

〈アンケート〉

あなたにとってDPとは

アンケート項目

- 【1】 R. ベルマンの思い出
- 【2】 私とDP
- 【3】 DPの将来
- 【4】 その他

回答者 (アイウエオ順)

青木正直(大阪大学教授UCLA滞在中)
 有水 彊(元林業試験所主任研究員)
 茨木俊秀(豊橋技術科学大学教授)
 岩本誠一(九州大学助教授)
 尾崎俊治(広島大学助教授)
 坂口 実(大阪大学教授)
 杉山 博(大阪大学教授)
 鍋島一郎(電気通信大学教授)

【1】

青木 正直

私がベルマン氏に最初に会ったのは、UCLAの大学院学生として、Ph. D論文のテーマについて、いろいろと考えていた頃で、私の属していた研究グループのエストリン教授がたまたま彼の友人で、相談にゆくといいと言って、彼を紹介してくれた。1958, 9年の頃だったと思う。その後、毎週1回くらいずつランド研究所に、研究の進行の報告にいったことをおぼえている。学生だった私を、大変親切にしてくれ、しかも、いろいろと私の仕事をみんなに宣伝してくれたことを今でも感謝している。

最後に彼に会ったのは、入院される前に彼のサンタモニカの家でのパーティーの折であった。残念ながら手術後は会うチャンスがないままに彼が亡くなられた。去年彼が亡くなられ、USCで追悼式が行なわれたが、その折、彼が学生に対して、いろいろと助けの手をのばしていたことが人々の

口にのぼった。私も教職にあるが、はたして彼のような態度で学生に接しているか、まったく反省させられる。今ではDP的考え方は、いろいろな分野に普及しているが、その初期に発案者であるベルマン氏という一流の学者に直接指導を受けたことは、大変幸せだったと思っている。

【2】

有水 彊

私がDPの存在を教えられたのは1954年頃で、イタリア南部の長期経済開発計画にDPを用いた論文からであった。そうした考え方をかなり前から探していたので大いに感激し、当時私の研究課題であった林木集団の制御に応用することになり、実用化に確信をもち、OR学会に発表するまでになった。

しかし、わが国の林学会ではまったく無視されたが、私の論文はソ連、ついでアメリカで実を結び、森林の平均生長量を何倍かに増加させる技術開発に成功し、一般化されるまでになっている。

【3】

D Pが開発されてから30年あまりになるが、その割に普及されていないように思われる。元来、生物は集団で生活するのが普通であり、そうした集団は1つの空間に無数にあって、相互依存の関係をもち、生態系を形成している。林木集団の制御の例にみられるような、ソ連およびアメリカでの成功例は、当初は開発者の私でさえ想像できなかったことであるから、わが国で今もって信じようとしめないのも無理はないのかもしれない。

その意味でバイオテクノロジーの新しい分野としての生態系の制御にD Pが応用されてよい。

【4】

最近土地利用生態学(Landscape Ecology)なる総合科学が中部ヨーロッパから発展しつつある。それはそれまでの土木工学を中心とした地域生態計画をさらに発展させたものであって、従来不十分であった公害を完全に防止し、地域の生態系の維持発展を通じて、将来を危ぶまれている人間生活を逆に向上させようとするものである。この考え方の1つの中心がサイバネティックであるが、生態系に最も必要な水資源に地下水資源や水処理による水のリサイクルが欠けているので、この分野の制御に不可欠なD Pをこれに参加させてよい。

【1】

茨木 俊秀

ベルマン教授との最初の出会いは、昭和37年大学4年生のとき読んだ『応用ダイナミックプログラミング』(小田中・有水訳)です。私自身、最適化という考え方に触れた最初の機会であったし、本全体をつらぬく強烈な個性にも圧倒されて、何とも深い印象を受けました。

その後、曲折はあっても、最適化というものから離れられないのは、そもそもこの本がきっかけであったという気がします。ベルマン先生と直接お会いしたのは、そのずっと後で、京大で講演をされたとき握手させていただき、感激いたしました。ちょうど制御理論の医学への応用を唱えられている頃で、講演の中で古典的な制御理論を今からやるのは愚であるとか、ずいぶん思いきったことをズバっとおっしゃっていたのが印象に残っています。

