事例研究

指数平滑法を用いた生産指示方式の解析

小谷 重徳・田中 吉弘

1. まえがき

最近，自動車の性能は非常によくなり，故障などのトラブルはほとんどなくなっているのが実状である．しかし，部品の消耗，損傷などによる修理に必要な補給部品の供給は，車社会の発展とともにますます高度なサービスが要求されている．いっぽう，ユーザーの嗜好の多様化による自動車の種類の増加により，補給部品点数は指数関数的に増大している．したがって，補給部品のサービス性の維持・向上を図るためには，多大な努力を払っていく必要がある．

ところで，この研究は補給部品の手配に関する問題を扱う．トヨタでは補給部品の注文に対しては，即納することを原則としているため，受注のある補給部品は倉庫に在庫をもって顧客の注文に対応している．この在庫している補給部品の手配は，従来，主に受注実績からの需要予測にもとづく月いちどの確定注文によって行なってきた．しかし，この方法では発注サイクルが1カ月と長く，需要予測もむずかしいため，在庫レベルは一般に高くなる傾向がある．そのため，日々の売れ行きに応じて前工程から部品を引き取り，在庫補充するかんばん方式を一部の補給部品の手配に採用し，大幅に在庫を削減することができた．かんばん方式では，最終工程における部品の使用量が平準化していることが要求されるが，この方式では，最終工程にあたるのが顧客からの注文であるため，日々の受注量が必ずしも平準化しているとは限らない．そこで，前工程への部品の引き取り数は，日々の受注量をそのまま指示するのではなく，指数平滑法を用いて平準化を図っている．今後，この方式を拡大していくことになっているが，指数平滑法を用いて平準化を図る方法については，十分知られていないことが多い．そこで今回，この方法について理論的解析を行なった．

こたに しげのり，たなか よしひろ トヨタ自動車㈱

その結果

(1) 指数平滑法による平準化の特性

(2) 平滑化定数（分割日数）の決定方法

(3) かんばん枚数の計算方法

などを明らかにし，指数平滑法を用いた平準化の方法を理論的に確立することができた．

2. 指数平滑法による生産指示

2.1 生産指示の方法とその定式化

実務における生産指示の方法は，かんばんの操作によって行なうため，補給部品倉庫の各部品在庫に対し，格納器具単位にかんばんをつける．具体的な方法は次のようである．

(1) 出庫指示にもとづいて部品を出庫する．もし出庫中に格納器具内の部品をはじめて出庫する場合は，添付されているかんばんを格納器具からはずし，所定の場所におく．

(2) 1日に1度，部品ごとに，当日はずれたかんばんと，前日までにはずれたが生産指示されずに残っているかんばんとを合計し，そのn分の1枚（端数切り上げ）を生産指示枚数（部品引き取り枚数）とする．残りのかんばん枚数をそのまま翌日に繰り越す．

(3) ステップ(2)で求められたかんばん枚数だけの量が該当の部品工程に生産指示され，決められたリードタイム後に補給部品倉庫に納入され，部品在庫が補充される．

次に，前述の生産指示の方法の定式化を行なう．かんばんの操作は部品単位に行なうので，以下の議論は1つの部品で代表して進める．出庫作業により，i日にx_i枚のかんばんがはずれた場合，i日における生産指示枚数y_iは

$$y_i=[(x_i+z_{i-1})/n] \qquad (1)$$

ここで，z_{i-1}；$i-1$日において生産指示されずに翌日

表 1　定常状態までの所要日数

m ＼ n	2	3	5	8	10
1	1	1	1	1	1
4	3	5	9	14	18
10	5	8	13	22	27
15	5	9	15	25	31
20	6	9	17	27	34

n；分割日数
m；はずれるかんばん枚数/日

に繰り越されたかんばん枚数，n；自然数，$[u]$；実数 u 以上の最小の整数．また

$$z_i=x_i-y_i+z_{i-1} \tag{2}$$

(1) 式における n は理論上は正の実数でよいが，実務におけるかんばんの操作性からここでは自然数とし，分割日数と呼ぶ．

ところで，y_i と z_i は整数値しかとりえないが，(1)式において整数条件を除外し，y_iとz_iに対応してそれぞれを$\hat{y}_i$，$\hat{z}_i$とおくと

$$\hat{y}_i=(x_i+\hat{z}_{i-1})/n \tag{3}$$

$$\hat{z}_i=x_i-\hat{y}_i+\hat{z}_{i-1} \tag{4}$$

(3)，(4)式より，$\hat{z}_i$を消去すると

$$\hat{y}_i=\frac{1}{n}x_i+\left(1-\frac{1}{n}\right)\hat{y}_{i-1} \tag{5}$$

ここで，$\frac{1}{n}=\alpha$ とおくと

$$\hat{y}_i=\alpha x_i+(1-\alpha)\hat{y}_{i-1} \tag{6}$$

(6) 式は需要予測などによく用いられる指数平滑法である．そこで，(1)，(2)式により定義された生産指示方式を指数平滑法による生産指示と呼ぶことにする．なお日を指定しない場合のはずれたかんばん枚数，生産指示するかんばん枚数をそれぞれ x，y とする．

