交通需要予測における非集計モデルによるアプローチ

林　恒一郎

1. はじめに

「非集計モデル」という術語が，わが国の交通計画学の分野でしきりに使われるようになってきた．パーソン・トリップ調査と4段階推定法を中心とする従来の交通計画手法は，集計モデルと呼ぶことができるが，その理由は，交通機関の分担関係を，個人個人の交通機関，選択行動の結果のゾーンごとに集計された量，すなわちゾーン間交通量によってとらえ，分析していくためである．これに対し，非集計モデルは，個人個人の交通機関の選択行動を直接分析していくことにより，交通機関分担を推計していく方法をとる．このモデルは，経済学の消費者理論と確率統計学の最近の成果を応用することによって可能となったもので，主としてアメリカ合衆国で1970年代に研究が進んだ．

非集計モデルのメリットの1つは，個人個人の交通機関選択を説明する変数を交通機関分担を規定する推計式の中に数多く含んでいるので，それぞれの説明変数の変化がどのように交通機関分担に影響をおよぼすかという検討が可能となることである．このことによって，打つべき交通政策の効果を知ることができるので，望ましい交通機関分担関係を誘導するための有効な政策を見つけ出すことに十分役立つ．

はやし　こういちろう　運輸省港湾局防災課

第2のメリットは，非集計モデルの構築には，個人個人のトリップ・データを用いて行なうので必要なサンプル数が集計モデルに比べて格段に少なくてすむことである．最近，世界中の開発途上国では，都市化の進行にともなう交通問題がクローズ・アップしてきているが，これらの地域において，交通機関分担にかかわる大規模でしかも精度の高い集計データを得ることは，調査技術の未熟さや多額な調査コストがかかるために困難となっている．従来のモデルがかかえていたこれらの問題点の多くが，非集計モデルを採用することによって解決されるので，今後，増大することが予想される開発途上国の交通問題の解明に当り，以下に述べる非集計モデルの利用がますます必要になってくるものと思われる．

2. 非集計モデルの基本概念

非集計モデルを構築するうえで，原点となる考え方は，効用（Utility）である．個人nが，交通機関選択肢集合C_nの中からiという代替案を採用したときに得られる効用をU_{in}, $i \in C_n$と定義する．効用U_{in}は，交通機関選択肢集合（C_n）の中からどんな代替案を採るかによってその大きさが異なるが，個人nにしてみれば，C_nの中からiという代替案を選択するのは，iという代替案から得られる効用（U_{in}）が，他のどんな代替案（j）から得られる効用（U_{jn}）よりも大きいときである．すなわち，$U_{in}>U_{jn}$, all $j \neq i$, $j \in C_n$

これは，経済学の消費者理論のテキストをみれば，自明のことなので，これ以上触れることを要しない.

さて，効用(U_{in})は，一般に2種類の変数群から構成される関数と考えられている．1つ目の変数群は，代替案iがもつ属性(Z_{in}としよう)であり，交通機関選択を行なうときに考慮される運賃所要時間，快適性等の要因である．2つ目の変数群は，代替案のほうではなくて，個人nにかかわる社会・経済的特質(S_nとしよう)であり，個人nの所得，年齢，教育水準等の要因である．したがって，効用U_{in}は，$U_{in}=U(Z_{in},\ S_n)$なる関数形をもつと考えられる.

以上の前置きをして，さて，個人nがiという代替案を行なう確率を$P_n(i)$とすると，$P_n(i)$は，次のように定義できる.

$$\mathrm{P}_n(i)=\mathrm{P}(U_{in}\geq U_{jn},\ \forall j\in C_n,\ j\neq i)$$

ただし，$\mathrm{P}(U_{in}=U_{jn})=0$

これからは，簡単のため，選択肢集合C_nはiとjの2つからしか構成されていない場合を考える.

