

配電系統の最適供給計画

青木 兼一・一森 哲男

1. はじめに

中国、四国支部ではORを実践する目的で、幹事を中心に研究会を組織し、実社会の問題の提案をうけ、その問題を解決することを試みている。

この報告は、この研究会の第1回の会合において、四国電力(株)からの問題提起に対し、検討した結果を示したものである。本報告は、研究会のメンバーが、実際面に対する知識の少ないことから、電気関係の種々の学会に発表し、モデルが実際面からみて妥当か否かを検討し、これらの修正をふまえて報告している。

中四国支部は、この研究会をさらに発展させたいと考えており、各分野からの問題提起、研究会への参加、ご支援を期待している。

2. 研究のあらまし

都市におけるループ配電系統は、事故が直接停電につながらないように緊密に連繫されている。常時運用では、配電系統は樹枝状の部分系統に、配電線上の開閉器を開放することにより分けられている。これは事故地点の検出を容易にするためである。それゆえに各需要点は、配電用変電所のちょうど1つの変圧器を通して電力が供給される。さらに、開閉器は停電区域をなるべく小さくするように、フィーダー上に多数設けられてお

り、近ごろは自動遠隔操作可能なものが多くなりつつある。

ここでの目的は各変電所変圧器の電力供給区域の最適化である。具体的には、常時運用時における、配電線上に生じる電力損失の和を最小にするように、各開閉器の状態、つまり開閉を決定することである。ある確定的電力需要が与えられた時に、この最適化が行なわれるが、その時考慮すべき制約は、電圧降下、電線容量、変電所変圧器容量の3タイプである。

この問題に数理計画法を応用し効率的解法を展開している。配電の分野に数理計画法を適用した例はいくつか存在する。しかしそれらは、計画を抜っており、ここでのように運用を抜いた文献はほとんどないようである。さて、本問題の解法であるが、実情では、手計算を主として解いているようである。

われわれの手法は以下のとおりである。配電線を小さな区分に分ける。分け方は、自由に行なっても、われわれのアルゴリズムは容易に解を求めるが、一応ここでは、負荷分布と線路定数の違いに応じて区分を定めた。一般に、線路上の負荷を正確に測定するのはむずかしく、電線上の電圧降下や位相差角は小さいので、ここでは定電線モデルを用いている。先に定めた区分上では、負荷は平等と仮定し、特に大きな需要(たとえばデパート)は、集中負荷として、区別している。ここでは、この2タイプの負荷形態のみを抜いている

あおき けんいち、いちもり てつお 広島大学工学部

が、区分が自由に定められるので、実用的にも理論的にも、これで十分である。常時開放開閉器の位置を表わす変数は、実際には有限個しか開閉器は存在しないのだから、離散値をとるが、フィーダー上には非常に多数の開閉器が存在するので、ここでは連続変数としてとり扱った。

常時開放開閉器の位置は、部分系統が樹枝状になるような位置にあらねばならないが、各常時開放開閉器の位置を、ある1区分に限定すれば、われわれの問題は、ある凸計画問題になる。目的関数は2次関数で制約は線形と2次関数である。この凸計画問題は、適当なアルゴリズムを用いれば、容易に解が求まる。われわれはスタンフォード大学より導入した MINOS/AUGMENTED (version 4.0) を用いて実行した。この部分問題の解をもとにして、常時開放開閉器の位置を他の区分に限定し直す。この操作を目的関数値が減少しなくなるまでくりかえす。区分は有限個しか存在しないので、有限個の部分問題を解くことにより、解が求まる。

この手続を実行するために、当研究室で開発した計算機プログラムを用いて実規模の配電システムに対して最適化を行なった。計算機は広島大学の HITAC M-200H を用いて、CPU 時間で 16.34 秒かかった。さらに各部分問題を解くところで、先の MINOS/AUGMENTED (version 4.0) の代わりに、ニュートン・タイプの逐次2次近似法にもとづく、プログラムを開発し実行した。部分問題を解く部分は、この方法により大幅に改善された。時間は半分以下である。しかしながら、2次計画法の問題を作成したりする部分のデータの受け渡しがあまり効率的でなかったため、全体の CPU 時間は 12.80 秒と、少ししか改善されなかった。電力損失は、先ほどの実系統での従来での値より約 5% の改善が見られた。このことにより、本手法の有効性と正当性が、確かめられた。

3. 問題の定式化

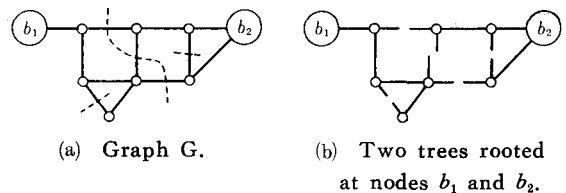


図 1 Open switch type loop distribution system.

