多段階の物流と不確実性

圓川　隆夫

1.　はじめに

生産,流通のマネジメントとORの接点として,在庫問題があげられる.生産および流通を,原材料から最終製品,さらに工場から小売店を経て顧客の手にいたるまでを,物の流れ(物流)としてながめると,多くの在庫点からなる多段階在庫システムとしてとらえることができる.経済企画庁「国民経済計算」(1983)によれば,昭和56年末でGNPの約23%に相当する在庫(約2.8カ月分の生産量に匹敵)が蓄積され,この在庫の変動が景気循環に与える影響は周知のところである.

われわれの経済活動の中で必要とされる在庫はその在庫のはたす機能の立場から,マギー[3]により変動在庫,ロットサイズ在庫,見越在庫に分けられている.この中で変動在庫(いわゆるバッファ)を必要とする理由は,物流にリードタイム(生産,輸送の遅れ,情報の遅れ)が存在し,かつ需要あるいはリードタイム自身に不確実性をともなうからである(どちらか一方が存在しなければこの在庫は必要としない).多段階在庫システムにおいて,各在庫点が独立に需要を予測し,生産計画,在庫ポリシーを用いたとき,最終段階の小さな需要の変動が下位の段階(生産の場合には原材料,流通の場合には工場倉庫に近いほう)に大きな変動を生じさせ,これにともない大きな在庫を強いることは,ForresterのIDモデルを引用するまでもなく明らかであろう.

ところで,伝統的な在庫理論では,EOQ(経済発注量)にしろ発注点方式にしろ,本質的に1つの在庫点の問題であり,需要はスムーズで,不確実性に関しては需要のバラツキを過去のデータより推定することを前提として成り立っていた.ところが実際の物流の場では,ある段階の在庫点の需要は,それよりも上位(最終製品,最終需要に近いほう)での生産あるいは補充指示に依存しているし,特に多品種少量生産のもとでは,上位段階はまだしも,下位段階ではある一定量の需要が間欠的にやってくるというのが現実であろう.

このような状況のもとに,伝統的在庫理論の適用範囲はいちじるしく狭ばめられつつある.いっぽう,最近の生産管理では,在庫ゼロのかけ声の中で,MRPに代表されるように,最終製品の計画期間内の需要(所要量)を確定させ,それを構成する部品の生産リードタイムを逆算し,タイミングをはかって生産することにより,変動在庫を排除しようという製品中心主義の考え方が採用されてきている.これは,工程間の在庫点に在庫をもつことによって,変動を吸収し,かつ生産リードタイムを短縮しようという部品中心主義から,いわば生産の原点にもどったものである.多品種少量生産のもとでこれを可能にしたのは,コンピュータによる生産計画,進捗管理のたまものであり,段取時間の削減などの生産リードタイムの短縮の努力があったからこそである.ここで注意す

えんかわ　たかお　東京工業大学　経営工学科

べきことは，ＭＲＰにおいて，最終製品の需要は確定しているのではなく，確定させているのである．確定できないのにこのシステムを導入して，いたずらに計画変更をすれば，生産を混乱させるばかりである．たとえ確定できたとしても，流通の段階での最終需要の変動があるかぎり，そのぶん流通のどこかの段階で余分な在庫を製品在庫としてもつことになるだけであり，物流システム全体としての立場からは，必ずしも根本的な解決にはなってはいないし，ましてや流通の段階への適用は困難である．

前置きが長くなったが，それでは多段階の構造，すなわち最終需要から従属的にそれより下位の需要は生成されるという多段階在庫システムのもとで，最終段階の需要の変動にうまく対処していくためにはどのようにしたらよいだろうか．本稿においては，echelon stock と呼ばれる概念を用いることによって，変動を増幅させない方法を中心に，その対処法についてふれることにする．