【2】

私が興味もっている組合せ最適化に限ってD Pを考えますと、いわゆる「最適性の原理」を利用していかに計算効率をあげるかという点につきます。ところで、同じ問題でも、その表現法によって、最適性の原理が成立したりしなかったりということがあって、D P適用可能な形への表現可能性を明らかにすることが重要です。この点について、コスト関数をもつ有限オートマトンに立脚したモデル(Karp と Held の論文(1967)に始まる)を考え、私なりにいろいろ研究し、「組合せ最適化の理論」(電子通信学会, 1979)にまとめました。アルゴリズムの面からは、分枝限定法と密接な関係にあって、両者を融合して、より計算効率を高めるような表現法とアルゴリズムに興味もっています。

【3】

組合せ最適化では、最適解をいかに早く計算するかということが中心課題だと思いますが、その中で、D Pは中心的な役割をはたしています。これは、多項式オーダー時間で解ける問題の多くがD Pによるアルゴリズムをもつという事実からもうかがえます。しかし、計算の複雑さを定める要因は最適性の原理だけではなく、他にもいろいろ

あなたにとってDPとは？

ありますので、今後の課題は、これらを含めた統一的な理論をいかに作り上げていくかということだと思います。実に広範囲の応用分野に最適性の原理を発見し、DPという形にまとめあげていったあの頃のベルマンが今生存しているならば、計算の複雑さをつかさどる原理の解明に一路邁進しているのではないのでしょうか。

【4】

DPと一口で言っても、その適用範囲はきわめて広いので、全体を明瞭に把握している人は少ないと思います。DPの本はたくさん出版されていますが、どれも、あまりに専門的であったり、あるいはその逆に初等的（同種の問題を論じているのみという意味で）であって、DPのインパクトを全体的にとらえるには適していないという気がします。この立場から書かれた本がそろそろ出てよい時期だと思います。どなたか、いかがでしょうか。

【1】

岩本 誠一

ベルマンが北川教授のまねきで九大にきて講演したのは1970年でした。当時、私は決定過程論を勉強しはじめて2年目の修士2年でした。修論に発表したものを雑誌JMAAに投稿するようになって、ベルマンから直接“Your paper has been accepted…”のお手紙をいただいて大変感激したことを思い出します。その後も幸運のお手紙をいただく恩恵に浴し事務的な通信がつづいてきました。1979年には彼と彼の周辺の方々のリサーチ・レポートを電話帳6冊分ぐらい送っていただきました。その年にはご自身の論文の別刷をいちどに80編余りも送っていただきました。しかし、私の日常業務として収集している論文を合わせても、まだ彼の全論文の2/3にも達してないと思いま

す。また、この年には、広大の尾崎先生より自叙伝『台風の眼』を見せていただき、自由で豊かな発想、深い洞察力、そして機知に富む表現力にも深く感動しました。

【2】

私をはじめてDPを学んだのは、昭和42年、九大数学科4年のときでした。この年、2種類のDPを学ぶ幸運を得ました。

1つは、古川セミで、S. Karlin “A First Course in Stochastic Processes” について、R. A. Howard “DP and Markov Processes” を読んだことです。HowardのDPはマルコフ決定過程でした。

もう1つは、北川教授が「計画数学」の中で話されたベルマンの「DP」でした。これは解の存在と一意性を中心とする関数方程式的接近でした。確率のおよび確定的なDPを通じて、最適性の原理 “An optimal policy has the property that whatever…” の言い回しになぜか興味を覚えました。それは多分に recursive な表現だからだったと思います。R. Aris は1963年人生(?)を舞台に最適性原理を “If you don't do the best, you can with what you happen to have got, you'll never do the best you might have done with what you should have had” と言い換えています。この訳は一筋縄ではいきそうにありません。しかし、何と言っても「最適政策(最短ルート)は最適部分政策(ルート)のみから成っていないなければならない。」が一番単純明解な表現です。それにしても、何も定義されていない状況でいきなり、ベルマンが上述のように、それこそダイナミックに、最適性原理を表現したのに、は感心せざるを得ません。この表現そのものがDPそのものの定義化にかかわる問題を提起してきたと思います。私も以前、古川教授の指導のもと

