〔特集に当って〕+〔若干のガイダンス〕

茨木　俊秀

組合せ最適化にとってヒューリスティックとは

現実の問題をOR的手法で解こうとするとき(特にコンピュータを用いるとき)計算の対象となる問題のかなりの部分が，組合せ問題とか組合せ最適化問題と呼ばれるものであることは認めてよかろう．読者の中にも，現在そのような問題を相手に悪戦苦闘中の方が見受けられるのではないだろうか．

組合せ最適化問題は，大抵の場合，“すべての解を列挙し一番良いものを残す”という手順で解けるという意味で，数学的にはきわめて単純にみえる．しかし，実際には考慮すべき解の個数の“組合せ的”な増大のために，規模がすこし大きくなるとコンピュータをもってしても不可能になってしまう．例としてn要素の順列の総数$n!$を考えると，$n=10$のとき3.6×10^6で，この程度だとコンピュータを使うと何とかなるが，$n=20$になると$n!\approx2.4\times10^{18}$で，もはやどんな高速のスーパーコンピュータをもってしても処理できる量ではない．しかも最近では，NPナントカをはじめとする計算の複雑さの理論によって，どんなに工夫をこらしてもこの組合せ的増大を破ることができないような問題の存在がたくさん証明されているそうではないか([1]等参照)．こう考えてくると，ORワーカーたるもの，いささか悲観的にならざるをえない．

このような事態をなんとか克服する，あるいは少し率直に言えば“ごまかす”ためのエースとして登場するのが，本特集のヒューリスティックアプローチである．これは簡単な計算で比較的良い解を求めることを目的とし，近似解法と呼んでもよい．現実にはこのような解決策で実用的に十分であることも多く，実際，ORの現場で遭遇する組合せ最適化問題に対し現在開発されているプログラムはほとんどがこの種のものであると想像できる．本特集では，さまざまな問題に対する具体的なヒューリスティックアルゴリズムを紹介するとともに，その意味と役割を考えてゆきたい．

ここで，本論に進む前に，そうは言っても，厳密解法を無用なものとして捨てさるべきではないことを強調しておきたい．問題の規模があまり大きくなければ，整数計画法や分枝限定法にもとづくアルゴリズムで厳密に解き得る望みはある．この前来日されたEllis Johnson氏の話では，IBMのMPSX (Mathematical Programming System Extended) のユーザー数千人のうち1～2割程度はMIP (混合整数計画) のオプションも契約しているということである．このすべてが真面目に整数計画を解いているわけではないにしても，結構高い率であるとの印象をうける．問題ごとにアルゴリズムを開発する覚悟があれば，分枝限定法のアプローチはもっと有力で，いろいろな成功

いばらき　としひで　京都大学　工学部数理工学科
〒606 京都市左京区吉田本町

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

例が知られている[2]．結局，

- 問題の規模があまり大きくなくても実用的に十分意味がある，
- 最適解を得ることで実現されるメリットが計算に要するコスト以上である，

場合には，厳密解法の実用価値があるといえる．また，近似解の精度を評価するために，いくつかの問題例の厳密解を求めることが要求されることもあろう．

良いヒューリスティックアルゴリズムの条件

ヒューリスティックアルゴリズムの開発にさいして，以下の2点をチェックポイントとしたい．

- アルゴリズムが単純で，すじ道が通っていること（換言すれば他人に説明して納得してもらえること）．
- 対象とする問題の構造をうまく利用していること．

さらに，完成品として送りだすには，

- 性能評価をきちんと実行すること，

が大切である．性能評価（所要計算時間や近似解の精度などの評価）は，理論的に精密にできればそれが望ましいが，少なくとも客観的な計算実験の結果を有用な形に整理しておくことはぜひ実行したい．このようなあたり前の注意をわざわざ書いたのは，この種のテーマを扱った文献の中にはアルゴリズムの考え方が外部の者に理解しがたく，しかもその方法にとって有利な（と推測される）数例についての計算結果を与えたのみというのが結構見られるからである．

ヒューリスティック法の分類

さてヒューリスティックに基づいて近似解法を構成するに当り，どのようなタイプのアルゴリズムがよく用いられるか，私なりに以下のように分類したことがある[3]ので再掲させていただく．

1）欲張り法（貪欲法）：目的関数値の良さを示す局所的な評価にもとづいて，1変数ずつ解を構成してゆく方法．通常，試行錯誤を含まない1本道アルゴリズムである．例．グラフの最小木に対する Kruskal や Prim の方法(この場合は厳密な最適解が得られる)．0—1ナップザック問題で c_j/a_j（c_j はコスト係数，a_j は制約係数）の比の大きい変数から1に固定する方法．ビンパッキング問題のＦＦＤ法(First Fit Decreasing 法)など．