3.1 配電ネットワーク

配電ネットワークを記号 $G=(B, N, A)$ で表わす。ここで B は変電所変圧器集合、 N は配電線の分岐点の集合、 A は B または N の各要素を両端にもつフィーダーの集合。以下 B または N の各要素をノード、 A の各要素をアークと呼ぶ。先に述べたようにアークはいくつかの区分に分けられている。

さて図 1 のように、いくつかのアークを途中で切り離して $|B|$ 個の木を作る。 $|B|$ は集合 B の要素数。これらアークを切り離している点を以下分割点と呼ぶ。分割点は、それゆえに、 G 上の常時開放開閉器に対応している。

3.2 フィーダー

われわれの問題は、これら分割点の位置決定である。つまり各分割点は、どのアーク上にありどの区分内にあるかを決めなければならない。各アークはいくつかの区分(端から連続して番号づけされている)より成り立っているのだから、アーク上の分割点の位置は、それを含む区分番号およびその一端からの距離でもって表現することができる。簡単のため、区分内の分割点の位置は相対距離で表わす。その距離を $x, 0 \leq x \leq 1$ とする(図 2)。

G が n 個の分割点を含むとする(たとえば、図

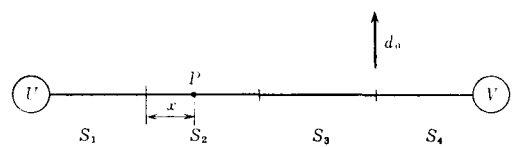


図 2 Arc (U, V) with 4 segments S_1, S_2, S_3 and S_4 . Section point P is at relative distance x from one end of S_2 .

current on arc (U, V)

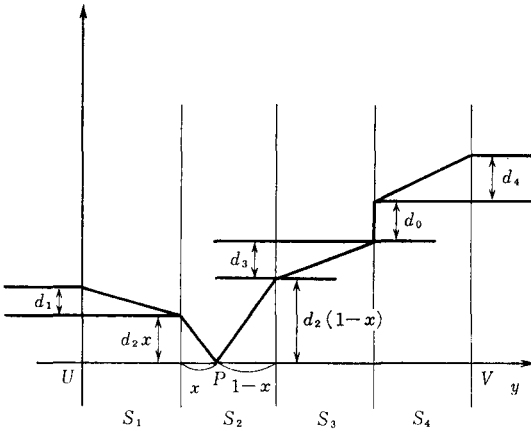


図3 Current profile on arc (U, V).

1のGでは $n=5$ である。) そうすると、すべての配電線上の電流、すべての変電所変圧器への負荷配分、およびすべての分割点での電圧降下の値が、 x_1, \dots, x_n でもって表現できる。

フィーダー上の負荷を数学的に表現するためには、定P-Qモデルや、定電流モデル等があるが、電圧降下や位相差角の小ささゆえに定電流モデルをここでは用いている。

われわれの定電流モデルを説明するために、図2で示されたアーク (U, V) を考える。このアークは4つの区分 S_1, \dots, S_4 から成り立っている。区分 S_i の需要を d_i (A) とし、区分 S_3 と S_4 のあいだには集中負荷 d_0 (A) があるとする。分割点が区分 S_2 内であれば、その時の電流変化は図3のとおりである。図3で、点Uは座標の原点で、アーク (U, V) は y 軸である。区分の負荷の分布は平等または集中と仮定しているの、電流変化は変数 y に関して区分線形関数となる。

3相3線式の場合、Uから見た点Pの電圧降下は

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \left\{ R_1 \left(\frac{1}{2} d_1 \cos \theta_1 + d_2 \cos \theta_2 x \right) \right. \\ & \quad \left. - X_1 \left(\frac{1}{2} d_1 \sin \theta_1 + d_2 \sin \theta_2 x \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} (R_2 \cos \theta_2 - X_2 \sin \theta_2) d_2 x^2 \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、各区分 S_i に対して次のものを定義し