で、この点を厳密にして共著論文を書かせていただいたことがございます。ともあれ、DPが、核である最適性原理もさることながら、その幅広い応用も、後世のわれわれに次々と研究の種を蒔いてくれたことは事実です。

【3】

ベルマンは“Introduction to the Mathematical Theory of Control Processes”のVol.Ⅲに Stochastic Control を予定していたようですが、これは未発表のままになりますね。彼の仕事はどちらかというと deterministic な系を扱っているだけに、stochastic な monograph を読んでみたかったのですが、今となっては残念です。また、彼としてはまだ他に、理論面から言えば、upper and lower bounds, quasi-linearization, maximum transform などを中心とした双対理論に研究の余地を残していたように私には思えます。LP, CP*, NP** の双対理論があまりにも鮮やかなのに対して、DPそのものの duality は存在しているとは言えません。もっとも、MDPをLPに同値変形した後の双対理論はありますが、私などは1つの dual theory として、逆理論 inverse theory を展開してきました。これはDPにおいて新しく利得空間 reward space を導入して、従来の状態空間 state space と対をなすように考えて、両空間の入れ替えを行なうものです。これにはベルマン自身大変興味を示し、1979年のお手紙には“There are many interesting problems in DP to work on”とありました。また、オートマトン論の立場からすると、DPは逐次最適化機械 sequential optimizing machine と考えられます。そうすると、時間の流れを逆進させた反転 reverse など、オー

* Convex Programming

**Nonlinear Programming

1985年5月号



浅草寺にてベルマン夫妻。左端は小田中

トマトン論やカテゴリー論特有の演算がいくつか導入できると思います。逆や反転や従来の双対などをDPを舞台に考えると、理論面も豊富になってくるのではないのでしょうか。

最後に、DPは原理的には被最適化関数に対する $\text{Max}_{x,y}$ を Max_x と Max_y に同値分離することに等しいわけですから、この面からすれば、 $\text{Max}_x \min_y$, $\min_x \text{Max}_y$, $\text{Max}_y \min_x$, $\min_y \text{Max}_x$, $\text{Max}_{x,y} \min_{x,y}$ などの逐次交互作用素の大小関係へと問題は広がると思います。こう考えれば、ミニマックス定理はこの問題の1つの解を与えていることになります。このように考えますと、DPには理論的にもまだ研究の余地はあるのではないのでしょうか。

【1】

尾崎 俊治

大学院修了後、1970年9月より2年間、USCのベルマン教授のもとで研究生生活を送ることができた。当時、10人余の研究員を擁する生物数学の研究グループのリーダーであるベルマン教授は多忙ながら、精力的に研究と研究管理にとりこんでいた。はじめての外国生活で活気に満ちた研究グ

あなたにとってDPとは？

ループの一員としてすごすことができたのは、私の研究生活にとって大変幸せであった。

その後、1980年および1982年サンタモニカのベルマン教授の自宅でも会う機会があったが、1973年の病気以来自宅での生活を強いられ、ベルマン教授自身大変残念であったと推察される。

本人の自叙伝 [1] には病気のことは一切触れていないが、1973年以後も不自由な自宅での生活にもかかわらず著作に励んでいた。その努力には大変敬服している。

[1] Richard Bellman, *Eye of the Hurricane—An Autobiography*, World Scientific, Singapore, 1984

[2]

DPとのはじめての出会いが学部時代に小田中先生と有水先生の翻訳『応用DP』を読んで以来である。当時としては珍しい日米同時出版で、日本のオペレーションズ・リサーチの研究者にDPを紹介した功績は高く評価しなければならない。

その後、しばらくマルコフ決定過程に関心があったが、逐次決定過程としてのいくつか数学的に美しい結果が次々に発表されて、その理論体系に感心した。マルコフ決定過程はDPの中でもとりわけ多くの研究者が研究成果を競い合い、いまでも競い合っている。

[3]

1950年代および1960年代にベルマン教授がDPの理論体系を完成したことはもちろんのこと、多くの分野への応用可能であることを示した。従来の配分、計画、在庫、制御の分野での応用のみでなく、かなりいろいろな方面で応用されている。