3. 効用の決定的要素項と変動的要素項

効用U_{in}は，また決定的要素項と変動的要素項の2つの部分からとらえることができる．つまり

$$U_{in}=V_{in}+\varepsilon_{in},\quad U_{jn}=V_{jn}+\varepsilon_{jn}$$

V_{in}とV_{jn}を決定的要素項(Systematic Components)と呼び，ε_{in}とε_{jn}を変動的要素項(Disturbances)と呼んでいる．もちろん，V_{in}もε_{in}も通常は，関数の形で表わされるべきものである．とりわけ決定的要素V_{in}, V_{jn}の関数形をどのように表現するかが，あとで述べる交通機関分担モデルの構築上重要性をもっている．先にも述べたように，効用U_{in}は代替案iの属性(Z_{in})と個人nのもつ特質(S_n)の2つの変数群から成っているので，V_{in}は，Z_{in}とS_nから

$$V_{in}=V_{in}(X_{in}),\quad X_{in}=h(Z_{in},\ S_n)$$
$$V_{jn}=V_{jn}(X_{jn}),\quad X_{jn}=h(Z_{jn},\ S_n)$$

と書くことができる．ところで，これらの変数群の係数を計算上，有効に推定するために，V_{in}, V_{jn}の関数形は，通常多次元1次関数であると仮定してとり扱われることが多い．すなわち，

$$V_{in}=\beta_1X_{in1}+\beta_2X_{in2}+\cdots+\beta_kX_{ink}=\sum_k\beta_kX_{ink}$$
$$V_{jn}=\beta_1X_{jn1}+\beta_2X_{jn2}+\cdots+\beta_kX_{jnk}=\sum_k\beta_kX_{jnk}$$

ここで2つ注意すべき点がある．1つは，効用の決定的要素項V_{in}, V_{jn}は，ともに同一の係数ベクトル(β_k)をもつ変数ベクトル(X_{in}, X_{jn})によって表わされていることである．2つ目の留意点は，変数ベクトル(X_{in}, X_{jn})は係数ベクトル(β_k)に対して線形であるが，変数X_{in}, X_{jn}それ自身は，Z_{in}とS_nに対し

$$X_{in}=h(Z_{in},\ S_n),\quad X_{jn}=h(Z_{jn},\ S_n)$$

と一般の関数であればよく，Z_{in}(またはZ_{jn})とS_nとのあいだの関係は，必ずしも線形である必要はないことである.

ここで，効用関数の例示として，個人nが代替案iを選択するとき得られる効用(決定的要素項)V_{in}が，所要時間T_iと運賃C_iで次のように決定される場合を考えよう.

$$V_{in}=\beta_1T_{in}+\beta_2C_{in} \qquad ①$$

次に，個人nが代替案jを選択するとき得られる効用(決定的要素項)が同様に

$$V_{jn}=\beta_1T_{jn}+\beta_3C_{jn} \qquad ②$$

と決定されるとしよう．この場合，V_{in}, V_{jn}の一般式を

$$V_{in}=\beta_1X_{in1}+\beta_2X_{in2}+\beta_3X_{in3} \qquad ③$$
$$V_{jn}=\beta_1X_{jn1}+\beta_2X_{jn2}+\beta_3X_{jn3} \qquad ④$$

と表わし，$\begin{cases}X_{in1}=T_{in}\\X_{jn1}=T_{jn}\end{cases}\begin{cases}X_{in2}=C_{in} & X_{in3}=0\\X_{jn2}=0 & X_{jn3}=C_{jn}\end{cases}$

と置き換えれば①,②式が得られる．上式の中で，T_{in}, T_{jn}のように，共通の係数項をもつ変数を共通変数(Generic Variable)と呼び，C_{in}, C_{jn}のように代替案によって固有の係数項を有する変数を代替的特性変数(Alternative Specific Variable)と呼んでいる.