2.2 初期値の設定

指数平滑法で生産指示する場合初期値z_0を0とおくと，生産指示かんばん枚数y_iが，定常状態になるまでの日数は，分割日数 n の値によって変化するであろう．今，$x_j=m(j=1,2,\cdots)$のとき，(1)，(2)式より何日目にy_iがmになるかを計算すると，表1のようになる．表1からわかるように，$n=5$，$m=4$の場合で9日，実際の暦日でいい換えると約半月程度過渡状態がつづくことになり，実務上望ましくない．したがって，初日から定常状態となるようなz_0を設定する必要がある．

$x_j=m(j=1,2,\cdots)$の場合の定常状態でのz_iを求める．(1)式から

$$y_i=[(m+z_{i-1})/n]=m \tag{7}$$

(7)式が成立するためには

$$m-1<(m+z_{i-1})/n\leqq m \tag{8}$$

$$\therefore(m-1)(n-1)\leqq z_{i-1}\leqq m(n-1) \tag{9}$$

そこで，$z_0=(m-1)(n-1)$とすると，初日から$y_1=m$となり定常状態になる．

ところで，　$x_i=y_i=m$のとき，(2)式より

$$z_i=m-m+z_{i-1}=z_{i-1} \tag{10}$$

したがって，定常状態でのz_iは一定となることがわかる．

一般にはx_iは一定でないが，その平均を$E(x)$とすると，実務においては，$m=E(x)$と考え

$$z_0=[(E(x)-1)(n-1)] \tag{11}$$

とすれば十分である．

3. 生産指示かんばん枚数の分布

3.1 生産指示かんばん枚数の平均

はじめに，出庫によってはずれるかんばん枚数xの分

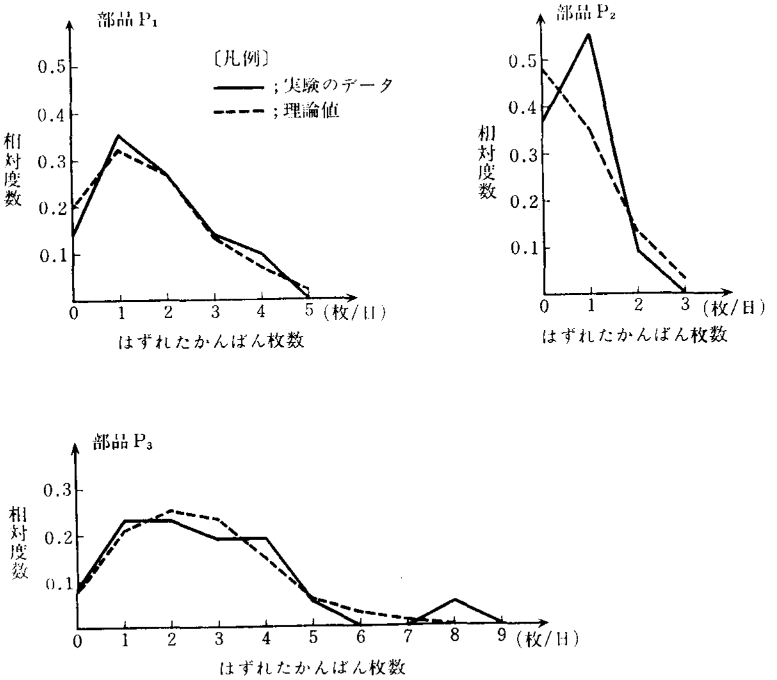


図 1　1日にはずれたかんばん枚数の実際の分布と理論分布

布を考える．実際のデータから相対度数分布を求め，χ^2検定を行なうと，ほとんどの部品の分布がポアソン分布にしたがっているようである．次に，2，3の例を示すと，図1のようになる．図1からわかるように，3例ともポアソン分布に非常に近い．また，はずれるかんばん枚数の日当りの平均は，ほとんどの部品が2以下である．

次に，指数平滑法によって生産指示されるかんばん枚数yの平均$E(y)$を考える．N日までに生産指示されたかんばん枚数の平均を$E_N(y)$とおくと

$$\begin{aligned} E_N(y) &= \sum_{i=1}^{N} y_i/N \\ &= (\sum_{i=1}^{N} x_i + z_0 - z_N)/N \\ &= E_N(x) + (z_0 - z_N)/N \qquad (12) \end{aligned}$$