現在のDPの成熟期において、単にDPを応用して問題を解いたということは強調されなくなった。むしろ、いろいろな分野で当然のようにDP

を用いて問題を解いている。

DPを新しい観点からまとめた Denardo の書物 [2] はなかなか興味深い。

[2] E. V. Denardo, *Dynamic Programming—Models and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982

[2]

坂口 実

人の一生で、その人にとってある特別の本(と、それから師)との出会い、というのは誰にでもあるだろうが、私たちのように研究を職とする者にとっては、ある種宿命的な様相をもつかもしいない。1950年代前半に RAND Corporation から出る Bellman らの Paper や Report は、どこからか当時の青焼きの形で手にはいったが、これらが成書としてまとまって出版されたのが Bellman の最初の本 “Dynamic Programming” Princeton Univ. Press, 1957, である。かたくて頼りがいある表紙の手触り、青くなくて、しっかりまとまった黒インクの活版、ずっしりとした重量感は、まだ大戦後の混乱の中にあった当時の私を、今こそ本当の洋書を手にいれたという幸福感で一杯にしてくれた。

内容がまた、すばらしい。これまでこれほど身近卑近なところで深い内容をもつ決定の科学というものはなかった。一節が過ぎて次に進むのが惜しいような思いにとらわれるのは、迫力ある小説に夢中にさせられるのと同じである。各章ごとに集められた Problems は示唆と暗示に富み、これだけであきない。私にとっては、いまだに解けない問題もある。この本はやはり Bellman という天才と、第二次大戦直後の技術革新という時代の要請とが生んだ画期的な書物の1つであろう。1つの技術や思想の誕生の時期に、その創始者による情熱的な著作にふれることができる、というの

は誰にとっても幸運であるというべきだろう。

【3】

親が子の将来を予測できないのは、子の才能と時代の変化があまりにも多様だからである。Prof. Bellman ならばいざ知らず、小生ごときにとってDPの将来をうんぬんするなど僭越滑稽であることは百も承知で、あえて編集者の要請に応えるとして：(1°)わからないことが研究努力によって段々わかってくる、というのは一体どういうことであるのか？ この解明は1940年代からの推測統計学や1960年代からの Bayes 経済学の目標でもあったが、その多段的な経過を数学的に照射するにはDPがきわめて有効な道具である。したがって実験の計画・実施、情報の抽出・利用・総合、学習の様式・効果などに関して、各種の実際の側面においてDPを利用した研究が一段と深まるだろう。(2°)社会科学・行動科学への数学的接近が高度化するにつれて、多次元変数を含む複雑な決定過程を扱わなければならないので、コンピュータの利用技術の他にも、新しいDPの——ちょうど R. Howard の政策反復法が Bellman 初期のDPに与えた効果のように目覚ましい——開発が必要になるだろう。

これらのことは今後四半世紀くらいにいろいろの発展が見られると思われる。私自身はそれを見届けることができないのが残念であるが。

【1】

杉山 博

私のはじめてベルマンさんのふうぼうりに接したのは1960年すぎ、たぶん1962年だったかと思いますが、榎木義一先生が案内されてこられた阪大工学部(大阪市内東野田に校舎があった時代)のなかでのベルマン先生の短い講演でした。ベルマンさんはふつう大変な早口でしたが(3倍速?)その講



皇居庭園におけるベルマン夫妻

演会では意識的にゆっくり、黒板にはさっさと例の左手で、 $\text{mathematics} + \text{probability \& statistics} + \text{computer} = 100\%$ と書いて、これら3つの分野が一体のものとして進歩すべきであることを指摘されたことを思い出します。また、情報科学の分野全体を黒板上に丸で囲んだうえ、シャノン・イズ・オンリー・ワンポイントと言って点を打たれたのが非常に印象的でした。とにかく数学とその人類社会への有益なる応用についての広大にして深いベルマンさんの認識と強い意欲を感じました。

その翌年の夏(1963年)、UCLAで開催されたインダストリアル・リライアビリティのセミナーに、その企画推進者のE・P・コールマン教授からQC関係の講師のひとりとして私も招待されて1カ月間、リチャード・バーロー教授とドミトリーの隣同志の部屋を与えられて過ごしましたが、そのセミナーのある日、ベルマンさんの **Problem of Problem solving** という講演でした。