さて，効用(U)を決定的要素項(V)と変動的要

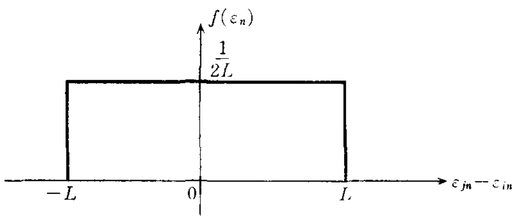

図 1 線形モデルの確率密度関数

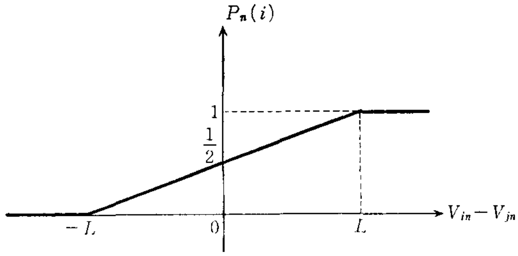

図 2 線形モデルにおける代替案選択確率

素項 (ε) に分類して考えると個人 n が代替案 i を選択する確率 $P_n(i)$は次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= \mathrm{P}(U_{in} \geq U_{jn}) \\
&= \mathrm{P}(V_{in}+\varepsilon_{in} \geq V_{jn}+\varepsilon_{jn}) \\
&= \mathrm{P}(\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in} \geq V_{in}-V_{jn})
\end{aligned}
$$

ここで，変動的要素項の差($\varepsilon_n=\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in}$)がどんな分布をするか，その分布形の定義いかんによって，いくつかの交通機関選択モデルが考えられる．ここでは，比較的単純な3つの例を示すこととする．

4. 線形モデル (Linear Probability Model)

変動的要素項 $\varepsilon_n=\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in}$ の確率密度関数 $f(\varepsilon_n)$ の分布形を図1に示すように，定数$-L$と$L(L>0)$のあいだで一定分布するものとする．このとき

$$P_n(i)=\mathrm{P}(\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in} \leq V_{in}-V_{jn})$$

は $f(\varepsilon_n)$ の累積密度関数であるから

$$
\mathrm{P}(\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in} \leq V_{in}-V_{jn})
= \begin{cases}
0 \ \text{if} \ V_{in}-V_{jn}<-L \\
\displaystyle\int_{-L}^{V_{in}-V_{jn}} f(\varepsilon_n)d\varepsilon=\frac{V_{in}-V_{jn}+L}{2L} \ \text{for} \\
\qquad\qquad -L \leq V_{in}-V_{jn} \leq L \\
1 \ \text{if} \ V_{in}-V_{jn}>L
\end{cases}
$$

図2のとおりとなる．図からわかるように，線形モデルでは，点$-L$と点Lで確率密度関数$f(\varepsilon_n)$が0となるが，このことは代替案 i と代替案 j の効用差($V_{in}-V_{jn}$)が$-L$より小さいか，$+L$より大きい場合には，効用差の値のいかんにかかわらず常にどちらか一方の代替案しか選択されないという非現実的な帰結を含んでいることを示す．

5. プロビット・モデル(Probit Model)

いま，ε_{in} と ε_{jn} が平均値がともに0，分散がそれぞれ σ_i^2, σ_j^2，共分散が σ_{ij}^2 である正規分布をすると仮定すると，$\varepsilon=\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in}$ もまた平均値が0，分散が $\sigma^2=\sigma_i^2+\sigma_j^2-2\sigma_{ij}^2$ の正規分布をすることが知られている．この結果を用いることによって，個人 n が代替案 i を選択する確率 $P_n(i)$ は，

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= \mathrm{P}(\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in} \leq V_{in}-V_{jn}) \\
&= \int_{\varepsilon=-\infty}^{V_{in}-V_{jn}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2\right] d\varepsilon
\end{aligned}
$$

と表わすことができる．図3は，$\sigma=1$のときの$P_n(i)$の関数形を図示したものである．

6. ロジット・モデル (Logit Model)

プロビット・モデルは，仮定がきわめて現実的で説得力のあるモデルであるが，代替案の選択確率が積分形で表現されねばならず，計算上扱いにくいのが欠点である．そこで，プロビット・モデルとほぼ同様な仮定のうえに立脚し，しかも数式の操作性の高いモデルとして次に述べるロジット・モデルを考える．ロジット・モデルは，ε_{in}とε_{jn}がまったく互いに独立でしかも同一の分布，すな