ここで，$E_N(x)$；はずれたかんばん枚数xのN日までの平均．

$N\to\infty$とすると

$$\left.\begin{aligned} &E_N(y)\to E(g) \\ &E_N(x)\to E(x) \\ &(z_0-z_N)/N\to 0 \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$$\therefore E(y)=E(x) \qquad (14)$$

すなわち，生産指示かんばん枚数の平均と，はずれるかんばん枚数の平均とは等しくなる．

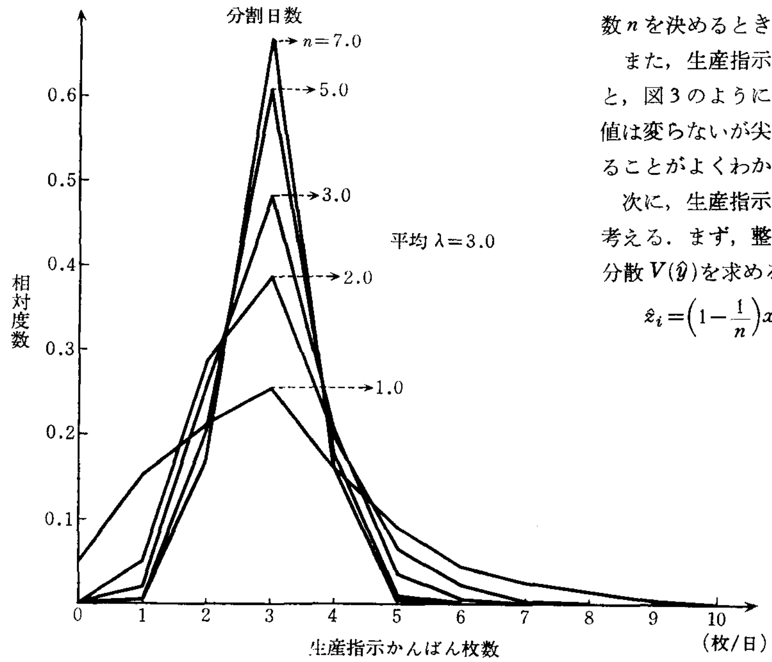


図 3 生産指示かんばん枚数の相対度数分布

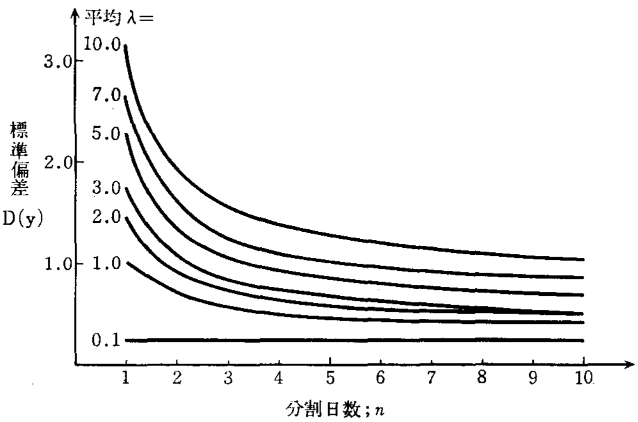


図 2 分割日数と生産指示かんばん枚数の標準偏差との関係

3.2 生産指示かんばん枚数の分散

指数平滑法による生産指示かんばん枚数の分散$V(y)$を解析的に求めることは困難なので，シミュレーションにより求める．はずれるかんばん枚数xを平均λのポアソン分布（分散$V(x)=\lambda$）にしたがうとして実験を行なうと，図2のようになる．図2では分散のかわりに標準偏差$D(y)=\sqrt{V(y)}$を用いた．図2からわかるように，λが1以上の時，分割日数nを1から2，3，4へと大きくすると，生産指示かんばん枚数の標準偏差は急激に小さくなり，それ以上大きくしても標準偏差はあまり小さくならないことがわかる．これは，実務において分割日数nを決めるときに注意すべきことである．

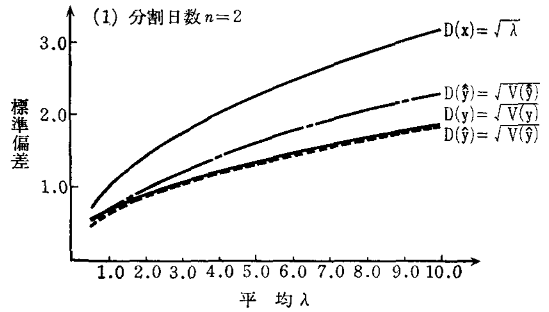
また，生産指示かんばん枚数の相対度数分布を求めると，図3のようになる．分割日数を大きくすれば，中央値は変らないが尖度の高い分布になり，分散が小さくなることがよくわかる．