そのなかで、ベルマンさんは数千年前からの数

あなたにとってDPとは？

学の発展の源泉は常に応用数学にあったということ
を事例をあげて強調されたのが印象的でした。
数学と応用数学を一体のものとして捉えるという
哲学のもとでより本質的な、より良い数学を生み
出し、その結果の応用によって広く人類社会に貢
献することに強い意欲を燃やしておられることが
早口の講演を通してひしひしと感ぜられました。

その話の終わったあと、私は思いきってベルマン
さんを待ち受け、私が医学、生物学、そしてシス
テムと確率制御等へ数学と確率統計を通じて貢献
したいという意欲をもっていることを話すととも
に、確率制御の数学モデルについてベルマンさん
の意見をうかがうと、ジーパン姿で石の上に腰か
けたまま、私の手帳に $x_{n+1}=g(x_n, y_n)$, $x_0=c$,
 $f_N(c) = \min_{\{v_n\} \in R} \|x_N - z\|$, など次々に 具体的な式が
書き込まれました。そのとき初対面であったベル
マンさんと瞬時にして心がかよい合うのをおぼえ
ました。

その翌年から私もベルマン博士の研究グルー
プの一員としてロスアンゼルスへ招へいを受ける
ことになり、おかげで全米のみならず、世界中に多
くの知己を得るようになりました。最初はパーケ
ルさんの神経生理学に数学の立場から協力しても
らいたいという段階からはじまったのですが、次
第にDPやQLにもかかわるようになりました。
そして去年、亡くなるまでの二十年あまり、ロス
で、また、多数回の国際電話で、そしてその間、
ベルマンさんから届いた手紙や原稿等はおびた
しい回数になりました。

パークレーの Dreyfus 教授も私に言われまし
たが、ベルマン先生がもう3年早く脳腫瘍の手術
を受けておられたら今なお健在であったであらう
と思うと残念です。しかし、からだと言葉と視力
が不自由になられた手術後も、長年月にわたり、
亡くなる直前まで多数の研究論文と著書の出版を
逐行されたベルマン教授の強固な意志力と頭脳力

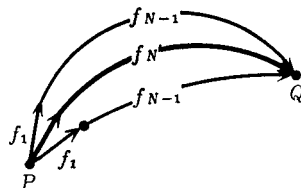


図 1

の偉大さはプリンストン大学の数学出身の天才的
数学者というにとどまらず、人間としても偉大で
す。

【2】

私がDPに強い興味と関心をもつようになった
のは【1】に述べた経過のなかでたびたびふれたD
Pの原理、The principle of optimalityのす
ばらしさによる。ベルマンさんは初期の頃、これ
を図1のように象徴的に説明されたことがあ
った。

とにかく、およそ最適な行動の経路ならびに最
適解がこのダイナミックな原理から一元的に導か
れることはすばらしい。ニュートンの逐次近似法
にも勝る偉大な原理というか法則のようなもので
数学にして数学を超える哲学的認識だと思う。数
学上の、また応用上の多彩な諸問題をまず大胆に
定式化することが面白い。そうしたうえで解の存
在とか一意性については数学として研究を積み重
ねる。

私自身は1974年の MATH. BIOSCIENCES
21, pp. 1-29等の論文(DPとScan-Rescan
Processes)で主役を勤めたが、これもスキヤ
ニングで全体としての情報を把握するに当って重要
な箇所には時間配分のウエイトを重くし、そうで
ない箇所は軽くして全体として最も効率よくスピー
ディに情報を把握するためにDPを用いる研究
をやってもらいたいと、たった数分間ベルマンさん
の意向を受けての研究であったが、当初その間

題の定式化に苦心した経験がある。とにかく、それまでのベルマンさんや Dreyfus 氏の本にも、また、おびたしいDP関係の本にも類型がなかったのだ。

【3】

DPとQLの応用による非線形多点境界値問題の数値解法など、DPとその応用に関する将来はあげればきりが無い。ポントリヤーギンの最大原理(PMP)のDPによる証明、ウィーナのサイバネティックスや広義の情報理論等のDPによる新しい発展なども将来展望も想像される。