2）ランダム法（モンテカルロ法）：ランダムに解を生成するという試行を何回も行ない，得られた最良の解を出力する．例．行商人問題（巡回セールスマン問題）に対し，ランダムに巡回路を生成する．

3）緩和法：条件を緩和することで簡単な計算で1つの解を求め，それを修正して可能解を構成する．例．ナップザック問題に対しそのＬＰ緩和問題を解き，整数解に修正する．

4）分割法：与えられた問題をいくつかの部分問題に分割し，それぞれの解から元の問題の可能解を合成する．例．平面上の行商人問題において平面を部分領域に分割し，それぞれにおける巡回路から全体の巡回路を合成する．

5）部分列挙法：全てを列挙することが許されない場合，その一部分のみを組織的に列挙し，結果に基づいて近似最適解を構成する．例，分枝限定法を一部分だけ実行し計算を打切る．0—1ナップザック問題において一部の変数については全ての組合せを考え，他は緩和法などで処理する．

6）反復改善法：何らかの方法で得られた近似解に対して，その近傍，つまり適当な変更を加えて得られる他の解を調べ，目的関数値を改善できればそれに置きかえる．この手順を改善が得られなくなるまで反復する．例，行商人問題のλ—最適解．

さらに，文献[3]の頃はまだ知られていなかったが，最近興味を集めている方法として，

7）Simulated Annealing 法：この内容は中野・中西両氏に本特集で詳しく解説していただい

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

ているのでお読み願いたい．

特集記事との関連

ここで特集の夫々の記事を上の分類と関連づけて紹介しておこう．欲張り法から述べれば山口氏のプロジェクト選択問題はその典型的な適用例である．この問題は複数の制約条件をもつ整数計画問題であって，全ての制約をどのように集約してヒューリスティックとしてまとめあげるかがポイントである．氏のグループのこれまでの研究を中心に基本的なアイデアをまとめていただいた．

石井氏のスケジューリング問題の解説の中にも欲張り法が数多くみられる．いわゆるリストスケジューリングはその例であって，リスト中の仕事の順序をいかに定めるかが成功の鍵をにぎっている．それぞれのスケジューリング問題のリスト順序を比較することで，問題固有の構造を生かすためにさまざまな工夫がこらされている様子を知ることができよう．

これに対し，室田氏の平面マッチング問題では分割法が詳しく論じられている．分割法と一口に言っても，いかに平面を分割し，また各領域での解を全平面上でどのように合成するかは決して自明ではなく，やり方次第でアルゴリズムの性能が異なってくることが明瞭に示されている．室田氏には，いくつかのアルゴリズムの理論的評価についても言及していただいた．

石堂氏は，機械・資源・労務ピークの最小化というテーマで，プロジェクト遂行の日程計画にともなう問題をすっきりと定式化し，スケジュール立案にさいしての問題点を整理していただいた．現実に密着した興味深い問題である．手法的には分枝限定法，さらに上記の部分列挙法ということになるが，限られた時間内に良い解を得るためにヒューリスティックにもとづくアイデアが随所に組み入れられている．

最後に，中野・中西両氏には，上で触れたように，Simulated Annealing 法について解説していただいた．反復（逐次）改善法との相違点を強調しつつ，その本質がわかりやすく述べられている．この方法の得失もよく整理されているので，内容の理解のためにはもちろんのこと，実施にさいしても有益な指針となるものである．

ヒューリスティックアプローチの役割

稿を終えるに当ってもういちど，組合せ最適化問題に対するヒューリスティックアプローチの役割をまとめておこう．もちろん，このような近似解法を必要とする事情の第1は，大規模な問題を厳密に解くことが実際には無理であるという点にある．さらに，現実の計算では，問題を記述するデータに誤差が含まれていたり，定式化自体が近似的であったり（たとえば非線形関数を線形関数で近似）するので，厳密解とそれに近い解にどれほど実質的な差があるのかはっきりしないことが多い．このような状況では，簡単かつ明解な原理にもとづいて得られたヒューリスティック解であれば，理解が容易なだけ現場に受け入れられやすく，それだけ実用性に富むという見方もできる．また，そのような解は，解の頑健性という見地からも望ましいであろう．