2. echelon stock 概念と，いわゆる多段階生産在庫問題

ある段階の在庫点の echelon stock とは，Clark 等［1］により，「その段階にある在庫と，すでにその段階を通過しまだシステムの中にある在庫の合計」と定義されている．すなわち，生産の仕掛，輸送中のものを含めて，自分より上位の段階にあるすべての在庫量を意味する．しかし，この概念が知られるようになったのは，多段階のロットサイズ決定問題，多段階生産在庫問題（Multi-echelon production/inventory problem）の定式化に使われるようになってからである．

この問題は，最上位，最終段階での需要は連続で一定という仮定のもとに，単位期間当りの各段階での保管費用と段取（発注）費用の総和を最小

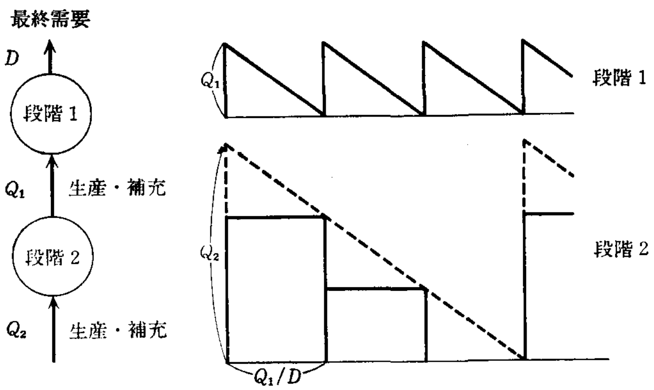

図 1　2段階在庫システムと各在庫点の在庫の推移（$Q_2=3Q_1$ のとき，実線：手持在庫，点線：echelon stock）

とするように，各段階のロットサイズを同時に決定しようというものである．すなわちＥＯＱの多段階への拡張である．これに関する研究は数多くあるが，生産，特に組立生産のモデル化である合流型（assembly type）のネットワークに関する Schwarz 等［5］の研究，流通に関するモデル化である分岐型（arborescent type）に関する Gvaves 等［2］の研究が代表的である．

この問題の定式化に重要な役割をはたすのが，echelon stock である．たとえば図１の左側に示すような２段階からなる直列システムで，しかも生産率が無限大の場合を考えよう．

各段階での生産（補充）ロットサイズを Q_j としたとき（ただし $Q_2=nQ_1$，n は自然数），図１の実線は，各段階の手持在庫の推移を示したものである（ただし $n=3$ の場合）．段階１では期ごとに D(＝一定)だけ連続的に減少してゆき，ＥＯＱの計算と同様に期当りの平均在庫量は，$Q_1/2$ と容易に計算できる．段階２ではどうであろうか．段階２では，段階１からの需要（補充指示）が，離散的な時点に Q_1 だけ発生するために，若干面倒なものとなる．この場合には $(2Q_2/3+Q_2/3+0)/3=Q_2/3$ と計算できるが，段階数が増え一般的な n について，しかも生産率が有限の場合に，これを求めることは，ほとんど不可能といえる．

そこで代わりに，段階２の echelon stock を考

えると(段階1の echelon stock は手持在庫と同じ)，段階1での在庫を加えることによって点線で示すようになり，平均echelon stockは，$Q_2/2$とただちに求めることができる．これはどのようなnのときでも成り立つ．

これからシステム全体の費用を求めるには，通常の段階jにおける1期間1個当りの保管費用h_j'の代わりに，段階jでのechelon stockにかかる保管費用h_jを考える必要がある．このh_jは段階jにおける付加価値に対する保管費用を意味し，保管費率をr，段階$(j+1)$からjでの付加価値をv_jとすれば，$h_j=rv_j$で与えられる．h_j'が求まっていれば$h_j=h_j'-h_{j+1}'$(最下位の段階では$h_j=h_j'$)の関係があり，この例のときには，$h_1=h_1'-h_2'$，$h_2=h_2'$である．このh_jを用いて，全体の費用は，

$$\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{K_jD}{Q_j}+\frac{Q_jh_j}{2}\right)$$

