

幾何学的探索算法の研究

東京大学工学部計数工学科 枝廣 正人

指導教官 伏見正則 助教授

幾何学的な図形処理を効率的に行なうアルゴリズムを研究する分野は計算幾何学と呼ばれ、近年、理論、応用両方の立場から注目を浴びている。計算幾何学において幾何学図形間の関係を扱う問題は総称して幾何学的探索問題と呼ばれる。たとえば、同一平面上に点であらわされたデータと領域であらわされたデータがあるとき、「ある点を含む領域を答えよ」「ある領域に含まれる点を列挙せよ」、といった問題は幾何学的探索問題の典型的な問題であり、現実的に地理情報処理、都市工学、VLSI CADなどで頻繁にあらわれる。計算機が発達して、社会の情報化にともない膨大なデータを扱うようになった昨今、この、人間が見れば一見して解ける問題を、人間の目の代わりに計算機を用いて処理しようとする動きが高まっている。

こうした問題に対するアルゴリズムは1次元的处理しか行なえない計算機の弱点のために、一見して簡単のようで実はむずかしい。これらに対してはこれまでさまざまな研究がなされているが、理論的な研究が多く、理論的には「良い」アルゴリズムであっても実際には使えないものも多い。特に、下記の領域探索問題、点包囲問題に対しては、これまでに実用化できるアルゴリズムは提案されていない。本論文では幾何学的探索問題における主部分問題である点探索問題を中心に、いわゆるバケット法を用いた、理論的な性能としては多少劣るが、実用上非常に有効で単純なアルゴリズムを提案し、計算機実験を通してその実用性を示す。

幾何学的探索問題は次の4つの問題に分類される(図参照)。

点位置決定問題：全体領域が重ならないいくつかの領域に分割されていて、質問点 Q がくるたびにその点を含む領域を答える。

点包囲問題：重なりをもつ領域の集合が与えられ、質問点 Q がくるたびにその点を含むすべての領域を列

挙する。

領域探索問題：点集合が与えられ、質問領域 R がくるたびにその領域に含まれるすべての点を列挙する。

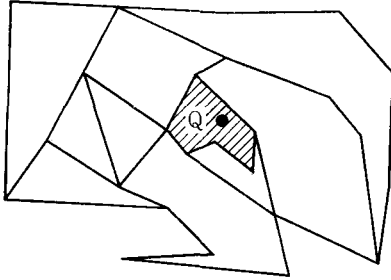
線分交差探索問題：線分集合が与えられ、質問線分 Q がくるたびにその線分と交わるすべての線分を列挙する。

線分交差探索問題を除いては、点と領域との関係を扱う問題と言え、これらを特に点探索問題という。

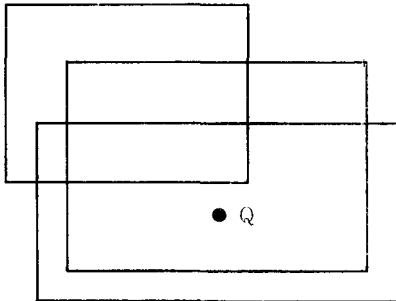
本論文では点探索問題、水平・垂直線分に対する線分交差探索問題に対して、バケット法を用いたアルゴリズムを提案している。バケット法は、大枠としては上記のような考え方によるものであるが、バケットへの分割の仕方、各バケット内での部分問題の取り扱いにはかなりの工夫を要する。特に、これまでバケット法が適用しにくいとされていた領域探索問題、点包囲問題、水平・垂直線分に対する線分交差探索問題に対して、本論文ではJordanの閉曲線定理、Chazelleの1次元点包囲算法を用いた手法を開発し、これらの問題に対してもバケット法が有効であり、高速なアルゴリズムが得られることを示している。またバケット法はバケット分割の細かさや縦横の分割数の比によって性能が左右されるが、本論文ではこれらに対するパラメータの最適値の選択についても議論している。

計算機実験においてはバケット法の平均的な効率の良さ、実際の実行時間の速さを通して、その有用性が示される。これによって現在までに提案されたアルゴリズムの中で、バケット法が最も実用性の高いアルゴリズムであることがわかる。

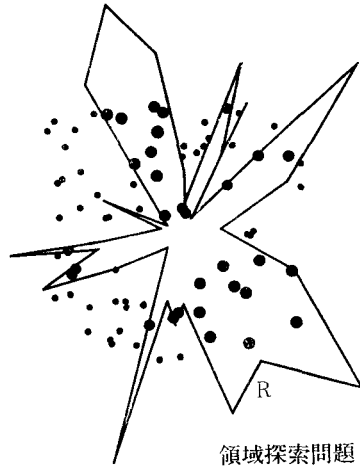
幾何学的探索問題はさまざまな分野に応用され、それらのどの分野の問題に対してもバケット法は実用的であるが、特に、大規模広範囲のデータに対し質問が局所的にしかおこらない場合に、バケット法は最も効率が良くなる。本論文ではその例として地理情報処理とVLSI



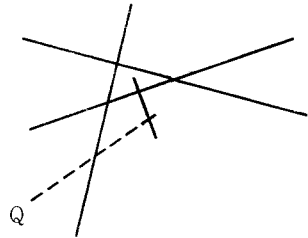
点位置決定問題



点包囲問題



領域探索問題



線分交差探索問題

CAD をとりあげている。地理情報処理においては、点であらわされた人口分布に対して任意の領域が与えられたときにその領域内の人口を求める問題等に幾何学的探索問題があらわれる。本論文では実際に大宮市のデータを用いて計算機実験を行ない、その実用性を確かめている。VLSI 設計においては、論理接続チェックと呼ばれる作業などに幾何学的探索問題が用いられる。VLSI の

