

# 大気汚染観測点の最適配置

林 貢平・長谷川 利治・茨木 俊秀

## 1. まえがき

広域環境空間中に比較的少数の観測点を配置し、その測定結果にもとづいて全域にかかる汚染指標を算出することが、さまざまな局面で要求される。このとき得られる指標の精度は観測点の位置に大きく左右され、その結果として観測点の最適配置の問題が生じる。

最適性を論じるには、環境空間の特性と算出すべき指標を明確しておかなければならないが、本研究では、NO<sub>x</sub>による大気汚染濃度の人口荷重平均を対象とする。NO<sub>x</sub>汚染はその主要な排出源が自動車であり、したがって、全空間に広く分布するのが特徴である。

本研究では、観測点を定めると、それぞれが受けもつ領域が汚染発生分布とは独立に定まるという立場から指標算出法を提案する。この方法での受けもち部分領域内の汚染分布は必ずしも均一ではないので、シミュレーション結果にもとづいて推定する。次に配置の最適性を観測感度の最大化と観測誤差の最小化という二面からとらえ、両評価関数の重みつき和の最適化を計る。さらに、具体的な計算法として、反復改善による近似解法を提案するとともに、計算時間の短縮と良い近似解を得るために、初期解を得るアルゴリズムを導入する。

以上の議論を京都市のNO<sub>x</sub>汚染に関するデータに実際に適用し、汚染濃度の人口荷重平均を求めるとともに、観測点の最適配置について論じる。

## 2. 観測点の受けもち領域の決定

対象領域を  $N$  個のメッシュ  $M_1, M_2, \dots, M_N$  に分割し、 $M_i$  での汚染発生量を  $Q_i$ 、 $M_i$  に単位量の汚染発生源を置いた時  $M_j$  の受ける汚染濃度を  $F_{ij}$ 、 $M_i$  内の人口を  $P_i$  とする。この時、 $M_j$  の汚染濃度は次式で与えられる。

$$X_j = \sum_{i=1}^N Q_i F_{ij} \quad (1)$$

以上の条件のもとで、求めるべき人口荷重平均指標  $I$  は

$$I = \sum_{i=1}^N P_j X_j / P = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Q_i F_{ij} P_j / P$$

$$P = \sum_{i=1}^N P_j \text{ (総人口)} \quad (2)$$

である。

次に、 $N$  個のメッシュを  $L$  個の観測点それぞれに対応した  $L$  個のグループにまとめ、領域  $\Omega_l, l=1, 2, \dots, L$  を構成する。 $J_l$  を  $M_j \in \Omega_l$  なる添字  $j$  の集合とする。ここで  $\Omega_l$  への分割に際して、 $\Omega_l$  内で発生する汚染は、 $\Omega_l$  内のメッシュ  $M_{k_l}$  に配置された観測点で測定されるという自己完結的な系を得たい。そのためには、 $\Omega_l$  内からの寄与

$$\tilde{X}_{k_l} = \sum_{i \in J_l} Q_i F_{ik_l} \quad (3)$$

と、 $\Omega_l$  外からの影響も考慮した実際の汚染濃度

$$X_{k_l} = \sum_{i=1}^N Q_i F_{ik_l} \quad (4)$$

の差を小さくおさえるのが望ましく、その評価基準は

$$\text{minimize } \sum_{l=1}^L (X_{k_l} - \tilde{X}_{k_l}) \quad (5)$$

と書かれる。観測点  $k_l$  が定まっているならば、(5)式を実現する  $\Omega_l$  は、各  $M_i$  を  $F_{ik_l}$  を最大にする  $l$  に振り分けることで実現できる。これは  $M_i$  での汚染発生量の変化が最も強く検知される観測点に  $M_i$  を受けもたせることに等しく、観測領域の直観的な理解とも一致する。 $F_{ij}$  は気象条件のみによってはほぼ定まるから、領域  $\Omega_l$  も各メッシュでの汚染発生量  $Q_i$  とはほぼ独立に定まる。また、気象条件による変形を除けば、地理的に近い観測点に受けもたれることになるから、 $\Omega_l$  の形状は連結した自然なものになる傾向が強い。現状の観測点に対する受けもち領域を図1に示す。

## 3. 観測値から汚染濃度の人口荷重平均の推定

領域  $\Omega_l$  内の汚染濃度は必ずしも均一ではないので、観測メッシュ  $M_{k_l}$  での値  $X_{k_l}$  から  $\Omega_l$  での平均値  $I_l$  の推定を行なわねばならない。シミュレーション等の手段

