5	50	0	0	363	0
351	54	0	0	53	0
352	41	0	0	12	0
353	51	39	1500	1500	0
354	53	0	0	1447	0
355	57	0	0	1390	0

総需要 = 17664
総品切れ量 = 454
品切れ比率 = 2.5702 %

図6 単位時間1日の在庫シミュレーション

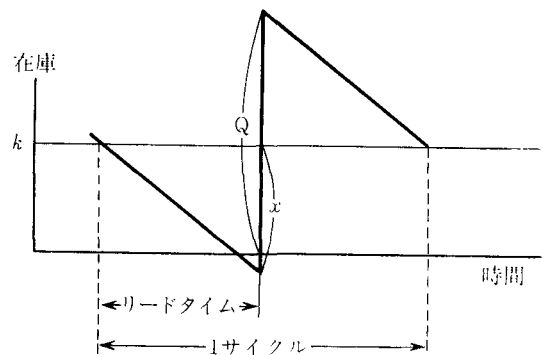


図7 発注点方式における1サイクルの在庫変動

プログラム5

図7はある発注点から次の発注点までの1サイクルの在庫変動を示すが、サイクル i のリードタイム中の需要を x_i とすると、サイクル i の需要 D_i と品切れ量 y_i は表1に示すとおりである。このプログラムではサイクル n までシミュレーションを実行した時の品切れ比率 α_n を乱数の初期値を変えて求める。結果をグラフに示したのが図8である。このように乱数の系列を変えると、このシミュレーションから得られる結果の分散と実験の長さとの関係を見ることができる。

プログラム6

対照変量法を実行する。リードタイム中の需要系列 $\{x_i\}$ に対する結果と $\{x_i\}$ と負の相関をもつ系列 $\{x_i'\}$ に対する結果の平均をとる。図9のように結果の分散はみごとに減少している。1つの実験から得られる結果と負の相関をもつ結果が得られるような実験を行なうことができれば結果の分散を減少させることができることを示す。

表1 リードタイム中の需要と1サイクルの需要・品切れ量の関係

	1サイクル需要	品切れ量
$x_i \leq k$	$D_i = Q$	$y_i = 0$
$x_i > k$	$D_i = Q + (x_i - k)$	$y_i = x_i - k$

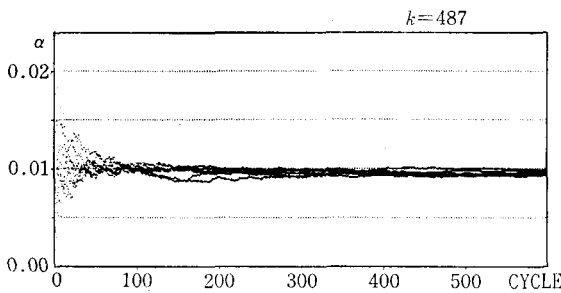


図 8 品切れ比率の変動

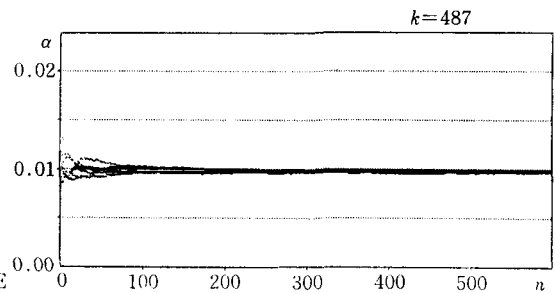


図 9 対照変量法の結果

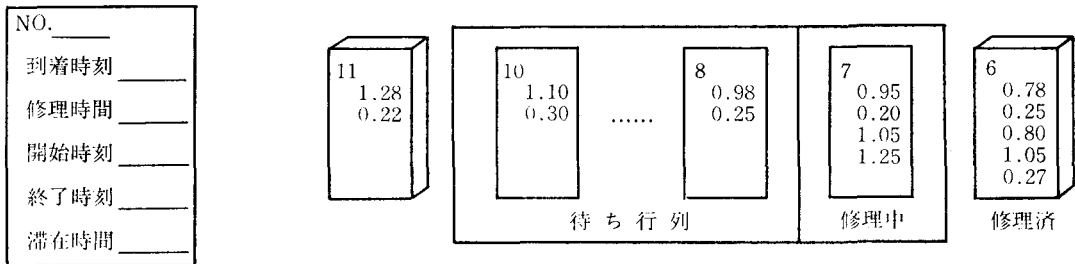


図 10 修理工場の待ち行列シミュレーション用のカード

5. [例題 4] 待ち行列モデル($M/M/1$)

ある自動車修理工場は平均到着率 $\lambda=6$, 平均サービス率 $\mu=7$ の $M/M/1$ モデルで表現できる。修理時間の短い車から優先的に処理をしたら滞在数や滞在時間は先着順の場合とどう変わるかを調べたい。□

