研究レポート

ファジィ環境での多段階利益計画

道家　暎幸

1. はじめに

最近，経済・財政事情を背景にして，政府予算での「マイナス・シーリング予算」の導入が歳出規模の膨張を抑えるうえで注目されてきている．私企業においても，景気低迷と消費者の物ばなれから大幅な利益増大が見込めない今日，「マイナス・シーリング予算」「ゼロ・シーリング予算」を実践に移している企業は少なくない．

さらに全社的に利益構造を見直し，徹底したコスト・ダウン政策と外部環境の変化に適応できる経営戦略の選択がトップマネジメントの重要な課題となっている．また経営戦略の決定と同時にそれを具体化した経営計画の策定が企業の将来の事業分野や業務活動を方向づけるうえでの計画者の重要な仕事となろう．

今日のような企業環境の変化が予測しがたい，不透明かつ不確実な時代においては，長期経営計画を計数的に長期間にわたって立てることはむずかしいことと思われる．

しかしながら，きびしい企業環境のもとで，より合理的な経営管理を求めるとき，計数的な経営目標や経営計画が企業の活路を見いだすうえで重要視されることはいうまでもないことである．

しかし，実務面においては経営戦略の決定，経営目標の設定，経営計画の策定にさいし，その前提となる問題の認識，現状の把握，将来の予測などにともなう不確実性のもとで多くの意思決定が行なわれていることも事実である．それが原因で目標値と実績値との差異が生じている．実際の長期経営計画では，その差異をローリング方式などを採用し，毎年修正を行なっているのが現状である．

本稿ではかかる企業における不確実な部分を，より積極的に経営計画にとり入れるため，「ファジィ概念」を導入してみたいと思う．「あいまいな表現」での利益目標と制約条件のもとでの利益計画モデルを仮定して，これをファジィ環境での意思決定問題として扱うことにより最適計画案を求めようとするものである．

2. 経営計画と不確実性

わが国の企業をとりまく外部環境は，世界同時不況のもとで，社会・経済の動向が市場や製品にいちじるしく敏感に反応している．市場の情勢は，消費の低迷，消費者ニーズの多様化，ライフサイクルの短縮化，価格競争の激化，材料費の上昇，物価の沈静化，世間相場での賃金の決定，発展途上国の追い上げなどきびしい局面をむかえている．しかし企業はこれらの局面を乗り越えて，収益性，流動性，生産性を確保し，維持，発展していくためには，長期的な視点に立った将来の方向づけが必要となろう．

トップマネジメントは，企業の将来の方向づけから経営計画の決定までの過程で多くの意思決定を行なっている．これは企業が直面している問題を認識することからはじまり，外部環境を把握するとともに将来の予測を行ない，外部変化に適応できるような新しい販売戦略，技術戦略，異業種間提携，事業転換をも含んだ範囲での経営戦略の選択が，将来の事業の進路を決定するうえで最も重要視される．また，決定された経営戦略を実行に移すための経営目標や経営方針の設定，階層間・部門間の制約条件や要求水準に対する調整と優先順位づけも不可欠であろう．そして経営目標を達成するためのいくつかの経営計画案の策定，実行可能な代替案の評価と最適計画案の選定もトップマネジメントの重要な仕事である．

しかし，これらの過程でトップマネジメントは，多くの不確実性のもとでの意思決定を行なわなければならない．この不確実性が生じる原因として，次のような事柄があげられる．

(1)トップマネジメントや情報提供者が，問題の認識，

どうけ　ひでゆき　九州東海大学

現状の把握，問題の提起，将来の予測などに対する知識や情報の欠如.

(2)分析段階におけるモデル変数の選択やモデル構造の正当性の確認のむずかしさ.

(3)計画案の評価，代替案からの選択における妥当性の確認のむずかしさ.

実務上は，これらによって生じる不確実性に対し，適当な仮定や条件を設定し主観的に処理している場合が多い．しかし，これが原因で計画に狂いが生じるのは常である.

そこで不確実な要素をできるだけ経営計画にとりいれようとするとき，より現況に近づく反面，変数の数が多い大規模でかつ外部環境や人間的要素に作用されやすい複雑で競合的なシステムになるであろう.

不確実性を扱う概念としてファジィ概念がある．また不確実性の環境のもとで意思決定を行なう問題としてファジィ意思決定問題がある.

本稿では不確実性の環境のもとでの簡単な利益計画モデルをファジィ意思決定問題として扱ってみた.