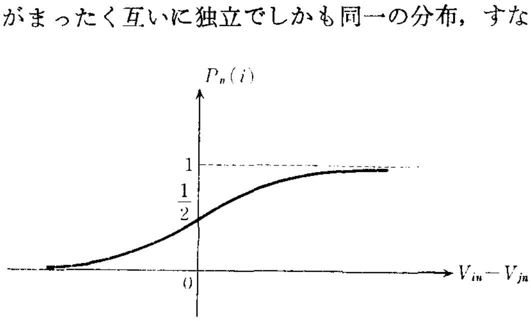

図 3 プロビット・モデルにおける代替案選択確率図

わちグンベル(Gumbel)分布にしたがうと仮定する．グンベル分布の累積密度関数および確率密度関数はそれぞれ

$$F(\varepsilon)=e^{-e^{-\omega(\varepsilon-\eta)}}\qquad \omega>0$$

$$f(\varepsilon)=\omega e^{-e^{-\omega(\varepsilon-\eta)}}\cdot e^{-\omega(\varepsilon-\eta)}$$

である，ここに η, ω はグンベル分布のパラメータである．グンベル分布の確率密度関数の形状は，正規分布の形状に比べてやや右側に片寄っている．そのうえ，グンベル分布を仮定すると，個人 n が代替案 i を選択する確率 $P_n(i)$ は，次のような簡単な数式で表現できる．

$$P_n(i)=\mathrm{P}(\varepsilon_{jn}-\varepsilon_{in}\leq V_{in}-V_{jn})$$

$$=\frac{e^{\omega V in}}{e^{\omega V in}+e^{\omega V jn}}$$

$$=\frac{1}{1+e^{-\omega(V in-V jn)}}$$

ここで，V_{in}，V_{jn} が係数ベクトル β_k の1次関数，つまり $V_{in}=\sum_k \beta_k X_{ink}$　$V_{jn}=\sum_k \beta_k X_{jnk}$ であり，また，パラメータ $\omega=1$ を仮定すると，

$$P_n(i)=\frac{1}{1+e^{-(V in-V n)}}$$

$$=\frac{1}{1+e^{-\sum_k \beta k(X ink-X jnk)}}$$

となる．図4に $P_n(i)$ の関数形を示す．

7. 係数の推定

それでは，最も利用度の高いロジット・モデルについて係数の推定法について述べよう．ロジット・モデルの係数 β_k の推定としては，最尤推定法が広く用いられている．ここで

$$\delta_{in}=\begin{cases}1：個人 n が代替案 i を選択する場合\\ 0：個人 n が代替案 j を選択する場合\end{cases}$$

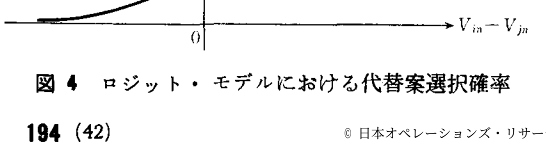

図 4　ロジット・モデルにおける代替案選択確率

とすると尤度関数 $\mathscr{L}^*$ は次のようになる．

$$\mathscr{L}^*(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_k)=\prod_{n=1}^{N} P_n(i)^{\delta in}\, P_n(i)^{\delta jn}$$

ここで，$\delta_{jn}=1-\delta_{in}$，$P_n(j)=1-P_n(i)$ を考慮するとその対数尤度 $\mathscr{L}$ は

$$\mathscr{L}(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_k)=\sum_{n=1}^{N}\{\delta_{in}\log P_n(i)$$

$$+(1-\delta_{in})\log(1-P_n(i))\}$$

となる．これを最大にする $\hat{\beta}_k$ を求める．

$P_n(i)$ がロジット・モデルで表わされるとき以下のようになる．

変数ベクトル X_{in}，X_{jn} の差を

$$X_n=X_{in}-X_{jn}$$

とおき，β_k と X_{nk} の1次形式を $\sum_k \beta_k X_{nk}=\beta' X_n$ と記すと

$$P_n(i)=\frac{1}{1+e^{-\beta' Xn}}$$

となるが，これより

$$\frac{\partial \mathscr{L}(\beta)}{\partial\ \beta_k}=\frac{\partial}{\partial \beta_k}\sum_{n=1}^{N}\{\delta_{in}\log P_n(i)+\delta_{jn}\log P_n(j)\}$$