また、生態系をふまえた環境工学や予防医学、それに種々の臨床医学における診断過程や治療過程へのDPの応用など、応用面の研究も、むしろ今後の発展に待つ面が多いのでは。

また、Bayes流の統計学や時系列解析などの数学的發展に関連して、DPによる種々の stochastic な最適配分計画、最適推測計画等の研究を進める必要がおこってくるのではあるまいか。

しかし、“最適”といっても local, global, いろいろな側面でDPとその応用を考える必要がある。

さらにまた、FA化、情報化、スペース化の進展にともない、経済性と安全性をふまえた信頼性設計や工程、工法の最適計画にもDPがもっともって活躍するようになるのでは。

しかし、以上のような将来に向かってのDPとその応用を期待するためには、広い分野の人々がDPの考え方やその応用に関する基礎的な素養をもつ必要がある。そのための教育をどの段階でどのように数学教育にとり入れるか、またPRするか、というむずかしい基盤づくりをわれわれは意識することが必要ではなからうか。



浅草寺におけるベルマン夫妻。左は唐沢光一教授

【4】

【A】

前述のDP教育にも関連するが、たとえば「標本調査法」でよく知られている層化抽出法のデミングの割当ての公式 $n_i \propto \frac{N_i \sigma_i}{\sqrt{c_i}}$ をDPで求めるべくやってみた。層の数が2, 3等の場合、この公式はDPによる定式化でもすぐわかる。その一般化は数学的帰納法でよい。これもDP教育のためのよい教材になると思う。また、品質管理における多回抜取検査方式の研究もDPを用いているやってみることができる。

【B】

DPによって定式化したあと数値解を求める段階で言われてきた dimensionality の“curse”をどう乗り越えるか、これも今後の研究課題の1つであろうが、コンピュータの進歩により、多数回のシミュレーション実験と経験則による近似(empirical method)等により、種々の break through が開けてゆくものと思う。

【1】

鍋島 一郎

私は1969年に南加大・工学部のベルマン研究室に1年間、スケジューリングの研究で大変お世話になりました。ベルマンは、目標が明確に決まれ

あなたにとってDPとは？

ば自由に研究に専念させてくれました。彼のもとには日本のみならず、広く各国からの研究者が滞在しています。また彼はたびたび日本にもこられ、日科技連での講演も楽しい思い出です。その後、スケジューリングに関する共著の話があり、ジョージア工科大学のエソグエ教授も加わって、1982年に Pergamon Press より出版されたことも、なつかしい思い出となっています。

私は1950年代の後半にガスのLPの本やベルマンのDPの本などORの勉強をはじめ、OR学会に入会して以来、DP部会の一員としてDPの研究をつづけています。ベルマンが問題提起をした機械スケジューリング問題に対し、2機械の場合のジョンソン結果のDPによる導出に興味をおぼえ、3機械以上の順列フロー・ショップ総所要時間最小問題に対しDPの手順で限定解や最適順序での2仕事一定順基準などが求められましたが、より一般的な十分条件はクリティカル・パス接近法によって得られます。また、DP算法の効率化にも興味をもっています。一般解法としてBAB法(分枝限界法)が効率よく用いられるが、DPの最適性原理やBAB法の原理には、優先原理による状態変換過程が、その基礎にあると考えています。

【3】

スーパー・コンピュータや第5世代コンピュータの発展とともにDPの利用範囲や応用が拡大されると思われる。一般に、次元性の問題を解決する手法の開発がさらになされることが望まれる。

DP算法の効率化として、データ構造を利用したリーチング法(reaching)、下界(あるいは上界)戦略の併用、音声認識の場合の傾斜制限法のような近似解法、あるいは並列計算法などの発展が期待される。また、組合せ的や確率的、適応的な構造以外にも、非直列構造やファジィ構造のシステ



皇居庭園のベルマン夫妻。左端は有水氏

ムとか、人工知能関係などへの応用もなされる。

【4】

オペレーションズ・リサーチ紙の1984年4月号の「アンケート調査—大学におけるOR教育」によると、経営工学系や数理・情報系の学科では、DPがかなり講義されているが、その他ではいまだ十分ではないことに注目したい。DPの啓蒙活動も必要であろう。