というように，形式的にはEOQを求めるときの式の単純な拡張として表現できる．ただしK_jは段階jの1回当りの段取費用である．保管費用をあらわす上式の第2項がこのように表わされることは，たとえば$n=3$のとき$Q_1h_1'/2+Q_2h_2'/3=Q_1h_1/2+Q_2h_2/2$となることから確かめることができる．

このような式は，生産率が有限な場合にはh_jの定義を若干変える必要はあるが，合流型にしろ分岐型にしろ一般にN段階の問題にも成り立つ．ただしこれは integrality assumption と呼ばれる段階jのロットサイズはそれよりも上位の段階のロットサイズよりも等しいかその整数倍となる場合に最適解がある(この例のときには$Q_2=n_2Q_1$)，という仮定のもとにである．後は，この式を最小化するようなQ_1および$n_j(j=2,\cdots,N)$を求める問題となり，Branch and Bound 法によって最適解が求められるが，その他に多くの heuristic 解法が提案されている．

このようにechelon stockという概念を用いることによって，下位の段階での需要が従属的に離散的に発生するという厄介な問題の定式化を，みごとに解決している．しかしここでのモデルはあくまで deterministic な問題であり，最終段階での不確実性は排除されている．しかも echelon stock の役割も，定式化のために導入されたものであり，いったんQ_jが求まってしまえば用のないものである．上で述べたechelon stockの特質から，これを常に把握することによって，多段階の問題に特有の変動の増幅といったことにもうまく対処できないか，というのが次の主張である．

3. echelon stock にもとづく変動の対処法

多段階在庫システムにおいて，最終段階の需要の不確実性に起因する各段階の需要の変動を対応するために，各段階でいわゆる発注点方式(s_j,Q_j)ポリシーを導入したとしよう．すなわち段階jの手持在庫(on order の在庫も含めた有効在庫を用いても以下の話は同じである)が発注点s_jを下回ったとき，Q_jだけのオーダーを発するものとする．ただしQ_jは前章などの方法によりあらかじめ決まっているものとする．

説明を簡単にするために，前章と同様に2段階の問題とし，次のような例題を考える．段階1での期当りの平均需要量$\bar{D}_1=10$，その標準偏差$\sigma_{D_1}=5$とし，$Q_1=100$, $Q_2=200$さらにそれぞれの補充リードタイムを$LT_1=1, LT_2=4$としよう．

段階1での発注点s_1は，よく知られた式すなわち$s_1=\bar{D}_1LT_1+k\sqrt{LT_1}\sigma_{D_1}$で与えられ，安全係数$k=2$とすれば，$s_1=20$と計算される．このうち安全在庫$ss_1=10$である．それでは段階2においても段階1とは独立に需要を予測し，発注点方式を用いたらどうなるであろうか．段階2での平均需要量は$\bar{D}_2=10$となるが，確率が0.9で$D_2=0$，0.1で$D_2=Q_1=100$となる．公式どおりにs_2を計算すると，$\sigma_{D_2}=\sqrt{0.1\times90^2+0.9\times(-10)^2}=30$であり，$s_2=10\cdot4+2\cdot\sqrt{4}\cdot30=160$となり，このうち安全在庫$ss_2=120$と計算される．しかし実際には120の安全在庫をもっていても，需要があるとき

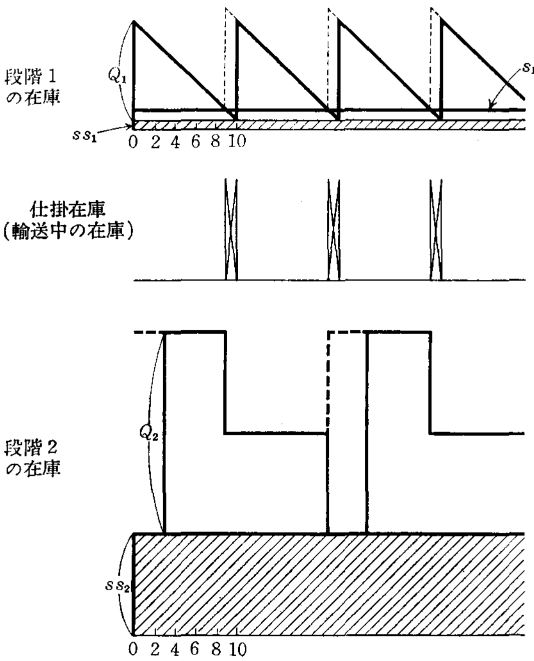

図 2 各段階が独立に発注点方式を用いたときの在庫の平均的推移(実線:手持在庫,点線:有効在庫)