はやし こうへい 藤沢薬品工業、はせがわ としはる 京都大学、いばらき としひで 豊橋技術科学大学

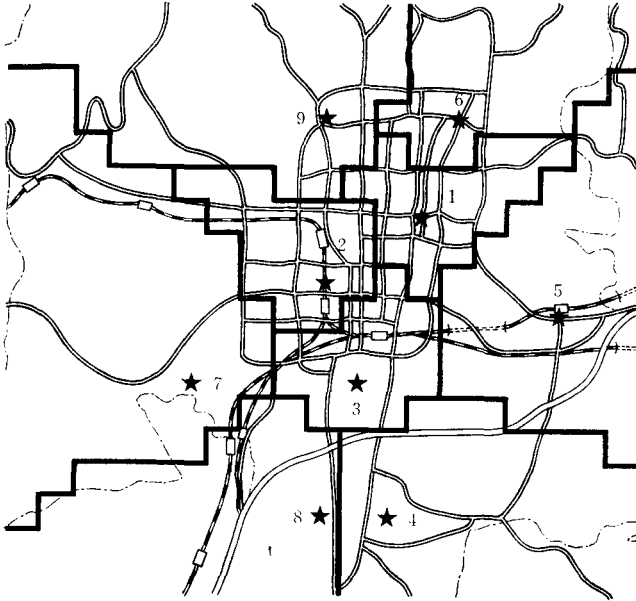


図1 現行観測点の受けもち領域

によって、 $X_i$ の分布を捕捉できれば

$$I_i = \sum_{j \in J_i} P_j X_j / P^i$$

$$P^i = \sum_{j \in J_i} P_j \quad (\Omega_i \text{ 内の人口}) \quad (6)$$

$$\beta_i = I_i / X_{k_i} \quad (\text{修正係数})$$

によって  $I_i$  を求め、次のように人口荷重平均  $I$  を算出できる。

$$I = \sum_{i=1}^L P^i \beta_i X_{k_i} / P \quad (7)$$

しかし、実際には  $X_j$  の正確な値は未知であり、したがって  $\beta_i$  も未知である。また、 $M_{k_i}$  における観測値  $Y_i$  が  $X_{k_i}$  に等しいとも限らない。 $Y_i \neq X_{k_i}$  となる要因は、 $M_{k_i}$  内の汚染濃度の地域的変動や計測器の誤差など多岐にわたる。そこで修正係数  $\beta_i$  はシミュレーション結果にもとづいて求め、 $X_{k_i}$  の代りに  $Y_i$  を用いて、次の推定値  $\hat{I}$  を得る。

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^L P^i \beta_i Y_i / P \quad (8)$$

(8)式には、 $\beta_i$  が各メッシュでの汚染発生量  $Q_i$  および汚染分布  $X_i$  に依存する係数であるため、汚染発生分布  $Q_i$  が変化すれば推定値  $\hat{I}$  の算出式も変化するという矛盾が内在する。しかし  $\Omega_i$  の決定法から、 $\Omega_i$  内の  $Q_i$  の変動は他の領域の観測値にほとんど影響を与えないという領域独立性が存するので、 $\beta_i$  算出のためのシミュレーションにおいて用いた  $Q_i$  に対して、現実にも局所的な変化が生じたとしても、全域的な影響を与える可能性は小さく、推定値  $\hat{I}$  の頑健さが期待できる。

以上の結果にもとづいて京都市の  $\text{NO}_x$  汚染濃度の人口荷重平均  $\hat{I}$  を算出した。ただし、 $22 \times 25(\text{km})$  の対象

領域を  $1 \text{ km}$  平方のメッシュに分割して扱っている。必要なデータ  $\beta_i, P^i, Y_i$  を表1に示す。式(8)にしたがって  $\hat{I}$  を求めると、次の結果を得た。

$$\hat{I} = 0.0448 \text{ ppm (年平均)} \quad (9)$$

#### 4. 観測感度

$\Omega_i$  内のあるメッシュ  $M_i$  で、その汚染発生量  $Q_i$  が  $\Delta_i$  変化すると、観測点のメッシュ  $M_{k_i}$  に対し  $\Delta_i F_{ik_i}$  の変化をひきおこす。 $M_i$  での変化は、 $\Omega_i$  以外の観測点にも影響を与えるが、領域独立性の観点に立てば、これはノイズとみなすべきであろう。各メッシュ  $M_i$  での発生量の変化分  $\Delta_i$  は未知であるが、1つの自然な場合として、その絶対値が現在の発生量  $Q_i$  に比例する場合を想定する。すなわち

$$|\Delta_i| = Q_i |\Delta| \quad (10)$$

と置く。この時、観測点  $M_{k_i}$  においては、最大

$$\sum_{i \in J_i} |\Delta_i| F_{ik_i} = |\Delta| \sum_{i \in J_i} Q_i F_{ik_i} \quad (11)$$