この例題では事象進行モデルの枠組みを勉強することが第 1 の目的である。事象の概念とシステムの状態変化の規則を理解するために図10のようにカードによる実験をさせてからコンピュータ・

モデルとの対応を説明する。指数乱数の発生には逆関数法を使用する。

プログラム 7

ハンド・シミュレーション用のカードの No. と到着時刻と修理時間をカードに印刷する。

プログラム 8

期間が 6 日間のシミュレーションを行なう (図 11)。

プログラム 9

期間が 1200 日である長期間のシミュレーションを行なう (図 12)。 $M/M/1$ のシミュレーションから

平均滞在数や待ち時間などを推定するには 8000 人分の客のシミュレーションが必要だという報告がある。図 12 のドットは滞在数の 2 日おきのサンプリングである。図 13 は優先処理を行なった場合で、滞在数も滞在時間も約半分に減った。

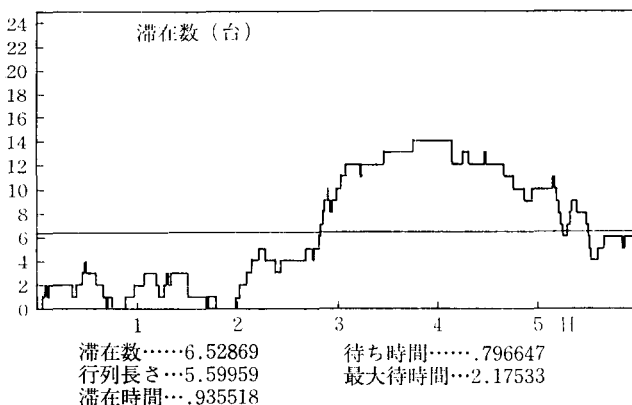


図 11 6 日間の滞在数の変化

6. [例題 5] 伝染モデル

50 人の学級では今年も何人かの生徒が流感にかかった。 $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ をそれぞれ未感染者数, 感染者数, 治癒者数とし,

$p_r\{(t, t+\Delta t) \text{ にある未感染者が}$
ある感染者からうつされる]