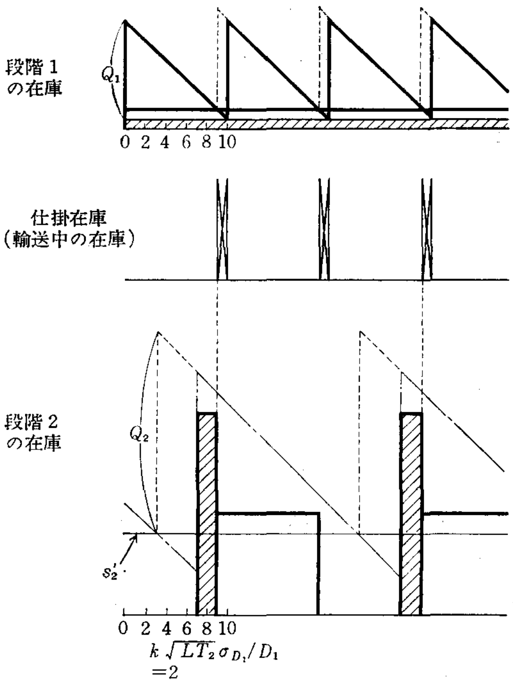

図 3 echelon stockにもとづく場合の在庫の平均的推移(一点鎖線:echelon stock,点線:on order を含めた echelon stock,手持在庫は斜線部分とその右の枠の部分のみ)

には 100 まとめてくるのであるから,安全在庫として意味をなすためには,100または200もつ必要がある.この場合 100としても,図2に示すように常にQ_1に相当する100の安全在庫(斜線部分)をもつ必要がある.ちなみにこのときの段階2における平均在庫量は210となる.

手持在庫をechelon stockに置き換えたらどうであろうか.段階1の場合には手持在庫とechelon stock は等しいために同じである.段階2においては,発注点の決め方を次のように変える必要がある.

$$s_2'=(LT_1+LT_2)\overline{D}_1+k(\sqrt{LT_1}+\sqrt{LT_2})\sigma_{D_1}$$

これは,s_1に段階2があたかも直接に最終段階の需要に接しているとしたときに計算される発注点をプラスした量に相当する.そして段階2における echelon stock をES_2と表示すると,$ES_2 \leqq s_2'$ ならばQ_2だけのオーダーを発するというやり方になる.

図3はこのやり方を適用した場合のES_2の平均的推移(一点鎖線,on oderを含めたものは点線)および手持在庫(安全在庫は斜線,ロットサイズ在庫は打点部分)の推移を示したものである.ここでの数値例では,$s_2'=(4+1)\cdot 10+2\cdot(2+1)\cdot 5=40+30=80$となる.この中で安全在庫に相当する30という数値にはあまり意味はなく,図中の斜線部分に示されているように($k\sqrt{LT_2}\cdot\sigma_{D_1}/\overline{D}_1=2$) 2期分,すなわち$LT_2$に相当する最終需要における変動分の安全在庫を,量としてもつのではなく,それを平均需要量で除した期数だけ,早くオーダーを出すことを示している.

この場合の段階2での平均在庫量は,$(100\cdot 10+200\times 2)/20=70$であり,図2の場合の210に比べて1/3となっている.またここでの安全在庫量はQ_1には依存せず,LT_2だけに依存しているため増幅されるといったことはおこらない.要するにechelon stockが,最終需要に従属して発生するQ_1の需要が発せられる時期を教えてくれているのである.