次に，生産指示かんばん枚数の分散を推定することを考える．まず，整数条件を除外した(3)，(4)式の場合の分散$V(\hat{y})$を求める．(3)，(4)式から$\hat{y}_i$を消去すると

$$\hat{z}_i=\left(1-\frac{1}{n}\right)x_i+\left(1-\frac{1}{n}\right)\hat{z}_{i-1} \qquad (15)$$

(3)，(15)式から，

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= \frac{1}{n}x_i+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)x_{i-1} \\ &\quad +\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)\hat{z}_{i-2} \\ &= \frac{1}{n}x_i+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)x_{i-1} \\ &\quad +\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 x_{i-2} \\ &\quad +\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 \hat{z}_{i-3} \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$



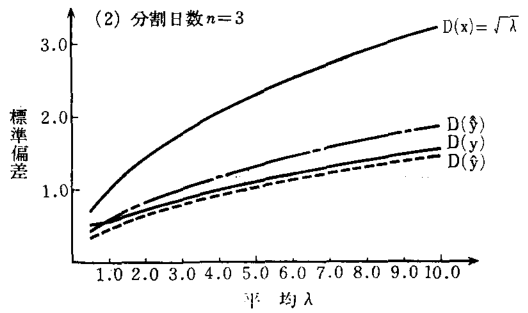
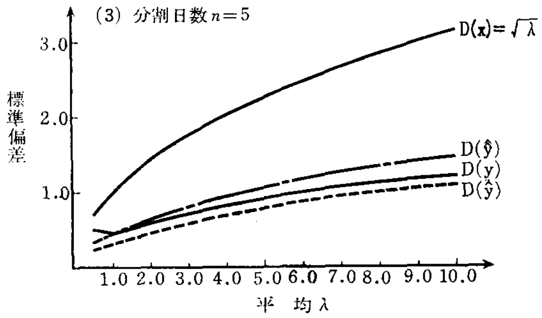


図 4 No. 1 生産指示かんばん枚数の標準偏差の実験値と推定値



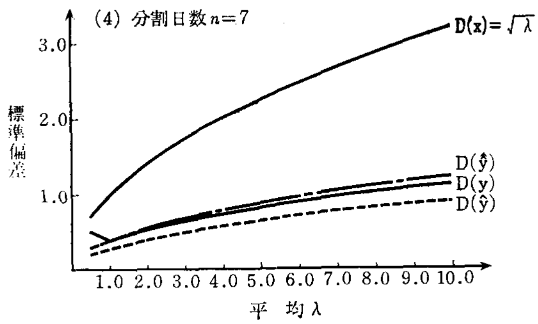


図 4 No. 2 生産指示かんばん枚数の標準偏差の実験値と推定値

$$=\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot x_j+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-1}\cdot z_0 \tag{16}$$

(16)式より

$$\left.\begin{aligned}
\hat{y}_1&=\frac{1}{n}x_1+\frac{1}{n}z_0\\
\hat{y}_2&=\frac{1}{n}x_2+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)x_1+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)z_0\\
\hat{y}_3&=\frac{1}{n}x_3+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)x_2+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2x_1\\
&\quad+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2z_0\\
&\quad\vdots\\
y_i&=\frac{1}{n}x_i+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)x_{i-1}+\cdots\cdots\\
&\quad+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-1}\cdot x_1+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-1}z_0
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

したがって，i 日までの生産指示かんばん枚数の分散を$V_i(\hat{y})$とおくと，$V_1(x)=V(z_0)=0$なので

$$V_i(\hat{y})=\left\{\frac{1}{n}\right\}^2V_i(x)+\left\{\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)\right\}^2V_{i-1}(x)+\cdots$$
$$+\left\{\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-2}\right\}^2\cdot V_2(x)$$

$$=\sum_{j=2}^{i}\left\{\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\right\}^2V_j(x) \tag{18}$$