3. 利益計画と利益計画モデル

利益計画は企業経営においてきわめて重要であり，利益計画によって財政的な将来の予測が理論的にも実践的にも行なわれなければならない．利益目標は目標売上高，目標純利益，目標総資本など，一般に多岐にわたる場合が多いが，利益計画はこれらの目標をバランスよく達成することが要求される．また利益計画を実現可能な計画として短期あるいは中期の計画として策定される.

企業利益は売上高と売上原価，販売費および一般管理費によって決まるが，これらが景気の動向や競争相手の行動，原価の変動によって影響を受けることはいうまでもない．特に将来の経営の事態がどう推移，発展するかの見通しが立てにくい状況のもとでは，あいまいな表現による利益目標（ファジィ目標）や，あいまいな表現による制約条件（ファジィ制約）での利益計画の策定も一案であろう．ここでファジィ目標とファジィ制約をファジィ環境と呼ぶ.

はじめに次のような利益計画を財務的側面からモデル化してみる．いま企業で決定された基本計画をもとに第 n 期先までの純利益と有効投資を予測する．ここでモデルを簡単にするため $n=5$ とする．各期の純利益は有効投資によって決まるものとして，各期の純利益を $v_1, v_2, \cdots, v_5$，また各期の有効投資を $u_0, u_1, \cdots, u_4$ と記号化する．ここで u_0 は来期の有効投資を表わすが，有効投資とは今期末の予測貸借対照表での流動資産と有形固定資産の合計に来期の投資額を加えたものを意味する．u_0 によって生じた来期の純利益を v_1 とする．来々期以降の有効投資と純利益についても同様の意味を表わす．これらの予測には不確実性がともなうので，有効投資や純利益はあいまいな表現をとったほうがより適当であろう.

次に各期末の総資本を $y_0, y_1, \cdots, y_5$ とする．ここで y_0 は今期末の予測貸借対照表に計上されている総資本である．来期末の総資本 y_1 は，来期に期待できる純利益 v_1 と y_0 の和である．来々期以降の期末の総資本についても同様の意味をもつ．これは次の関係式で表わせる.

$$y_1=y_0+v_1,\ y_2=y_1+v_2, \cdots, y_5=y_4+v_5 \qquad (1)$$

いま y_0 と v_i $(i=1, \cdots, 5)$ があいまいな表現をとれば $y_i(1, \cdots, 5)$ もあいまいな表現になる．このモデルは各期の有効投資が純利益を生み，純利益が総資本をふやすと仮定しているので有効投資を各期での制約条件，総資本を各期での達成したい利益目標と考えることができる．したがって，あいまいな表現による総資本と有効投資はそれぞれファジィ目標とファジィ制約になる.

4. ファジィ環境での多段階決定問題

ここでファジィ環境のもとでの多段階意思決定問題の一般的な考えを述べる前に B. E. Bellman と L. A. Zadeh[1] によって提案されたファジィ環境のもとでの意思決定問題をのべよう.

いま代替案の集合を $S=\{x\}$ とする．このときファジィ制約がファジィ集合 C，ファジィ目標がファジィ集合 G で表わされ，それぞれのメンバーシップ関数を $m_C(x)$，$m_G(x)$ で与える．このとき，意思決定でとりうる好ましい決定 D としては，ファジィ目標とファジィ制約を同時に満たす代替案のファジィ集合として，

$$D=G \cap C \Leftrightarrow m_D(x)=m_C(x) \wedge m_G(x) \qquad (2)$$

を考えればよい．ここで $\wedge$ は min を表わす．このファジィ集合 D のメンバーシップ関数 $m_0(x)$ の値を最大にするような代替案の集合 D^M を最大化決定という．つまり，

$$D^M=\{x^* \in S \mid m_D(x^*)=\max_{x \in S} m_D(x)\}$$

である．この関係を図 1 に示す.

この考えをもとにファジィ環境での多段階意思決定問題 [2] をまとめてみる.

いま時刻を $i=0, 1, \cdots, n$ とするが，ここでは問題を簡単にするために $n=5$ と限定する．また時刻 i でのシステムの状態を y_i とし，y_i は状態空間

$$S=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m\}$$

のどれかの値をとるものとする．そして時刻 i における入力を u_i とし，u_i は入力空間

$$T=\{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n\}$$

のどれかの値をとるものとする.