の変化が見られるから、この値を  $\Omega_i$  の観測点の感度と定義するのは妥当であろう。式(11)を全領域にわたって加えると、式(3)の  $\bar{X}_{k_i}$  を用いて

$$\sum_{i=1}^L \sum_{i \in J_i} |\Delta| Q_i F_{ik_i} = |\Delta| \sum_{i=1}^L \bar{X}_{k_i} \quad (12)$$

を得る。したがって、感度の最大化は次のように書かれる。

$$\text{maximize } \bar{X} = \sum_{i=1}^L \bar{X}_{k_i} \quad (13)$$

$\bar{X}_{k_i}$  は  $\Omega_i$  内で発生した汚染が  $\Omega_i$  内の観測点でどの程度捕捉できるかを示すパラメータであるから、(13)式は全観測点の捕捉量の最大化とも解釈でき、観測網の効果に関する直観的な理解とも一致する概念である。

表1 現行観測点のデータ

$i$	$\beta_i$	$Y_i$	$P^i$	$\gamma_i$
1	1.05	44	1.53	1.09
2	0.98	43	2.34	2.30
3	0.99	72	1.60	3.09
4	1.00	54	1.92	1.86
5	1.21	40	1.47	1.99
6	1.04	32	1.10	0.24
7	0.86	39	1.96	0.64
8	1.03	48	0.37	0.59
9	0.93	32	1.81	0.76

$Y_i$ : ppb(年平均)  $P^i$ :  $\times 10^5$ 人  
 $\gamma_i$ :  $\times 10^8(\text{ppm})^2$ 人

## 5. 観測誤差の評価

人口荷重平均とは、すべての住民それぞれが受けた汚染濃度の平均である。この立場から、観測点における観測を、標本調査における層別抽出法の一形態とみなすことができる。すなわち、 $M_j$  内の住民  $p$  に対する汚染濃度を  $X_{jp}$  とするとき、

$$I = \sum_{j=1}^L \sum_{p=1}^{P_j} X_{jp} / P$$

$$= \sum_{l=1}^L (\sum_{j \in J_l} \sum_{p=1}^{P_j} X_{jp}) / P \quad (14)$$

である。全住民を  $L$  層  $\Omega_l$  に分け、各層から観測値  $Y_l$  にもとづく標本  $\beta_l Y_l$  を 1 個抽出し、 $I$  の推定値

$$\hat{I} = \sum_{l=1}^L P^l \beta_l Y_l / P \quad (15)$$

を得ている。各メッシュ  $M_j$  において

$$X_j = \sum_{p=1}^{P_j} X_{jp} / P_j \quad (16)$$

が成立し、また  $Y_l$  は  $M_{k_l}$  内のどれかの  $X_{k_l p}$  に等しいと仮定すれば、 $Y_l$  は  $X_{k_l}$  の不偏推定量であり、さらに

$$P^l \beta_l X_{k_l} = P^l I_l = \sum_{j \in J_l} P_j X_j = \sum_{j \in J_l} \sum_{p=1}^{P_j} X_{jp} \quad (17)$$

を得るから、 $\hat{I}$  は(7)式の  $I$  の不偏推定量、つまり  $E(\hat{I}) = I$  である。

次に、 $\Omega_l$  のメッシュ  $M_j$  に対し

$$\beta_{lj} = I_l / X_j \quad (18)$$

と置き、各  $X_{jp}$  から  $\beta_{lj} X_{jp}$  を標本として得ると考えるとき、標本調査の理論において知られているように、 $\hat{I}$  の分散は

$$V(\hat{I}) = \sum_{l=1}^L (P^l)^2 \sigma_l^2 (\sigma_l^2 \text{ は層 } l \text{ での母分散})$$

$$= \sum_{l=1}^L P^l (\sum_{j \in J_l} \beta_{lj}^2 \rho_j^2) \quad (19)$$

となる。ただし

$$\rho_j^2 = \sum_{p=1}^{P_j} (X_{jp} - X_j)^2 \quad (20)$$

は  $M_j$  以外のメッシュに無関係に計算できる。なお  $\beta_{lj}$  はシミュレーションにもとづいて定めるのが実際のであろう。

ところで推定値  $\hat{I}$  の精度を高める意味から、 $V(\hat{I})$  を最小にすることが望まれるが、これは  $P^l$  を連続変数とみなして、次の数理計画問題に書ける。

$$\text{minimize } R = \sum_{l=1}^L (P^l) \sigma_l^2$$

$$\text{subject to } \sum_{l=1}^L P^l = P \quad (21)$$

$$P^l \geq 0, l=1, 2, \dots, L$$

領域  $\Omega_l$  が変化しても、 $\sigma_l^2$  はごくわずかしかなら変わらないと思われるので、簡単のため定数とみなせば、ラグランジュ乗数法を用いて、(21)式の最適解は

$$P^l \sigma_l^2 = (\sum_{j \in J_l} \beta_{lj}^2 \rho_j^2) = \text{constant} \quad (22)$$