マスクパターンにおいては、配線を表わす図形集合とそれらをつなぐコンタクトによってすべての回路があらわされている。この設計は人手によって行なわれており、それが正しい回路をあらわしているかどうかチェックする必要がある。これが論理接続チェックである。この作業は、ある図形に含まれるコンタクト、あるコンタクトを含む図形を探索し、電気的接続をチェックすることに

モース博士死去

元マサチューセッツ工科大学教授、初代 IFORS 会長 Philip M. Morse 博士は去る 9 月 5 日マサチューセッツ州コンコルドのエマソン病院において死去されました。享年 82 歳。

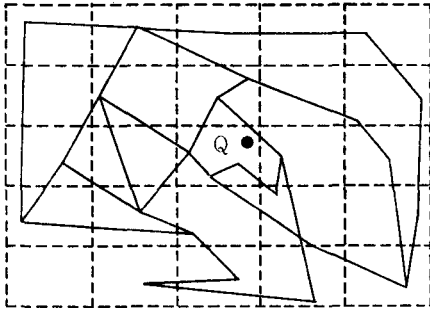
同博士は第二次世界大戦中音響学の専門家として、米海軍の対潜水艦システムの評価という仕事にたずさわりましたが、この間英国から伝えられたオペレーションズ・リサーチに接し、機器の運用という面に科学の光をあてることによって大きな業績を上げられました。これに対し民間人としては最高の Presidential Medal for Merit が授与されました。Kimball 氏との共著“Methods of Operations Research”はこの当時の研究を伝えるものとして広く知られています。

戦後、いったん古巣のマサチューセッツの工科大学にしばらく戻られた後、各所において OR の定着と普及のため多面的な活動をされました。1957 年 IFORS (国際 OR 学会連合) を結成、初代の会長をつとめました。

わが国も前後 2 回にわたって訪問され、そのたびに講習会等を通じて OR の普及につとめられました。わが国の OR ワーカー、特にその草わけの方々の中には同博士の警咳に接した方々も少なくありません。

引退された後は、悠々自適の生活を送っておられるとのことでしたが、このたびの訃報に接し OR が第二次世界大戦中に生まれてから、すでに 40 年以上が経過したことを思わずにられません。

博士の御冥福をお祈りします。



点位置決定算法におけるバケット分割

よって行なわれるが、これはまさしく幾何学的探索問題である。本論文ではVLSIパターンのモデルを用いて計算機実験を行ない、その効率を実証している。

バケット法とは、問題で扱う領域をメッシュ分割し、1つ1つ長方形(これをバケットという)の中だけに問題を局所化して解く方法である。問題のサイズに合わせてバケットを細かく切れば、平均的には問題のサイズにはよらないアルゴリズムが得られることが予想でき、また1つのバケット内では全体よりかなり簡単な問題となるため実行時間も短くなる。さらに、各バケットでの部分問題が平均的には全体の問題のサイズによらないため、

簡単な問題に対して速くなるような単純なアルゴリズムを用いることができ、このためアルゴリズムも単純になり、プログラミングが容易になる。これらのことよりバケット法が実用的な意味で非常に優れた方法であることが理解できる。

参考文献

- [1] T. Asano, M. Edahiro, H. Imai and K. Murota: Practical Use of Bucketing Techniques in Computational Geometry. In "Computational Geometry" (G. T. Toussaint, ed.), North-Holland, to appear.
- [2] 枝廣正人, 浅野孝夫, 伊理正夫: VLSI 設計における点探索問題. 電子通信学会技術研究報告, CAS 84-121(1984), pp.43-50
- [3] 伊理正夫, 他: 地理的情報の処理に関する基本アルゴリズム. 日本OR学会報文集, T-83-1, 東京, 1983
- [4] 腰塚武志: 任意に与えられた領域の人口推定, 日本OR学会1983年度秋期研究発表会アブストラクト集, A-7, pp.25-26
- [5] 日本OR学会: 地理的情報の処理に関する基本アルゴリズム. 第13回 シンポジウム論文集, 東京, 1984

●ミニ●ミニ●

●O●R●

女房の問題解決法

「ねえ、アナタ、〇〇子のバイオリンのおさらい会、今度はうちが当番だって。先生がサロン風にやりたいと言うので、お菓子を準備することになったのだけど、何人分用意したらよいかしら。足りなかったら困るし、たくさん余ったら、その分の代金を請求するのは気がひけるでしょ。得意のORで計算してくれない？」

「いいよ。ところで出演する生徒は何人だい？」

「20人だけど、2家族が姉妹で出るから、18家族として考えたほうがいいわ。その他に先生の関係者が来るの。賛助出演者、写真やカメラをお願いした人、応援団など先生を含めて8人ぐらいよ。問題は生徒の関係者が何人来るかだわ」

「小さい子供を持つ核家族だから、両親、姉妹は来るだろう。本人も入れて平均4人、多くても5人だな」

「アナタのように、おさらい会など真っ平というご主人も多いわよ」

「その分は、おばあちゃんとか友達がくるよ。計算すると、4人×18家族+8人=80人。多くても、5人×18家族+8人=98人。だから余裕を見て100人分用意したらどうだろう」

「わかったわ。100人ね」

……………

おさらい会が終って、

「どうだい。どんびしゃり当たったろう？」

「ええ、そうだったわね。だけど120人分用意したの」

「えっ、どうしてそんな馬鹿なことを！」

「だって万一足りなかったら恥をかくし、それに、近いうちに〇〇子のお誕生会をやることになっているの。余ったらそれに使えばいいと思って、日持ちのよいお菓子にしたわ。飲物も缶ジュースよ」

「信用されていないか……」

(孟須欽慕留)