ここで，$V_i(x)$；i 日までのはずれたかんばん枚数の分散．

今，x_jが互いに独立で

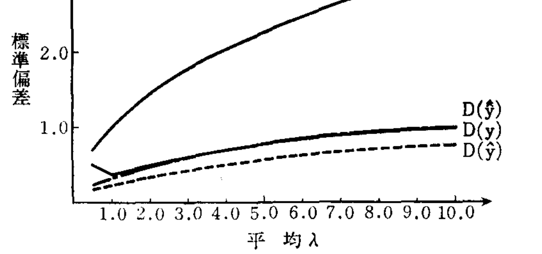


図 4 No. 3 生産指示かんばん枚数の標準偏差の実験値と推定値

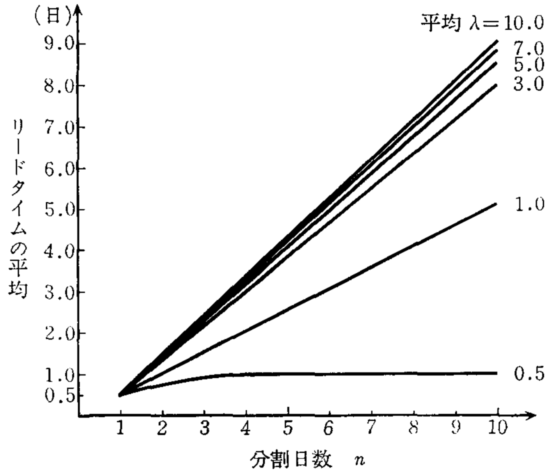


図 5 分割日数とかんばんのリードタイムの平均との関係

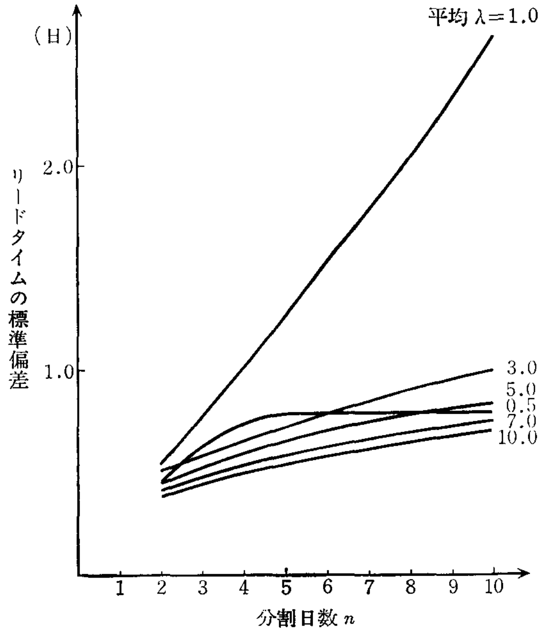


図 6 分割日数とかんばんのリードタイムの標準偏差との関係

$V_2(x)=V_3(x)=\cdots=V_i(x)=V(x)$とすると

$$V(\hat{y}_i)=\sum_{j=2}^{i}\left\{\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\right\}^2 V(x)$$

$$=\frac{1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^{2i-2}}{2n-1}V(x) \qquad (19)$$

したがって，$i\to\infty$とすると

$$V(\hat{y})=V(x)/(2n-1) \qquad (20)$$

定義より明らかなように

$$V(y)\geqq V(\hat{y})=V(x)/(2n-1) \qquad (21)$$

次に，n日間の移動平均で生産指示量$\bar{y}_i$を決定する場合を考える．定義より

$$\bar{y}_i=\sum_{j=i-n+1}^{i}x_j/n \quad (i\geqq n) \qquad (22)$$

$$\therefore V(\bar{y})=\frac{1}{n^2}\sum_{j=i-n+1}^{i}V(x_j)=V(x)/n \qquad (23)$$

(20)，(23)式から

$$V(\bar{y})\geqq V(\hat{y}) \qquad (24)$$

分散$V(y)$と$V(\hat{y})$，$V(\bar{y})$の大きさを比較するために，前述と同様のシミュレーションを行ない，標準偏差で図示すると，図4のようになる．図4からわかるように，はずれるかんばん枚数の平均λと分割日数nの値により$V(\bar{y})$と$V(\hat{y})$のどちらが近似度合がよいかが決まる．しかし，かんばんがはずれる枚数の分散$V(x)$の大きさから判断すると，分割日数nが大きい場合はどちらで近似しても実務上は十分である．

4. 指数平滑法によるかんばんのリードタイム

かんばんがはずされてから先入れ先出しにより生産指示されるまでのリードタイムの平均と分散（標準偏差）を考える．i日にはずれたかんばんがi日に生産指示された場合の平均リードタイムを 0.5日とする．リードタイムを解析的に求めることが困難なので，シミュレーションにより求める．かんばんがはずれる枚数xが平均λのポアソン分布にしたがうとして実験を行ない，図示すると，図5のようになる．図5からわかるように，λが1以上の時は，かんばんのリードタイムの平均は，分割日数nに比例して大きくなる．同様にリードタイムの標準偏差は，図6に示すように，分割日数nを大きくすれば大きくなる．これらのことは，直観的に理解できることであるが，いっぽう，かんばんのはずれる枚数の平均$E(x)=\lambda$が1以上の場合は，λが大きくなるほどリードタイムの標準偏差が小さくなるという常識に反する特徴がある．

ところで次に，はずれたかんばん枚数が

$$x_j=m \quad (j=1,2,\cdots,i,\cdots)$$

という特殊な場合におけるかんばんの平均リードタイムを考える．分割日数$n=3(z_0=0)$の場合の定常状態におけるi日に生産指示するm枚のかんばんを帰納的に求めると$(m\geqq 2)$