$$l=1, 2, \dots, L$$

を満たすことを示せる。 $\rho_j^2$  を計算するには、各住民の受ける汚染濃度を把握しなければならないので、現実にはむずかしい。そこで、 $M_j$  内で一定数  $K$  の地点をサンプルし、シミュレーション結果にもとづいて

$$\delta_j^2 = \sum_{p=1}^K (X_{jp} - X_j)^2 \quad (23)$$

を求め、 $\delta_j^2 P_j / K$  を  $\rho_j^2$  の近似値として利用すると、(21)式は

$$\gamma_l \equiv \sum_{j \in J_l} \beta_{lj}^2 P_j \delta_j^2 = \text{constant}, l=1, 2, \dots, L \quad (24)$$

と書かれ、観測誤差から見た配置の良さの評価に利用できる。

前出の京都市のデータに対して求めた  $\gamma_l$  の値が表 1 に記されている。この結果によれば、領域  $\Omega_6, \Omega_7, \Omega_8, \Omega_9$  などの  $\gamma_l$  は他に比べて小さいが、これは領域内の人口密度が低く、しかも汚染分布の変化が軽微な地域であることによる。したがって観測点を減少させる必要が生じた場合には、観測誤差  $R$  の立場からはこれらの地域を統廃合することになる。これに対し、 $\Omega_2, \Omega_3$  に関する  $\gamma_l$  は比較的大きいので、新規に観測点を設けるとすれば、これらの領域を縮小させる効果を生む位置に置くべきである。

## 6. 観測点の最適配置

本研究において、配置の最適性の基準を次の 2 点に設定した。第 1 は、汚染分布の変化が設置された観測点によってできるだけ正しく捕捉できること、つまり高い観測感度をもつことである。第 2 は、各メッシュ内の汚染分布の局所的な変動にもとづく測定値の変動に強い配置であること。つまり観測誤差を評価し、それを最小化するということである。これら 2 点の厳密な議論は 4、5 節で与えた。結局、観測点の最適配置問題は、以上の 2 個の評価関数にもとづく多目的最適化問題として定式化できる。ここでは、2 個の評価関数の重みつき和という形で 1 個の評価関数に変換する。つまり、観測感度と誤差の両面を考慮した最適配置問題は

$$\text{maximize } Z = \bar{X} - \alpha R \quad (25)$$

と書かれる。ただし  $\bar{X}$  と  $R$  はそれぞれ(13)式と(21)式で定義される。また  $\alpha$  は適当な定数であり、感度  $\bar{X}$  と誤差  $R$  のどちらを重視するかによって、あらかじめ設定しておかねばならない。

## 7. 反復改善法

問題(25)は、領域  $\Omega_l$  の決定というプロセスを内包しているため、きわめてむずかしい組合せ最適化問題であると思われる。京都市全域を対象とするような大規模な問題を厳密に解くことは容易ではないので、ここでは反復改善にもとづく近似解法を 3 種提案する。

### アルゴリズム I

- ①  $L$  個の観測点の適当な初期配置を与える。
- ② 各観測点を 1 個ずつ選び、その位置を隣接する 8 メッシュにそれぞれ移動し (他の観測点の位置はそ

のまま), その結果得られる  $Z$  の値を求める。

- ③ ②で試みられた移動の中に,  $Z$  を増大させるものがあれば, 増大量最大のものを1個選び, 観測点をそのように移動させる。得られた配置をもって②へもどる。②の移動のどれも  $Z$  を増大させなければ, 計算を終了し, 現在の配置を近似最適解として出力する。

### アルゴリズムII

- ① } アルゴリズムIのステップ①, ②に同じ。  
 ② }  
 ③ 各観測点に対して,  $Z$  の値の最大増大方向を求め効果の大きい順に  $n(n=1, \dots, L)$  個の観測点を, 同時にそれぞれの方向に移動した時の  $Z$  の値を調べる。  $L$  個の  $Z$  のうち最大のものが前の値を改善していれば, その値を与える配置をもって②へもどる。  
 ④ 計算終了。現在の配置を近似最適解とする。

### アルゴリズムIII

- ① } アルゴリズムIのステップ①, ②に同じ。  
 ② }  
 ③ アルゴリズムIIのステップ③に同じ。  
 ④ ③で前の値を改善する  $Z$  が得られない時 (アルゴリズムIIで計算が終了した時), 現在までに得られている最大の値を与える配置に対して, 各観測点を, それぞれの隣接するメッシュにランダムに移動して得た配置を新しい初期配置として, ステップ②へもどる。このステップをI (適当な定数) 回実行した後, 得られた最大の  $Z$  を与える配置を近似最適解として出力する。