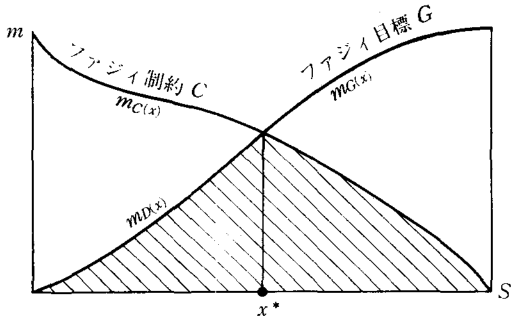

図 1 最大化決定と最大化決定集合

このシステムは，関係

$$y_{i+1}=f(y_i,u_i) \qquad i=0,1,\cdots,4$$

によってつぎつぎに次の状態が定められていくものとする．ここでファジィ目標は，最終時刻$i=5$での状態y_5の関数としてのメンバーシップ関数$m_{G_5}(y_5)$によって特徴づけられるファジィ集合G_5のみを考える．また入力u_i ($i=0,1,\cdots,4$) については，空間Tに関するファジィ制約$C_i(i=0,1,\cdots,4)$によって制約されるものとする．いま，われわれは，

$$m_D(\bar{u}_0,\bar{u}_1,\cdots,\bar{u}_4)=\max_{u_0,\cdots,u_4\in T}\{m_{C_0}(u_0)\wedge\cdots\wedge m_{C_4}(u_4)\wedge m_{G_5}(y_5)\} \qquad (3)$$

を満たす最大化決定の系列 ($\bar{u}_0,\bar{u}_1,\cdots,\bar{u}_4$) を求めることが目的である．ここで (3) 式に最適性の原理を用いると次の関係式

$$m_{G_{5-i}}(y_{5-i})=\max_{u_{5-i}\in T}\{m_{C_{5-i}}(u_{5-i})\wedge m_{G_{5-i+1}}(y_{5-i+1})\}$$
$$i=1,2,\cdots,5 \qquad (4)$$

が得られる．ここで，

$$y_{5-i+1}=f(u_{5-i},y_{5-i}) \qquad (5)$$

である．(4)式を順番に用いて後ろ向きに求めれば，

$$m_{G_4}(y_4),m_{G_3}(y_3),\cdots,m_{G_0}(y_0)$$

となり，最後に，

$$m_{G_0}(y_0)=m_D(\bar{u}_0,\bar{u}_1,\cdots,\bar{u}_4)$$

が求まる．

5. メンバーシップ関数の表現

いま対象になっている利益計画モデルをファジィ環境のもとでの多段階決定問題として扱うとき，有効投資はファジィ制約となり，総資本はファジィ目標となるが，これらのメンバーシップ関数を仮定してみる．

はじめに期末の有効投資を何らかの方法で予測するがこれを確定的な数値を用いず，次のようなあいまいな表現をとるものとする．

「第i期の有効投資はだいたいα円ぐらいを見込んでいるが，それ以上の金額はむりである」

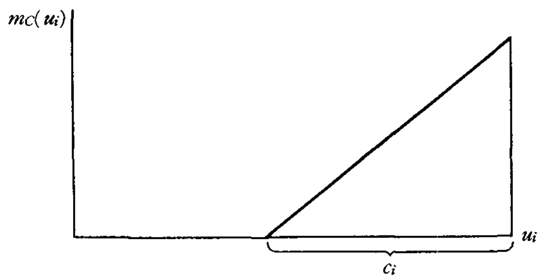

図 2 ファジィ制約U_iのメンバーシップ関数

このようなソフトな表現の制約をファジィ制約といい，そのファジィ集合を記号$U_i(i=0,\cdots,4)$で表わす．ファジィ制約U_0のメンバーシップ関数を主観的に次のような直角三角形で仮定してみた．

$$m_C(u_i)=\begin{cases}1-\dfrac{u_i-\alpha_i}{c_i} & :\alpha_i-c_i<u_i<\alpha_i\\ 0 & :\text{その他}\end{cases}$$
$$i=0,1,\cdots,4$$

このメンバーシップ関数を図 2 に示す．またファジィ制約U_iをそのメンバーシップ関数から(α_i,c_i) ($i=0,1,\cdots,4$)のように表わしてみる．

次に予測された純利益についても次のようなあいまいな表現をとる．

「第i期の純利益はだいたいβ円ぐらい見込めるが，それ以上の金額はむりである」

これをファジィ集合$V_i(i=1,2,\cdots,5)$で表わし，そのメンバーシップ関数も同様に直角三角形で仮定してみる．またこれを$(\beta_i,d_i)(i=1,\cdots,5)$で表わす．