$$=\sum_{n=1}^{N}\{\delta_{in}P_n(j)X_{nk}-\delta_{jn}P_n(i)X_{nk}\}$$

$$=\sum_{n=1}^{N}\{\delta_{in}(1-P_n(i))-(1-\delta_{in}P_n(i)\}X_{nk}$$

$$=\sum_{n=1}^{N}\{\delta_{in}-P_n(i)\}X_{nk}\quad (k=1,\ 2,\cdots,k)$$

を得る，これを0とおいて得られる解が，ロジット・モデルの係数ベクトルの推定値，$\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \cdots, \hat{\beta}_k$ である．最近では，電子計算機を用いて解くきわめて有効なプログラムが開発されているので，この種の研究は，理論段階から実用段階に入ったといわれる．

以上の解説は，便宜上，個人 n の選択肢が2つしかない場合を想定して述べられたが，選択肢が有限な数であれば，いくつであってもかまわない．個人 n が有限な C_n 個の選択肢の中から i という代替案を選択するときに，得られる効用が，$U_{in}=V_{in}+\varepsilon_{in}, i\in C_n$ と表わされ，変動的要素項の ε_{in} がどんな i についても独立で $\eta=0, \omega=1$ のグンベル分布をするならば，個人 n が代替案 i を選択する確率は，$P_n(i)=\frac{e^{V in}}{\sum_{j\in Cn} e^{V jn}}$ で表わされる．

表 1　二者択一ロジット・モデルの例

変　数 (X_{ink})	X_{in1}	X_{in2}	X_{in3}	X_{in4}	X_{in5}	X_{in6}	X_{in7}
自家用車利用の効用 (U_{An})	1	自家用車による走行所要時間(分)	自家用車による付帯的通勤所要時間(分)	自家用車による交通費用（セント）	0	自家用車の保有状況	1：職場がダウン・タウンにある 0：その他
公共交通機関利用の効用 (U_{Tn})	0	公共交通機関による走行所要時間(分)	公共交通機関による付帯的通勤所要時間(分)	0	公共交通機関の運賃（セント）	0	0
推計された各変数の係数 ($\hat{\beta}_k$)	1.454	−0.00897	−0.0308	−0.0115	−0.00708	0.770	−0.561

注）　$P_n(A)=\dfrac{e^{\beta' XAn}}{e^{\beta' XAn}+e^{\beta' XTn}}$

A：自家用車利用，T：公共交通機関利用

8.　集計化 (Aggregation)

前節までの議論は，ある母集団に含まれる個人個人が，どのような要因にもとづいてどのような交通機関選択を行なうかをみてきたものである．しかし，実際の交通計画を検討する場合には，母集団全体について，どんな交通機関分担がなされるかという情報が必要となる．そこで，非集計モデルから集計化されて情報を得るための方法論がなくてはならない．

いま，母集団を T とし，個人 n が代替案 i を選択する確率を $P_n(i|x)$ とする．ここに X は，個人 n の選択行動に影響を与えるすべての属性である．また，$P(x)$ を，個人 n の属性の母集団全体にわたる分布であるとする．このとき，求める集計化された交通機関分担率は，$P_n(i|x)$ の期待値であるから，$E[P_n(i|x)]=\int_x P_n(i|x)P(x)dx$ と書ける．これが，非集計モデルから母集団全体について集計化された情報を得るための一般式である．その推定方法として通常よく用いられる方法は，分類法(classification)と呼ばれる近似法である．これは，母集団 T を属性 X によって G 個のグループに分類し，それぞれのグループを代表する平均的属性 $\bar{X}_g(g=1,2,\cdots,G)$ を有する個人 n が代替案 i を選択する確率 $P_n(i|\bar{x}_g)$ を計算する．いま，母集団 T の構成員の数を N_T，いくつかに分類されたグループの構成員の数を $N_g(g=1,2,\cdots,G)$ とすれば，近似解としての集計化された交通機関分担率 $W(i)$ は