ている。

- R_i 抵抗
- X_i リアクタンス
- $\cos \theta_i$ 力率

同様に、Vから見た点Pでの電圧降下は

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \left\{ R_4 \left(\frac{1}{2} d_4 \cos \theta_4 + d_3 \cos \theta_3 + d_2 \cos \theta_2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. (1-x) + d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. - X_4 \left(\frac{1}{2} d_4 \sin \theta_4 + d_3 \sin \theta_3 + d_2 \sin \theta_2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. (1-x) + d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + R_3 \left(\frac{1}{2} d_3 \cos \theta_3 + d_2 \cos \theta_2 (1-x) \right) \right. \\ & \quad \left. - X_3 \left(\frac{1}{2} d_3 \sin \theta_3 + d_2 \sin \theta_2 (1-x) \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} (R_2 \cos \theta_3 + X_2 \sin \theta_2) d_2 (1-x)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

となる。これら両式とも x の2次であることに注意したい。アーク (U, V) の電力損失は、1線当り

$$\begin{aligned} & r_2 d_2 \left\{ (1-x)^2 + \frac{1}{12} \right\} \\ & \quad + \sum_{i=1,3,4} r_i \left(I_i^2 - d_i I_i + \frac{1}{3} d_i^2 \right) \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} I_1 &= d_1 + d_2 x \\ I_2 &= d_3 + d_2 (1-x) \\ I_3 &= d_4 + d_3 + d_2 (1-x) + d_0 \end{aligned} \quad (4)$$

である。

3.3 部分問題

上記の計算を、すべてのアークにわたって進めてゆくと、必要な式すべてが得られる。分割点の位置を表わす、各変数 x_i をそれぞれ、あるアーク内の区分に限定すれば、次の数理計画法問題が得られる。

$$(SP) \quad \min_{s.t.} \quad \frac{1}{2} x^T Q x + g^T x \quad (5)$$

$$Ax \leq b, \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} c_1 x_1^2 \\ \vdots \\ c_n x_n^2 \end{bmatrix} + Dx \leq d, \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} c_1 x_1^2 \\ \vdots \\ c_n x_n^2 \end{bmatrix} + Ex \leq e, \quad (8)$$

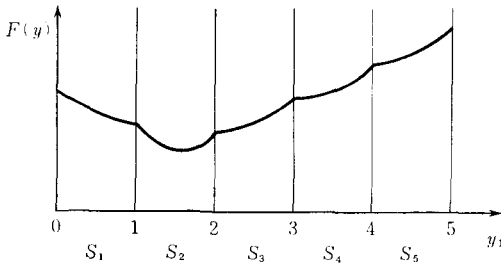


図 4 Strictly unimodal function $F(y)$.

$$0 \leq x \leq 1 \quad (9)$$

ここで $x^T = (x_1, \dots, x_n)$, すべての i に対して $C_i > 0$, また Q は $n \times n$ の正定値行列である. 目的関数(5)は電力損失, (6)式は電線容量および変電所変圧器容量制約を示す. (7)式と(8)式は電圧降下制約である.

4. 解法

先の(SP)は凸なので, 適当なアルゴリズムを用いれば効率よく解ける. この部分問題(SP)では, すべての分割点の位置は, あるアークの, そのまた中のある区分にと, 2重に限定されていた. しかし部分系統の樹枝状さえ保てれば, 分割点はどこにあってもいいわけである. ゆえに(SP)の解は必ずしも, 全体の計画(MP)の最適解とは言えない.

4.1 区分の変更

図3でのように, アーク i のある区分上で定義された x_i の代わりに, このアーク上で定義された変数 y_i を用いる. すると目的関数つまり電力損失は $y^T = (y_1, \dots, y_n)$ の区分2次関数となる. 簡単のために, 各集中負荷にもダミのアークを与え, その上に負荷が平等にあるものとする. この時の目的関数を $F(y)$ とすれば次の性質が成り立つ.

[性質1] 電力損失関数 $F(y)$ はベクトル y に関して連続で狭義の単峰となる(図4).

N_i を i 番目の分割点を含む, 区分番号とする. (SP)の最適解を x^* とすれば, 性質1は次のことを述べている. $x_i^* = 1$ ($x_i^* = 0$) ならば, もし可能ならば, N_i を $N_i + 1$ ($N_i - 1$) で置き換えよ.

4.2 アークの変更

配電ネットワークは, 分割点でもっていくつかの木に分けられているので, i 番目の分割点 P_i から到着可能な, 変電所変圧器はちょうど2つ(同一かもしれない)がある. これらを b_i' と b_i'' とする. これら b_i' と b_i'' 間の経路に沿って, P_i の位置を表わす変数を Z_i とする. この時の目的関数 $H(Z)$ は $Z^T = (Z_1, \dots, Z_n)$ に関しても区分2次となる.

[性質2] $H(Z)$ は単一変数 Z_i に関して狭義単峰となる. 分岐点に対応する, Z_i の値のところで不連続になることがある.