次に総資本については，今期末の予測総資本についても同様のあいまいな表現をとり，そのファジィ目標をY_0とする．またY_0のメンバーシップ関数を直角三角形で仮定することにより，来期以降のファジィ目標$Y_1,Y_2,\cdots,Y_5$は次の拡張原理[3]によってすべて求めることができる．

$$Y_{i+1}=V_{i+1}+Y_i \qquad (i=0,1,\cdots,4)$$

これらのファジィ目標$Y_i(i=0,\cdots,4)$のメンバーシップ関数はすべて直角三角形になっていて，これらを(γ_i,e_i) ($i=0,1,\cdots,5$)で表わす．実際の計算は (4) 式によって実行されるが，有効投資が純利益に影響し，純利益が総資本に影響する関係をメンバーシップ関数にとりいれるため，(5) 式を次のように表わす．

$$y_{5-i+1}=y_{5-i}+\frac{d_{5-i+1}}{c_{5-i}}\{u_{5-i}-(\alpha_{5-i}-c_{5-i})\}+\beta_{5-i+1}-d_{5-i+1}$$
$$i=1,2,\cdots,5 \qquad (6)$$

表 1　各期のメンバーシップ関数

期	$m_C(u)$		$m(v)$		$m_G(y)$	
	α_i	c_i	β_i	d_i	γ_i	e_i
0	850	400	—	—	1034	400
1	880	410	30	10	1064	410
2	911	420	31	10	1095	420
3	944	430	33	10	1128	430
4	979	440	35	10	1163	440
5	—	—	37	10	1200	450

表 2　$m_{G_4}(y_4)$ の計算結果表

y_4 \ u_4	540	550	…	960	970	$m_{G_4}(y_4)$
730	0.00	0.01	…	0.03	0.03	0.03
740	0.00	0.02	…	0.05	0.05	0.05
⋮			⋮			⋮
1150	0.00	0.02	…	0.95	0.96	0.96
1160	0.00	0.02	…	0.95	0.97	0.97

これらの仮定のもとで，最大化決定の系列を求めてみる．

6. 数値計算例

以上でのべた方法を説明するために例題を示す．はじめに，ファジィ集合 U_i, V_i, Y_i のメンバーシップ関数について具体的な数値を仮定し，それを表 1 に示す．

次にメンバーシップ関数

$$m_{G_4}(y_4), m_{G_3}(y_3), \cdots, m_{G_0}(y_0)$$

の計算を行なう．はじめに $m_{G_4}(y_4)$を調べるため (4) 式と(6)式で $i=1$ とし表 1 からの数値を用いると(4)式は，

$$m_{G_4}(y_4)=\max_{u_4\in T}\{m_{C_4}(u_4)\wedge m_{G_5}\left(y_4+\frac{10}{440}(u_4-539)+27\right\} \quad (7)$$

と表わされる．ここで u_4 は区間 $T=[539,\ 979]$ の任意の実数値をとることができるが，計算の都合上 $T=\{540, 550, \cdots, 970\}$の値のみをとるものとする．また y_4 も区間 $S=[723,\ 1163]$ の任意の値をとるのでなく $S=\{730, 740, \cdots, 1160\}$ の値のみをとるものとする．

いま (7) 式に，たとえば $u_4=970$ とおくと，

$$y_4=\ 730: m_{C_4}(970)\wedge m_{G_5}(730+37)=0.97\wedge 0.03 =0.03$$

$$y_4=\ 740: m_{C_4}(970)\wedge m_{G_5}(740+37)=0.97\wedge 0.05 =0.05$$

…　………………

$$y_4=1150: m_{C_4}(970)\wedge m_{G_5}(1150+37)=0.97\wedge 0.96 =0.96$$

$$y_4=1160: m_{C_4}(970)\wedge m_{G_5}(1160+37)=0.97\wedge 0.99 =0.97$$

が求まる．さらに $u_4=960, 950, \cdots, 540$ のそれぞれの場合についても $y_4=730, 740, \cdots, 1160$ の値を(7)式に代入して計算を行なう．その結果を表 2 に示す．

表 2 で $m_{G_4}(y_4)$の欄は各行の最大値である．

次に $m_{G_3}(y_3), m_{G_2}(y_2), \cdots, m_{G_0}(y_0)$についても，次のそれぞれの式を用い同様の計算を行なう．各式についての計算結果を表 3，表 4，…，表 6 としてまとめるが，ここでは記載しない．

$$m_{G_3}(y_3)=\max_{u_3\in T}\{m_{C_3}(u_3)\wedge m_{G_4}\left(y_3+\frac{10}{430}(u_3-514)+25\right)\} \quad (8)$$

$$m_{G_2}(y_2)=\max_{u_2\in T}\{m_{C_2}(u_2)\wedge m_{G_3}\left(y_2+\frac{10}{420}(u_2-491)+23\right)\} \quad (9)$$

$$m_{G_1}(y_1)=\max_{u_1\in T}\{m_{C_1}(u_1)\wedge m_{G_2}\left(y_1+\frac{10}{410}(u_1-470)+21\right)\} \quad (10)$$

$$m_{G_0}(y_0)=\max_{u_0\in T}\{m_{C_0}(u_0)\wedge m_{G_1}\left(y_0+\frac{10}{400}(u_0-450)+20\right)\} \quad (11)$$