$$W(i)=\sum_{g=1}^{G}\frac{N_g}{N_T}P_n(i|\bar{x}_g)$$ で与えられる．

9.　ケース・スタディ

アメリカ合衆国政府のワシントン首都圏委員会が1968年にワシントン首都圏に住む 1,136 人の労働者に対しインタビューを行なって得た通勤のための交通機関選択に関する調査結果にもとづき，MITのスティーブン・R・ラーマン教授がロジット・モデルを構築している．その結果を表 1 に示す．所要時間に関する変数は，共通変数(Generic Variable)として扱われているのに対し，交通費用に関する変数は代替的特性変数 (Alternative Specific Variable)として扱われている．これは，交通機関の所要時間は交通機関を利用する個人にとっては，自家用車であろうと公共交通機関であろうとまったく同一の限界的効果をもつのに対し，交通費用の違いは，自家用車と公共交通機関とでは，別々の限界的効果を有していることを示している．また，ダミー変数としてとり扱われている自家用車保有状況とダウン・タウンに職場が

あるか否かの属性については，前者がその係数にプラスの符号をもち，後者がその係数にマイナスの符号をもつことも交通機関選択をする個人の意思決定プロセスをよく表現している．つまり，自家用車を現在所有しているという事実は，当然，通勤用にも自家用車を使用するという傾向に加勢することになる．いっぽう，職場がダウン・タウンにある場合，ダウン・タウンの車両混雑のため自家用車による通勤時間の不確実性が高まるので，自家用車でダウン・タウンに乗り込むことを思いとどまらせる傾向があることがモデルによって裏づけられている．

10. あとがき

以上の非集計モデルの解説は，筆者が1983年から1984年にかけて学習したMIT総合交通研究所のM・ベン・アキバ教授およびスティーブン・R・ラーマン教授が講義に用いたテキストにもとづいて筆者がとりまとめたものである．もちろん，本稿は，非集計モデルの入門的解説の域を出ていないが，上述のテキストにおいて，条件付や多次元・多段階の交通機関選択，住宅地選択等を説明する理論が展開されており，現実の種々の選択過程の分析法がいかんなく示されていることを付記する．理論面で完成をみるに至った非集計モデルが，今後，実用面でどしどし成果を上げていくことを期待するものである．

IFORS加盟の各国OR学会住所をお知らせします．1984年最新版です．国際会議の問合せ，文献入手などにご利用ください．（その10）（その1は1984年11月号，その2は12月号，その4～9は1985年1月号に掲載）

33. UNITED KINGDOM:

Operational Research Society (ORS).
PRESIDENT: Dr. R. S. STAINTON. c/o Neville House, Waterloo Street. Birmingham 82 5TX, U. K. (phone: 021 643 0236).
REPRESENTATIVE: Mr. Keith RAPLEY, Information Management Executive Operations, British Airways, Speedbird House (S280) P. O. Box 10, Heathrow Airport (London)Hounslow, Middlesex, TW6 2JA.
SECRETARY & GENERAL MANAGER: Mr. R. A. SHOWELL, ORS, Neville House, Waterloo Street, Birmingham B2 5TX

34. UNITED STATES OF AMERICA:

Operations Research Society of America (ORSA).
PRESIDENT: Dr. Michael E. THOMAS, Director, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332
REPRESENTATIVE: Dr. William P.PIERSKALLA, Deputy Dean for Academic Affairs, The Wharton School, Suite 1000, SH-DH, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104.
SECRETARY: Prof. Judith S. LIEBMAN, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois, 1206 West Green Street, Urbana, IL. 61801.

35. YUGOSLAVIA:

Yugoslav Society for Electronics, Telecommunications, Automation and Nuclear Engineering (ETAN), O. R. Section.
PRESIDENT: Prof. Ahmet MANDZIC, Faculty of Electrical Engineering, Sarajevo
REPRESENTATIVE: Radivoj PETROVIC, Mihailo Pupin Institute, Volgina 15, 11000 Belgrade
SECRETARY: Dusan HRISTOVIC, ETAN, Kneza Milosa 9, Belgrade