$i-2$日にはずれたかんばん……$m-2$枚

$i-1$日にはずれたかんばん…………2枚

となるので，かんばんの平均リードタイムLT'は，

$$LT'=\frac{(2+0.5)\times(m-2)+(1+0.5)\times 2}{m-2+2}=2.5-\frac{2}{m}$$

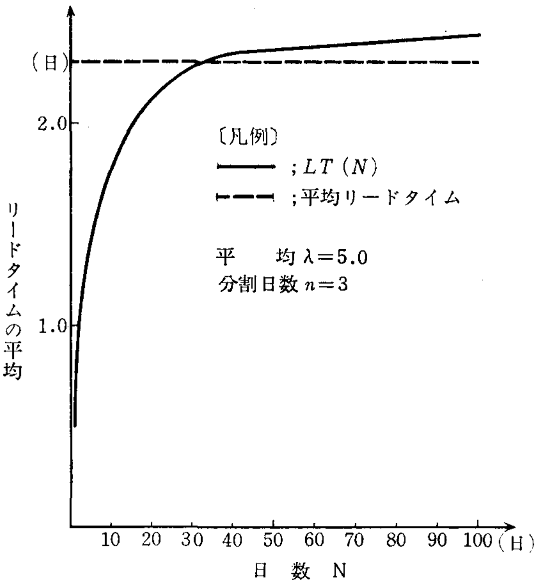


図 7　日数Nと$LT(N)$との関係

(25)

同様に，分割日数nが一般の場合を帰納的に求める．i日に生産指示するm枚のかんばんは，$n \geqq 2$，$m \geqq n$のとき

$i-(n-1)$日にはずれたかんばん…$m-(n-1)$枚

$i-(n-2)$日にはずれたかんばん　　$n-1$枚

となるので，平均リードタイムLT'は

$$LT'=\frac{\{(n-1)+0.5\}\times\{m-(n-1)\}+\{(n-2)+0.5\}\times(n-1)}{m-(n-1)+n-1}$$

$$=n-0.5-\frac{n-1}{m} \tag{26}$$

また，(3)，(4)式を用いた場合のかんばんの平均リードタイムは次のようになる．i日に生産指示するかんばんの合計リードタイムLS_iは，(17)式から

$$LS_i=\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot x_j\cdot(i-j+0.5) \tag{27}$$

よって，i日に生産指示するかんばんの平均リードタイムLT_iは

$$LT_i=\frac{LS_i}{\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot x_j} \tag{28}$$

N日までのかんばんの平均リードタイム$LT(N)$は

$$LT(N)=\frac{\sum_{i=1}^{N}LS_i}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot x_j} \tag{29}$$

ここで，シミュレーションにより$LT(N)$を求めると，図7のようになる．また，かんばんのリードタイムの平均と$LT(100)$とを比較すると図8のようになる．

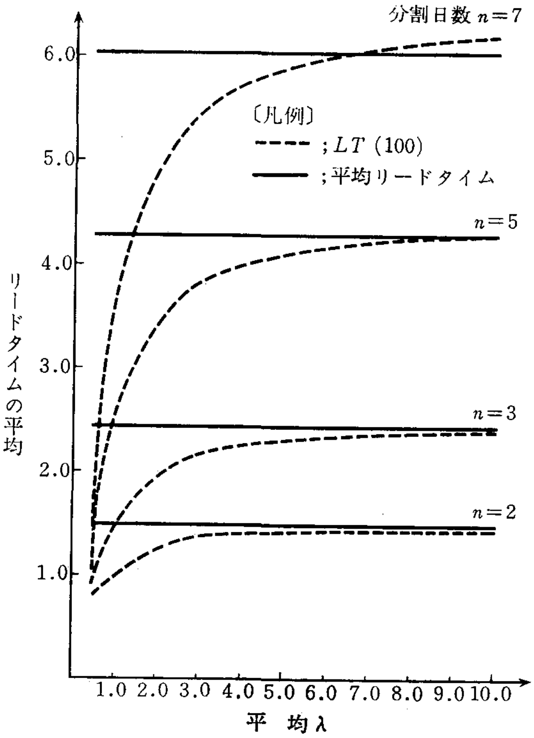


図 8　$LT(100)$とかんばんのリードタイムの平均との関係

ところで，$LT(100)$は平均λの値に関係なくほぼ一定となる．そこで

$x_j=m(j=1,2,\cdots)$

とすると，(28)式から

$$LT_i=\frac{\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot m\cdot(i-j+0.5)}{\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot m}$$

$$=\frac{a^i\cdot\left(i-\frac{1}{2}\right)-\frac{a-a^i}{1-a}-\frac{1}{2}}{a^i-1}$$

$$a=1-\frac{1}{n} \tag{30}$$

となり，リードタイムの平均LT_iはmの値に関係なく一定となる．また，(29)式から

$$LT(N)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot m\cdot(i-j+0.5)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{i-j}\cdot m}$$

$$=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a-a^{N+1}\right)N-\frac{2a(1-a^N)}{1-a}+\frac{1}{2}a(1+a^N)}{N(1-a)-a(1-a^{N+1})} \tag{31}$$