現実の問題の最適をはかるとき，常に，最適化によって得られた利益と，最適解を求めるための労力・費用等を天秤にかける必要があろう．最適化にともなう利益が大きければ，計算にそれだけ労力をかける値打がある．Simulated Annealing 法の記事には，まる1日の計算をかけ，超ＬＳＩのチップ面積を減少させる話が述べられているが，得られたチップが多数生産されるものであれば，これだけの計算時間をかけても十分見合うと考えられる．これに対し，日常的に毎日（あるいは毎週，毎月）要求されるスケジューリングでは，何度もデータに変更が加えられる可能性も考慮すると，長時間の計算をかけることに現実的な意味はなかろう．また，平面マッチングの研究の動機としてＸＹプロッターのペンの移動距離の節約が

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

あげられているが，これも短時間で簡単に求められないと困る例である．このように，ヒューリスティックアプローチの実施に当っては，あらかじめその意味と価値をよく吟味し評価しておくことが重要である．

ヒューリスティックアルゴリズムは単純な原理にもとづかねばならないと述べたが，これは決してその開発が容易であることを意味するわけではない．良いアルゴリズムを得るには，問題の本質をしっかりと捕え，固有の構造をうまく生かすことが要求され，そのためには十分な努力と開発期間が必要である．また，開発したアルゴリズムを客観的に評価するためのフォローアップもしなければならない．これをきちんと実行する努力を惜しまなければ，ヒューリスティックアプローチの重要さと有用性が理解され，今後ますます広範囲に利用されてゆくこととなろう．本特集がその一助となれば幸いである．

参考文献

[1] M.R. Garey and D.S. Johnson, Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, Freeman and Co., 1979

[2] 茨木，組合せ最適化—分枝限定法を中心として，講座数理計画法8，産業図書，1983

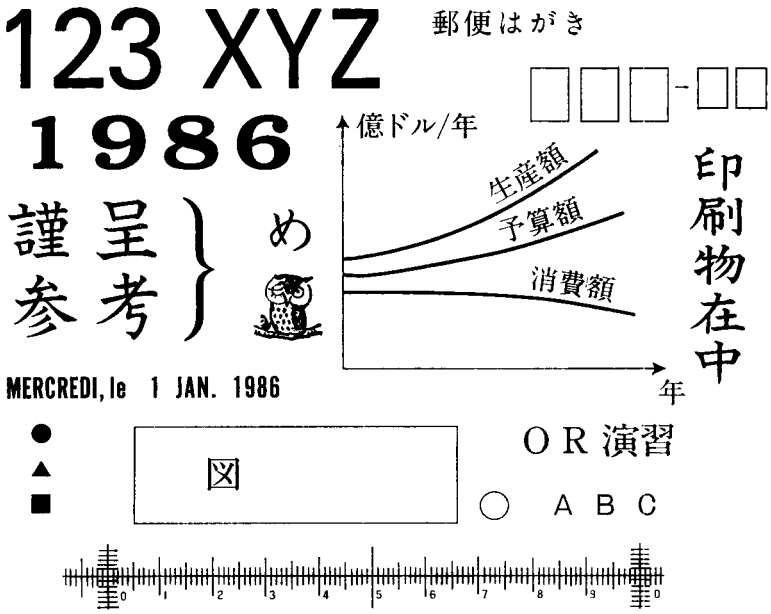
[3] 西川，三宮，茨木，最適化，岩波講座情報科学19，1982

ゴム印の活用

ゴム印は役に立つ．日づけ印や住所入りの氏名印等は広く使われているが，これらの他にもいろいろな種類のものが市販されている．英文字，数字，かな文字，年号，カッコ等々をはじめとして，会計費目の印は全品とりそろえられている．使い方によってはずいぶん便利である．でき合いのものはもちろん，特別に注文してもさほど高価ではない．

報告書や原稿のページは，天地が1.5cm以上の大きい文字で打ったほうがよい．大体ページというものは主として紙をそろえたりコピーしたりするときに入り用なものである．デカデカと大きく見やすほうがよい．デカデカと大きく下手な文字で具合が悪ければゴム印がよい．

▲●■は個条書きの頭や，証明や例題のおわり等に使える．手がきのレポートも引きしまった感じになる．



シミュレーションの研究の場合には，数多くの結果をグラフとして計算機に画かせ，並べて見ながら討論することが多い．各々のグラフにある曲線は，その位置も形も異なるから，その名称を計算機に書きこませることはむずかしい．最終的には報告書にものせるのだからきれいな文字が望ましい．こんなときには曲線の名称のゴム印を特注するとよい．その研究だけにしか使えないとしても，手間も費用も最小の方法であることが多い．　（からくり堂主人）

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．