アルゴリズムIは, さまざまな組合せ最適化問題を解くにあたり, しばしば用いられるローカルサーチの応用

である。本モデルには, 観測点を設置しうる候補地が非常に多く存在するので, ステップ②において探索の範囲を各観測点の周囲8メッシュの近傍に限った。そして, その中で  $Z$  の値を最も改良する観測点およびその方向を見つけ, そのように移動した値を採用する。つまり, アルゴリズムIにおいて, 1回の改善過程において, ただ1つの観測点のみ動かすという立場で反復改善を行なった。その結果, 反復回数が多く, しかも多数の局所最適解が存在した。そこでアルゴリズムIIでは, 1回の改善過程において複数個の観測点を同時に動かすという観点から, まず, ステップ②で各観測点において, それぞれの最大増大方向を決定し, ステップ③で  $n(1 \leq n \leq L)$  個の観測点をそれぞれの方向へ同時に動かした時の  $Z$  の値を求め, 最大の値を与える配置を採用する。これは, 最適化問題における勾配法の応用である。さらにアルゴリズムIIIでは, アルゴリズムIIが終了した後, 今までに得られている最大の  $Z$  の値を与える配置から, 各観測点をそれぞれの近傍にランダムに移動して("Shake") 得られる新しい配置から, 再び反復改善を行なう。このランダムに移動するという操作により, いちど局所最適解に達したものを別のより良い局所最適解の近傍へ移すことにより, 幅広い探索を可能にするものである。

アルゴリズムIIIは終端条件が, ランダムに移動する回数に依存するため, あいまいになっている。そこで, Iの適当な値を知るために, ランダムな初期解からアルゴリズムIIIによる改善を十分大きなIに対して行なった。結果を図2に示す。この時, 得られた近似解のうち最大のもは14回目に得られている。同様の結果が, 他の初期解からの改善でも得られている。したがってIの回数としては15回が適当であろう。また別の終端条件として

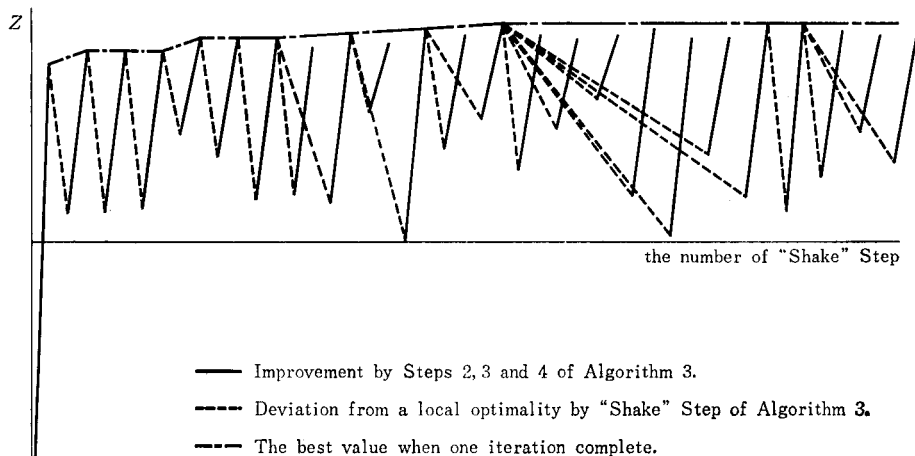


図2 アルゴリズムIIIによる反復改善の軌跡

は、今までの最高値より大きな値が、数回の改善の結果得られなければ、局所最適解が得られたとして、計算を打ち切ることができる。

### 8. 初期解を得るアルゴリズム

7節で紹介した反復改善法は、局所最適解が得られたと判定した時、計算を終了する。短い計算時間で良い値を得るには良い初期解からはじめる必要がある。そこで、ここでは、初期解を得る方法として、Greedy algorithm と、Baker の dynamic programming heuristic を紹介する[1]。以下のアルゴリズムで、 $J$  は配置可能な位置の集合、 $J^*$  は各時点での解の集合を表わし、 $L$  は置くべき観測点の数を表わす。

#### Greedy Algorithm

- ①  $l \leftarrow 1, J^* = \phi$  とおく
- ②  $f_j(l)$  を  $l$  個の観測点が  $\{J^*\} + \{j\} (j \in J^*)$  に置かれた時の、評価関数の値とした時、すべての  $j \in J^*$  のうち、 $f_j(l)$  を最大にする  $j$  を求め、その  $j$  を集合  $J^*$  に加える。  
 $|J^*| = L$  ならば④へ、そうでなければ③へ。
- ③  $l \leftarrow l + 1$  として②へもどる。
- ④ 初期解として  $J^*$  を得る。

次に、Baker の dynamic programming heuristic を紹介する。動的計画法を用いれば、最適解を求めることができるが、この時、状態空間の数は、 $|J|$  の指数オーダーで増大する。Baker の heuristic は、この状態空間が、高々  $L$  の多項式オーダーになるよう制限したものである。この近似は、 $J$  の要素の順序づけに依存しているため、異なった順序づけを行えば、異なった解が得られる。