この性質によれば, 区分の変更のようにはできず, 分割点を含むアークの変更は, 1つずつでなければならない.

アルゴリズム DIST

ステップ0. $1 \leq i \leq n$ に対して N_i を初期化する.

$F = \infty$ とおく.

ステップ1. 対応する(SP)を解き, 最適解 x^* と最適値 F^* を求める.

ステップ2. $F^* = F$ ならストップ. そうでなければ, $F = F^*$ とおく. 他のアーク上に移動すべき分割点があれば, それを1つ選び, (SP)の中の Q, D, E, g, c, d および e を改訂し, ステップ1へもどる. そのような分割点が無ければ, ステップ3に進む.

ステップ3. $x_i^* = 0$ かつ $N_i > 0$ ならば, N_i を1下げ, $x_i^* = 1$ かつ $N_i < q_i$ (アーク i 内の区分総数)ならば, N_i を1上げる. ステップ1にもどる.

5. 数値計算

ここで開発したアルゴリズム DIST の有効性を検証するため, 図5に示した実規模の配電システムを用いて数値計算を行なった. 6つの変電所変圧器, 24個の常時開放開閉器(図5のアーク番号1から24)がある. アーク数は59. 最適化後には,

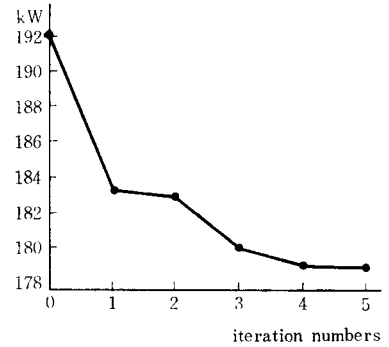
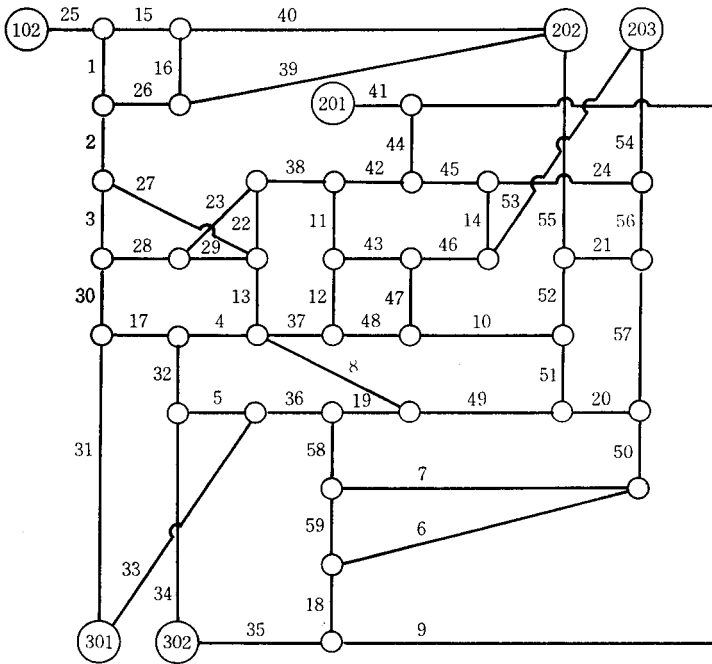


図 5 A real distribution system. The numbers 102, 201, 202, 203, 301 and 302 denote the six substation transformers. The arcs are numbered consecutively on them.

図 6 The objective function versus iteration number.

アーク11, 18, 24の常時開放開閉器の位置がマーク43, 35, 45へとそれぞれ移動した。他は同一アーク内で移動した。

現在運用されている、フィーダー内での電力損失は、1線当り191.94kWで、最適化後は6.74%減の179.00kW。これを近くのスウィッチの位置に

丸めると、5.25%減の181.87kWとなった。これで本手法の有効性が確かめられた。

最後に、中四国支部の幹事の方々および四国電力㈱に、問題提起および議論をしていただき感謝いたします。またスペースの関係上参考文献は省かせてもらいました。

「事例研究」の原稿募集

ORの特徴は実践にあるといわれています。実際的な応用をぬぎにした理論ということはORでは考えられません。

「この問題はこう処理したが、もっとよい方法はないか」、「やってみたけどなかなかうまくいかない」というような事例や問題提起

をどしどしご寄稿くださるようお願いします。

原稿の長さ：学会原稿用紙36枚（25字×12行）以内（図・表のスペースを含む）

申し込み：学会事務局へ原稿用紙をお申し込みください。

（OR誌編集委員会）