$$= \lambda \Delta t + o(\Delta t),$$

$p_r\{(t, t+\Delta t) \text{ にある感染者が治る}\}$
 $= \mu \Delta t + o(\Delta t)$

という仮定をおいたとき、どのようなシミュレーションモデルが考えられるか。□

単位時間 t 刻みに状態変化を追うマルコフモデルと連続型モデル（微分方程式モデル）を作成する。状態の表現に三角グラフも紹介する。

プログラム10

図14はマルコフモデルの状態推移図である。これにもとづいて、シミュレーションを行なう。結果は図15のように三角グラフにプロットされる。

プログラム11

x, y, z をそれぞれ X, Y, Z の期待値とすると、

$$\dot{x} = -\lambda xy$$

$$\dot{y} = \lambda xy - \mu y$$

$$\dot{z} = \mu y$$

という微分方程式が導かれるが、これをオイラー法で計算する結果を図16に示す。

7. おわりに

日科技連のOR教育コースでパソコンを講義に使い出したのは国産機がまだ出回らない数年前のことである。TRSの一番古い機械を1

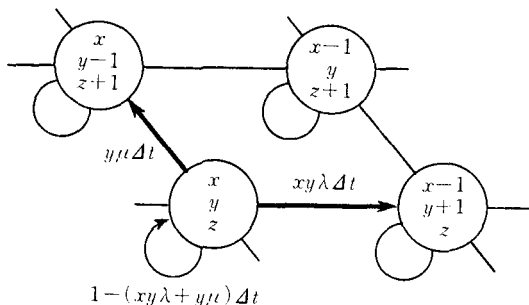


図 14 状態推移図

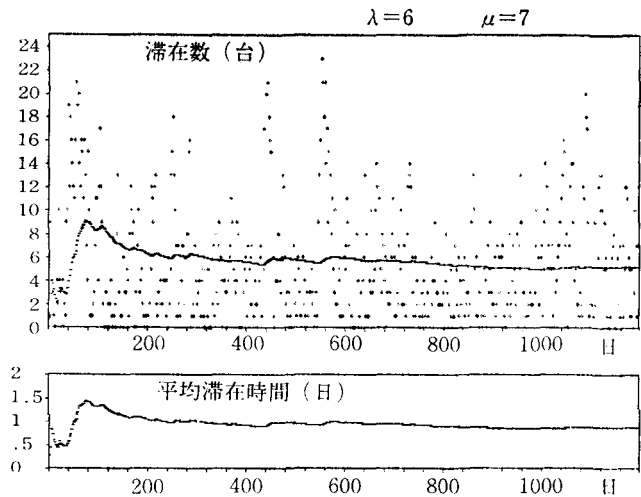


図 12 1200日間の滞在数の変化(1)——先着順に処理する場合

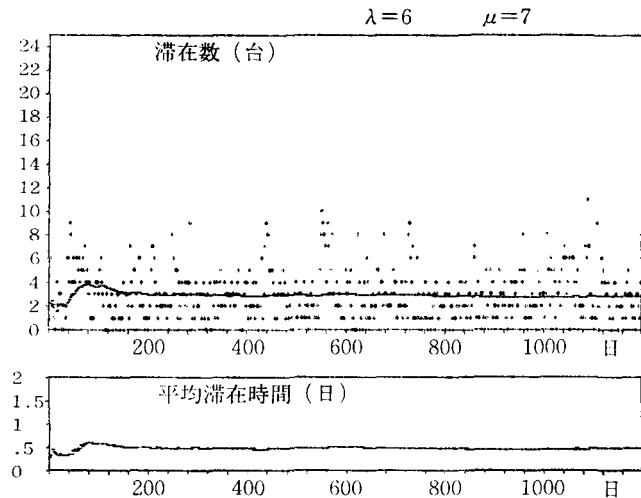


図 13 1200日間の滞在数の変化(2)——優先処理をする場合

台だけ買ってもらいディスプレイを4台接続して利用した。現在はPC-9800を使用している。その間、例題やプログラムは改訂されてきた。ここに紹介したのは一番新しい教材である。

筆者の勤務する法政大学工学部でも、その他の関係する大学でもこの教材(古いものも含めて)を使用している。この場合には、学生にプログラムも作らせるので半期(前期ないし後期)はかかる。プログラムはPC-9800とif-800/30に用意されている。

Computer Today

●61年1月号／好評発売中

定価880円

エキスパートシステムズ

エキスパートシステム——現状と課題
エキスパートシステム研究開発の意義
エキスパートシステム構築のステップ
人工知能とエキスパートシステム
エキスパートシステムの言語とツール
エキスパートシステムのアーキテクチャ

石塚 満
上野晴樹
溝口文雄
丹羽 清
武田正之
金田悠紀夫

【事例紹介】

XCON—村上憲郎 MACSYMA—村尾裕一

YES/MVS—戸沢義夫 OPS5—小林重信

Knowledge Craft—亀山 靖他

お得な年間購読のおすすめ 年間5000円(6冊)

●3月号予告／2月18日発売

コンピュータと自然言語

コンピュータは日常言語をどこまで理解できるか
コンピュータが自然言語をいかに処理するのか、
またどこまで理解できるのかをテーマに、実際の
事例から計算機科学と言語理論のインタラクティブな
関係を考える。

数 理 科 学

3月号予告

定価 880 円

特集＝ 応用代数

代数は役にたつのです

符号理論と代数

化学における数えあげ多項式

結び目と代数

普遍代数の計算機への応用

論理回路設計の代数

暗号の代数学

初等整理論と実験計画

M平面—多項式環イデアル論の応用

細井 勉

水野 弘文

細矢 治夫

鈴木 晋一

足田 輝雄

向殿 政男

加藤 正隆

景山 三平

高橋 馨郎

＜連載＞ 生物のかたちづくり⑬

私のパソコン入門第2部⑨

土居 洋文

川合 慧

数理科学・別冊

好評発売中

ソリトン

定価2000円

知識と認知のソフトウェア

定価1800円

サイエンス社

東京都千代田区神田須田町2-4 安部徳ビル

☎03(256)1091 振替 東京7-2387

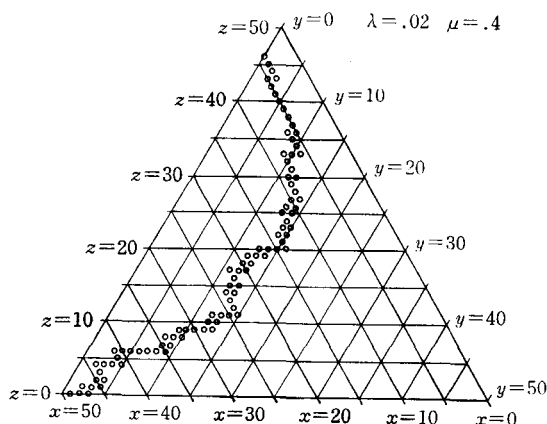


図 15 マルコフモデルによる伝染

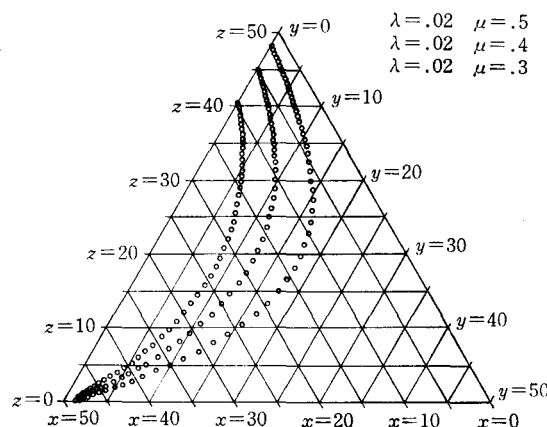


図 16 連続型モデルによる伝染