以下のアルゴリズムで  $J_j(r)$  は、配置可能な位置の集合を  $J = \{1, \dots, j\}$  に制限した時、その中で  $r$  個の位置を選んだ解の集合を表わし、 $f(J_j(r))$  は、解集合  $J_j(r)$  に対する評価関数の値を表わすものとする。

#### Baker の dynamic programming heuristic

- ①  $j \leftarrow 1, J_1(1) = \{1\}$  とし、 $f(J_1(1))$  を計算する。
- ②  $j \leftarrow j + 1, r \leftarrow 1$  とし、 $j > n = |J|$  ならば⑥へ。
- ③  $f(J_{j-1}(r))$  と、 $f(J_{j-1}(r-1) \cup \{j\})$  を計算する。ただし、 $r > j-1$  ならば  $f(J_{j-1}(r)) = -\infty$  とし、 $r=0$  ならば  $J_{j-1}(r) = \phi$  とする。

表 2 現行配置からの反復改善

	$\alpha=0.002$	$\alpha=0.02$	$\alpha=0.2$
Zの初期値	0.35	-0.031	-3.92
Zの最終値	0.93	0.55	-2.66

$f(J_j(r)) = \max[f(J_{j-1}(r)), f(J_{j-1}(r-1) \cup \{j\})]$  とおき

$f(J_{j-1}(r)) > f(J_{j-1}(r-1) \cup \{j\})$  ならば  $J_j(r) = J_{j-1}(r)$  とし、そうでなければ  $J_j(r) = J_{j-1}(r-1) \cup \{j\}$  とおく。

- ④  $r \leftarrow r + 1$  とし、 $r > \min(j, L)$  ならば②へ、そうでなければ③へもどる。
- ⑤ 初期解を  $f(J_n(L))$  として計算を終了する。ただし初期配置は  $J_n(L)$  で与えられる。

### 9. 計算結果

7, 8節で紹介したアルゴリズムの計算結果を紹介する。実行に際して、対象領域を  $22 \times 25 = 550$  メッシュから  $19 \times 18 = 342$  メッシュに縮小しているが、これは、対象領域の周辺部分での汚染発生量がきわめて少なく、したがって汚染濃度も低いこと、また計算時間を減少させるということからである。

最初に、京都市における現行の観測点配置を初期解として、7節のアルゴリズムⅢを適用した。(25)式のパラメータ  $\alpha$  としては、 $\alpha = 0.002, 0.02, 0.2 (\times 10^{-6})$  の3種の値を試みた。それぞれ、感度  $\bar{X}$  の効果を優先する場

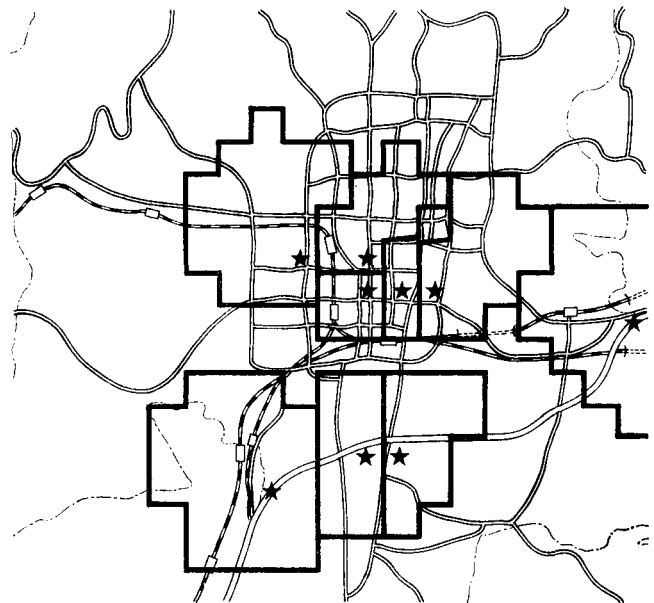


図 3 現行配置からの反復改善 ( $\alpha = 0.002 \times 10^{-6}$ )

合、 $\bar{X}$  と誤差  $R$  がほぼ同程度の評価を受ける場合、および  $R$  の効果を優先する場合を代表している。結果を図 3, 4, 5 と表 2 に示す。ただし、各受けもち領域は、観測点のあるメッシュでの  $F_{k_i k_l}$  の 1% を基準として打ち切っている。結果を比較すると、全体的な形状は類似しているが、細部においては相当の差が認められる。初期配置に比べると、いずれも観測点が市の中心部に向けて移動しており、その結果中心市街部の観測点の受けもち領域は小さくなっている。この傾向は、誤差評価にもとづく 5 節の議論でも示唆されていたが、観測感度  $\bar{X}$  の立場からも同様の結果が得られている。またパラメータ  $\alpha$  のとり方によって結果が微妙に異なる点にも注意しなければならない。 $\bar{X}$  と  $R$  の最適化がやや異なる傾向を生じているわけで、 $\alpha$  の設定法が重要であることを示している。