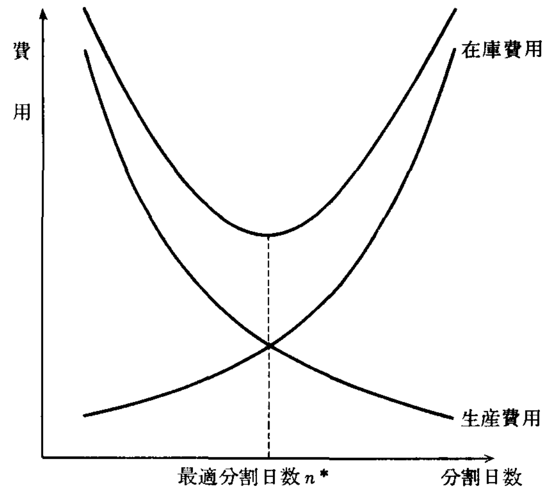


図 9　分割日数と費用の関係

となり，$LT(N)$は分割日数nとNの関数になる．今，$n=3$，$N=100$として(31)式から計算すると，

$$LT(100)=2.44$$

となり，図8からわかるようにシミュレーションによって求めた$LT(100)$に近似している．

したがって，平均λが大きい場合は，(31)式によりかんばんのリードタイムの平均が推定でき，図8より，分割日数nが7以下の場合$N=100$で近似できることがわかる．

ところで，(31)式において，$N\to\infty$とすると

$$LT(\infty)=\frac{1}{2}\,\frac{1+a}{1-a}=n-\frac{1}{2} \tag{32}$$

したがって，$n=3$とすると，$LT(\infty)=2.5$

5.　分割日数の決定方法

分割日数n（平滑化定数$\alpha=\frac{1}{n}$）の値によって，生産指示かんばん枚数の分散や指数平滑によるかんばんのリードタイムが変化することが明らかになった．それでは分割日数nをどのように決定すればよいかを次に考える．

分割日数nを大きくすれば，生産指示かんばん枚数の分散は小さくなるので，生産変動にともなう生産費用は減少する．いっぽう，かんばんがはずれてから生産指示されるまでのリードタイムは長くなるので，在庫が多くなり在庫費用は大きくなる．これを模式的に書くと図9のようになり，両者の費用の和が最小となる分割日数n^*を最適解とする方法がある．この方法は一見合理的に思われるが，実務においては在庫費用や生産費用の測定には問題が多い．たとえば在庫費用にはいろいろあるが，在庫が多いと

(1) 在庫が十分あるという安心感により，生産士気が低下しやすい．

(2) 各種の問題点が隠ぺいされ，改善が進みにくくなる．

(3) 先入れ先出しが困難になったり，仕掛けの優先順位が不明確になる．

などのように，実務上重要なことであるが，費用として測定困難な項目が多くある．

そこで実務においては，トヨタ生産方式の考え方にしたがって可能なかぎり在庫を削減するという立場から，各工程に対し耐えられる生産変動の範囲を明らかにし，その生産変動の範囲におさまるように分割日数を決定している．この考え方をもう少し理論的に述べると次のようになる．すなわち，生産指示かんばん枚数yがある限界$y_L(>E(x))$を越える確率がε以下になるように分割日数n^*を決めることを考える．条件より

$$P\{y>y_L\}\leqq\varepsilon \tag{33}$$

分割日数がnのときの生産指示かんばん枚数yの分布を$f_n(y)$とおくと，分割日数がnの場合は

$$P\{y>y_L\}=\sum_{y=y_L+1}^{\infty}f_n(y) \tag{34}$$

したがって，求める分割日数n^*は

$$n^*=\{\min n \mid \sum_{y=y_L+1}^{\infty}f_n(y)\leqq\varepsilon\} \tag{35}$$

で決定される．

〈例〉

ある部品の生産指示かんばん枚数yの分布が図3のような時，生産指示かんばん枚数yが，$y_L=4$を越える確率が0.05以下となるように分割日数n^*を求める．

$n=2$の時，(34)式から

$$P\{y>4\}=0.064+0.018+0.002=0.084$$

$n=3$の時，(34)式から

$$P\{y>4\}=0.034+0.005=0.039$$

したがって，(35)式から分割日数$n^*=3$となる．

6.　かんばん枚数の計算

6.1　かんばん枚数の計算

指数平滑法による生産指示方式を採用した場合のかんばん枚数Mについて考える．かんばん枚数Mはかんばんがはずれてから納入されるまでのリードタイム間に対応して必要な回転枚数M_1と，はずれるかんばん枚数のバラツキや納入のリードタイムのバラツキに対応するために必要な安全枚数M_2との和である．生産指示までのリードタイムを$LT(1)$，生産指示してから納入までのリードタイムを$LT(2)$とすると

$$M_1=E(x)\{LT(1)+LT(2)\} \tag{36}$$

また，安全枚数M_2は［1］

表 2 生産指示かんばん枚数の相対度数表

生産指示かんばん枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
相対度数	0.0	0.0	0.004	0.058	0.253	0.404	0.197	0.071	0.013	0.0	0.0