以上の問題は，2段階の場合で説明したが，容易にそれ以上の場合に拡張できるし，発注点方式を補充点方式に変えても，さらに定期発注の場合にでも応用できる．

期ごとのechelon stockを把握するということは，本質的には最終段階での期ごとの需要を知るということに対応する．このように，最終段階における需要を下位の段階にも知らせることによって，下位段階での不確実の増大が防げることは，かなり前から経験的に知られていたようである．マギーの文献［3］（pp. 121~130）にある基点在庫管理システム（Base stock system）もその1つである．echelon stockの概念こそ使われていないが，最終製品の期ごとの需要を加工工程の貯蔵場（在庫点）に報告し，この報告にもとづいて補充（加工）することによって，不確実性にもとづく在庫の増大を防ぎ得ることが述べられている．最近になってPetersonとSilver［4］は，echelon stockの概念をもち出して，Base stock systemの説明を試みているが，このときの発注点 s の決め方の記述はあいまいであり，問題がありそうである．

いずれにしても，マギーの時代では，生産はまだしも流通の場で，echelon stockあるいは最終段階での需要を逐一把握することは，それによって効果があることはわかっていても，実行することは困難であったであろう．しかし現在は，OA，SAの時代であり，POS端末や自社でコンピュータネットワークをもつまでもなくVANの利用により，容易に各段階でのechelon stockを把握できる状況にある．その意味で，最終需要の段階での不確実性を避けえない流通における変動在庫の削減に，ここで示した考え方は，意味をもってくるものと考えられる．

4. 小ロットによる変動の対処法

2で述べたintegrality assumptionによれば，下位段階のロットサイズは上位の段階よりも等しいか大きなものとなる．多段階生産在庫問題は，背後にMRPを想定し，MRPにおける下位段階のロット編成の最小の単位は，上位段階の需要をそのままロットとするlot for lotであるため，この仮定はあまり奇異に感じられないが，Szendovits［6］は，下位の段階のほうがロットサイズが小さい場合に，integrality assumptionのもとにおける最適解よりも総費用が小さくなる数値例をあげて反証している．事実，下位段階での段取費用が低くしかも生産率が高い場合には，下位段階に小ロットを用いてしかも上位段階の生産とオーバーラップさせて生産すれば，下位段階のロットサイズ在庫をいちじるしく節約できることから，容易にその反証が成り立つことを理解できよう．

この下位段階のほうが小ロットというもとでは，変動の増幅といったことはおこらず，多段階在庫システムといっても，不確実性に対する処置は本質的に各在庫点について，それぞれ1段階の問題としてとらえればよくなる．

その好例が，かんばん方式である．かんばん方式は生産計画の小さな変動をかんばん（以下AP）によって工程間をつなぐことによって，この変動をうまく吸収する方法として知られている．しかしかんばん方式自体は，突然唐突な言い方をすれば，有効在庫にもとづく1段階の $(s-1, s)$ ポリシーに相当するといえる．ここで需要は後工程の生産量，リードタイムは前工程の生産リードタイムであり，そしていちばん重要なことは，s が2工程間で運用されるAP枚数であるということである．すなわち在庫量はAP1枚当りの部品収容数を単位として測られる．

APとともに後工程に納入された部品が後工程で使用されると，その時点でAPは収容箱から離され（有効在庫が $s-1$ になったことに相当），それが前工程への生産指示すなわちオーダーを発することになる．前工程で回収されたAPはリードタイム後に，再び収容箱と一緒に後工程に納入さ

		日	1	2	3	4	5
		後工程生産量	100	50	50	100	100
収容数50	APの動き	後工程	①②	③④	④①②	①②③	③④
		前工程	③④	①②	③	④	①②
		前工程生産量	100	100	50	50	100
収容数100	APの動き	後工程	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{1}$	$\boxed{1}\boxed{2}$	$\boxed{2}$
		前工程	$\boxed{2}$	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	－	$\boxed{1}$
		前工程生産量	100	100	100	0	100