次に初期解の影響を知るために、ランダムに与えた初期解から 3 種の反復改善アルゴリズムを実行した。ただし、ここで  $\alpha$  は、 $\alpha=0.02 \times 10^{-6}$ 、つまり  $\bar{X}$  と  $R$  がほぼ同等の評価を受ける場合に設定した。結果を表 3 に示す。この結果からもわかるように、ほとんどすべての場合、アルゴリズム II はアルゴリズム I より短い計算時間で良い値を与えている。さらにアルゴリ

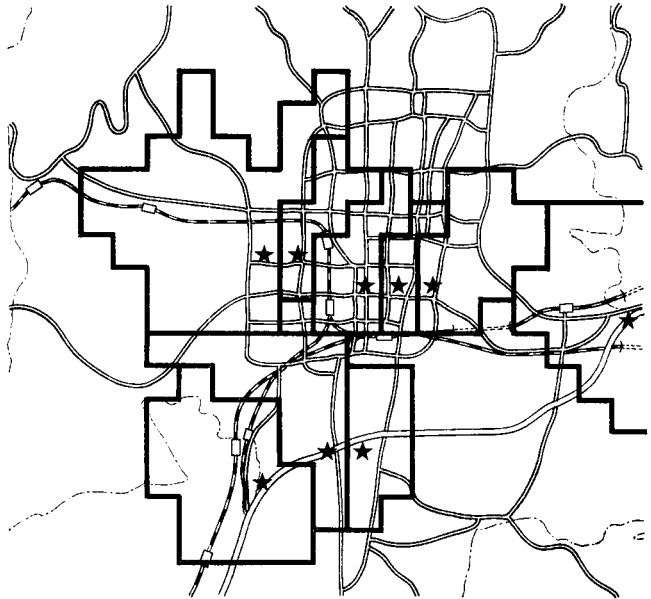


図 4 現行配置からの反復改善( $\alpha=0.02 \times 10^{-6}$ )

ム III では、すべてのケースで最も良い値が得られている。また反復改善の効果は初期解に大きく左右され、得られた結果も受けもち領域の形状も大幅に異なっている。

最後に、2つの初期解を得るアルゴリズムを実行したところ、得られた結果は、ランダムに与えた初期解から

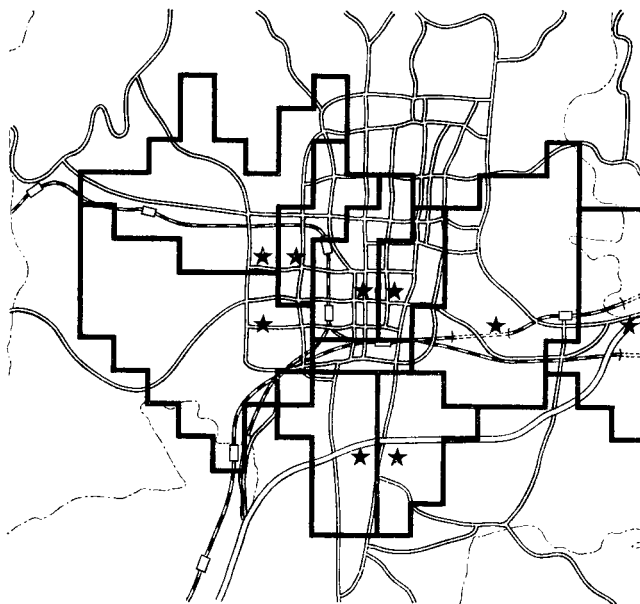


図 5 現行配置からの反復改善( $\alpha=0.2 \times 10^{-6}$ )

表 3 ランダム初期解からの反復改善 ( $\times 10^{-6}$ )

初期解	アルゴリズム I	アルゴリズム II	アルゴリズム III
-0.7888	0.4255	0.4722	0.5898
-0.3156	0.2689	0.2876	0.4826
-0.4879	0.3658	0.4934	0.5568
-0.3644	0.3549	0.3720	0.5260
-0.3928	0.3761	0.3782	0.5061
-0.6553	0.3335	0.3786	0.5271
-0.6445	0.3721	0.4091	0.5061
-0.1393	0.4758	0.4269	0.5382
-0.5615	0.4432	0.4237	0.5603
-0.3494	0.4274	0.5271	0.5521
平均 CPU time	10.6	4.2	17.4 (sec)

$\alpha=0.02$

表 4 良い初期解からの反復改善  
( $\times 10^{-6}$ )

	初期解	近似最適解
Greedy Algorithm	0.5094	0.5514
DP heuristic	0.4978	0.6042

$\alpha=0.02$

アルゴリズム I, II により改善された値より, 良い値が得られている. さらに, これらの初期解をアルゴリズム III により改善した(表 4). これによると, Baker の dynamic programming heuristic によって得られた初期解からの反復改善の結果は, 現在までに得られた最良の値である. この時の観測点の配置および受けもち領域を図 6 に示す. これより, 良い近似解を得るために, 良い初期解を得るためのアルゴリズムを開発することも有用であるといえよう.