($\lambda=5.0$　$n=3$)

$$M_2=K_\alpha\sqrt{LT(1)+LT(2)}\cdot D(x) \tag{37}$$

ここで，K_α；安全係数．

指数平滑法による生産指示のリードタイム $LT(1)$ のバラツキを考慮すると [1]

$$M_2=K_\alpha\sqrt{LT(1)+LT(2)+K'_\alpha\sigma_{LT}}D(x) \tag{38}$$

ここで，K'_α；安全係数，σ_{LT}；指数平滑法による生産指示のリードタイムの標準偏差．

i 日に生産指示したかんばんy_i枚に対し，リードタイム $LT(2)$後に y'_i 枚分が在庫として補充される時，納入率 q を次のように定義する．

$$q=y'_i/y_i \tag{39}$$

今，平均納入率を q とすると，総かんばん枚数Mは

$$M=[(M_1+M_2)/q] \tag{40}$$

〈例〉

ある部品のかんばん枚数を計算してみる．1日ではずれるかんばん枚数の平均；$E(x)=1.8$，1日ではずれるかんばん枚数の標準偏差；$D(x)=1.3$，かんばんがはずれてから生産指示されるまでのリードタイム；$LT(1)=2.3$（日），生産指示してから在庫補充されるまでのリードタイム；$LT(2)=3.0$（日），平均納入率；$q=0.95$である．このとき，(36)式から，回転枚数 M_1は

$$M_1=1.8\times(2.3+3.0)=9.54$$

安全係数；$K_\alpha=1.7$とすると，(37)式から，安全枚数M_2は

$$M_2=1.7\times\sqrt{2.3+3.0}\times1.3=5.09$$

(40)式から，かんばん枚数Mは

$$M=[(9.54+5.09)/0.95]=16$$

6.2 生産制約がある場合

工程の生産条件により，生産指示かんばん枚数 y がある上限 $y_{\max}$ 以下という制約があるとすると，(1)式は

$$y_i=\min\{[(x_i+z_{i-1})/n],\ y_{\max}\} \tag{41}$$

この場合，かんばんの安全枚数 M_3 を追加する必要がある．生産指示かんばん枚数 y が上限 $y_{\max}$ を越える確率Pは

$$P=\sum_{y=y_{\max}+1}^{\infty}f_n(y) \tag{42}$$

したがって，上限 $y_{\max}$ を越える y の平均 $\bar{y}_{\max}$ は

$$\bar{y}_{\max}=\{\sum_{y=y_{\max}+1}^{\infty}y\cdot f_n(y)\}/P \tag{43}$$

計画期間をC日とすれば，追加すべき安全枚数 M_3 は

$$M_3=C\cdot P(\bar{y}_{\max}-y_{\max}) \tag{44}$$

とすれば十分である．

よって，総かんばん枚数Mは

$$M=[(M_1+M_2)/q+M_3] \tag{45}$$

で決定される．

〈例〉

生産指示かんばん枚数 y の確率分布が表2のような部品がある．工程能力により，生産指示かんばん枚数の上限 $y_{\max}$ が6，計画期間が1カ月，すなわち$C=20$とすると，(42)，(43)，(44)式から

$$P=0.071+0.013=0.084$$

$$\bar{y}_{\max}=(7\times0.071+8\times0.013)/0.084=7.15$$

$$M_3=20\times0.084\times(7.15-6)=1.93$$

7. あとがき

この研究では，トヨタにおいて一部の補給部品の手配に採用しているかんばん方式が，一種の指数平滑法であることを示すとともに，その基本的な特性を明らかにした．

まず，出庫によりはずれるかんばん枚数の分布は，ほとんどの部品がポアソン分布に従うことを示した．次に指数平滑法によって平準化された生産指示のかんばん枚数の平均や分散，生産指示までのリードタイムなどと，分割日数との関係を明らかにした．また，実務上特に重要な

(1) 分割日数（平滑化定数）の決定方法

(2) かんばん枚数の計算方法

の点も確立した．

以上のように，この研究では指数平滑法を用いて生産指示量を平準化する方法の基本的事項について明らかにすることができた．

参考文献

[1] 水野：ORによる在庫管理入門，日科技連，1970年