図 4 かんばん方式におけるAPの動きと収容数による変動の効果

れるが，それが使用されないかぎり，新たなオーダーが発せられることはない．ここで前工程からリードタイム後に後工程に納入する場合について説明したが，後工程が引き取りにゆく場合でも，在庫の観点だけからは，実質的な在庫点を前工程にするか後工程にするかだけの問題である．

このようなかんばん方式が，生産の変動を下位の工程に増幅させて伝えないために本質的なことは，ロットサイズに相当するAP1枚当りの収容数が，後工程の生産量よりも小さく設定されることである．たとえば，通常の後工程の生産量が100であり，このときのAP1枚当りの収容数を50と100に設定した場合を考えよう．前工程のリードタイムを1とすれば，APの必要枚数は，50のときには4枚，100のときには2枚となる．

図4は，後工程の生産量が2日連続して50に下り，その後100にもどったときのAPの動き，およびそれにともなう前工程の生産量の推移を示したものである．収容数が50の場合には，前工程の生産量は，リードタイム分だけのタイムラグで忠実に後工程の生産量をコピーしているだけであり生産の変動は増幅されない．これに対して100の場合には，第4日に前工程の生産は100から突然0となる．もし後工程の生産が第3日から100にもどったときには，収容数が100のときにはこのような変動はおきず，一見問題なさそうにみえるが，代わりに第2日で生じた50の余分な在庫をもちつづけることになる．そして再び後工程の生産が50になった翌日にその在庫が消える代わりに，前工程の生産量はその時点でやはり0となる．

このようにかんばん方式は，小ロットという条件のもとに効果が出る．そしてこの小ロットということは前工程の段取費用，時間の低減という生産技術上の問題が解決されてはじめて成り立つものである．でなければ，いたずらに前工程を混乱させるか，余分な在庫を前工程に強いることになる．さらにここでは，変動の増幅という立場だけから考えたが，最大生産量に合わせてAP枚数が決められることから，基本的に生産が平準化されていなければ，sの値が大きくなり，常に安全在庫をもっている状態となる．このことは，図4の例で，後工程の通常の生産量が50で，たまに100となる状況を考えればよい．このときでも必要なAPの枚数は変わらない．

5. おわりに

多段階在庫システムにおける不確実性の対処の仕方を，echelon stock という情報をうまく活用する方法と，小ロットという観点から述べてきが，前者はリードタイム一定という前提のもとでオペレーショナルに処理するやり方である．不確実性を前提とした変動在庫は，ロットサイズの影響を除けば，基本的にはリードタイムの短縮にかかっている．近年のOA化は，このリードタイムの構成要因の一つである情報の遅れをほぼ0にすることを可能にし，この面での寄与も忘れてはならない．いちどこの2つの観点から，OA導入の在庫の側面からの定量的評価を，具体的な事例に

照らしてやってみたいと考えている.

参考文献

[1] Clark, A. J. and Scarf, H.: Optimal Policies for Multi-echelon Inventory Problem, *Management Sci*. Vol.6, No.4 (1960), 475-490

[2] Graves, S. C. and Schwarz, L. B.: Single Cycle Continuous Review Policies for Arborescent/Inventory Systems, *ibid*, Vol. 23, No.5 (1977) 529-540

[3] マギー, J. F.: 松田武彦, 千住鎮雄訳: 生産計画と在庫管理, 紀伊国屋書店 (1961)

[4] Peterson, R. and Silver, E. A.: *Decision Systems For Inventory Management* and *Production Planning*, Wiley (1979) 450-456

[5] Schwarz, L.B. and Schrage, L.: Optimal and System Myopic Policies for Multi-echelon Production/Inventory Assembly System, *Management Sci*, Vol.21, No.11 (1975) 1285-1294

[6] Szendrovis, A. Z.: Comments on the optimality in "Optimal and System Myopic Policies", *ibid*, Vol.27, No.9 (1981) 1081-1087