## 10. むすび

本研究の出発点は, 配置された観測点の受けもち領域が領域独立性という概念にしたがって自動的に決定されるという考え方にある. この新しい視点をとることで, 観測網の感度や観測誤差に関する合理的な基準を設定でき, 本報告に述べたような議論も展開できたが, 反面若干の問題点も生じた.

1 つは, 領域独立性にもとづいて計算された観測点の受けもち領域が, 時に飛び地を有するなどの不自然な形状になることである. これは基礎としたシミュレーションモデルが, 地形の影響を特に考慮せず, また気象データも不完全であることに一部起因している. 特に汚染伝播を決定する際, 汚染発生点の風向, 風速が全領域に一樣に分布しているとの仮定のもとに計算を導出しているが, これは実際の現象とは異なり改善の余地がある. しかし最終的には, 受けもち領域決定の計算に際して, 形状を考慮した議論を含め, まとまった形状に修正するような操作が必要であるかもしれない.

第 2 に, 受けもち領域  $\Omega_i$  内の汚染濃度分布が一樣ではないため, 修正係数  $\beta_i$  を導入しなければならないが,  $\beta_i$  の値は未知であるという点にある. 本報告では  $\beta_i$  をシミュレーションにもとづいて算出しているが, あくまでも近似的な推定値にすぎず,  $\beta_i$  の誤差の影響を考慮する必要がある.

最適配置問題にともなう最大の懸念は, 厳密な最適配置を求めるアルゴリズムおよびより効果的な近似解法の開発であろう. 近似解法によって得られた配置の最適配

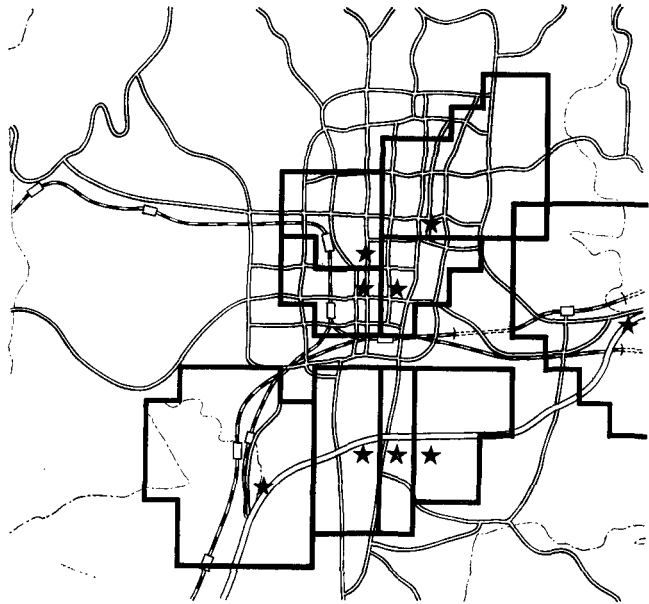


図 6 Baker の DP heuristic による初期解からの反復改善  
( $\alpha=0.02 \times 10^{-6}$ )

置からの誤差を評価する数学的手法の確立も重要である. また評価関数によって最適配置が大きく変化する可能性が高いので, どのような評価関数が妥当であるかの検討も必要である.

7 節で提案したアルゴリズム III は, 完全なものではないが, いろいろな場合で容易に実行できるという頑健さをもっている. 本報告のような標準的な使用法の他にいくつかの観測点はすでに固定されていて, 残余の観測点のみの移動が可能である場合, あるいはいくつかの観測点を削除するか追加するという前提のもとで最適化する場合にも使用可能である. これらの特徴を生かせば現実的な最適化法としてさまざまな局面で使用できよう.

## 参考文献

- [1] G. Cornuejols, M. Fisher and G. L. Nemhauser, "Location of Bank Accounts to Optimize Float: an Analytic Study of Exact and Approximate Algorithms," *Management Science*, Vol. 23, No. 8, 789-809, 1977
- [2] 長谷川利治, 茨木俊秀ら: NOx 大気汚染に対する観測点の最適配置, 文部省「環境科学」研究報告書, B-165-R-53-2, pp. 151-161, 昭和58年3月
- [3] K. Hayashi: Optimal Sensors Allocation for the Observation of Nitrogen Oxides Pollution, Master Thesis, Kyoto University, 1984