ここで作成された表 2，…，表 6 から最適計画案を求めてみる．

はじめに，総資本の最大値 $y_0=1030$ から出発した場合を考える．表 6 で $y_0=1030$ の行の $m_{G_0}(y_0)$ と同じグレードの u_0 の値を見つける．この値を (6) 式に代入して y_1 の値を求める．y_1 について表 5 より同様の方法により u_1 の値を見つける．これをくりかえし行なうと最終的に u_4 の値と y_5 が求められる．そしてメンバーシップ関数を直角三角形で仮定したので，この系列$(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_4)$が最大化決定系列になっていて，これを最適計画案とすることができる．

次に総資本 y_0 を $y_0=1030$ 以外の値から出発した場合を考える．表 6 で y_0 の値の行の $m_{G_0}(y_0)$ の値と同じグレードの u_0 の範囲を見つける，それを $\{\bar{u}_0{}^L, \bar{u}_0{}^V\}$ で表わす．ここで $\bar{v}_0{}^L$, $\bar{v}_0{}^V$ はそれぞれ u_0 の範囲の最大値と最小値を示す．この範囲から (6) 式により y_1 の値が求まり，表 5 より同様の方法により u_1 の範囲 $\{\bar{u}_1{}^L, \bar{u}_1{}^V\}$を見つける．これをくりかえし行なうと最終的に範囲 $\{\bar{u}_4{}^L, \bar{u}_4{}^V\}$ と y_5 が求められる．

これらの手順によって得られた各期の範囲 $\{\bar{u}_0{}^L, \bar{u}_0{}^U\}$, $\{\bar{u}_1{}^L, \bar{u}_1{}^U\}, \cdots, \{\bar{u}_4{}^L, \bar{u}_4{}^U\}$ を図 3 に示す．

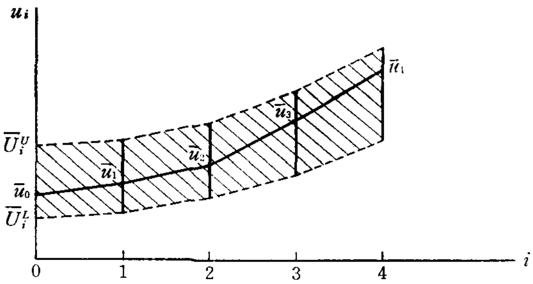

図 3　すべての解の系列

図3で斜線の部分がすべての解の系列で$(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_4)$も１組の系列になっている．これらの系列の中で目標総資本y_5を達成し，各期の有効投資を最小にするという意味で$(\bar{u}_0{}^L, \bar{u}_1{}^L, \bar{u}_4{}^L)$を最適計画案とする．

そこで$y_0=1030$と$y_0=1000$から出発した場合について，求められた最適計画案をそれぞれケース１，ケース２として次に示す．

ケース１

$y_0=1030$　　$y_5=1190$

期	0	1	2	3	4
$\bar{u}_i$	850	880	910	940	970

ケース２

$y_0=1000$　　$y_5=1160$

期	0	1	2	3	4
$\bar{u}_i{}^U$	850	880	910	940	970
$\bar{u}_i{}^L$	810	850	880	910	940

これからケース１は(11)式から(7)式まですべてにおいて最大のグレードに対応する$u_i\,(i=0, 1, \cdots, 4)$を順次追っていったことになり１組の最大化決定系列が最適計画案になっている．ケース１以外はケース２のように多くの解の系列をもち$(\bar{u}_0{}^L, \bar{u}_1{}^L, \cdots, \bar{u}_4{}^L)=(810, 850, \cdots, 940)$が最適計画案となる．これからファジィ環境のもとでの多段階利益計画に１組の最適計画案が得られることが確かめられた．

参考文献

[1] Bellman, R. E. and Zadeh, L. A., "Decision Making in a Fuzzy Environment", Management Science 1970, 17, 8141～8164

[2] 西田・竹田，"ファジィ集合とその応用" 1978，森北出版

[3] 田中・上嶋・浅居，"ファジィ関数による線形回帰モデル", Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 25, No. 2, June 1982

第10回国際ＯＲ会議報告

1. 会議名：IFORS '84

2. 会　期：８月６日～10日

3. 会　場：米国ワシントン特別市

4. 参加者：425名(参加国数38，日本人参加者31名)

国別参加者数

US	164	Finland	8
Canada	33	China	7
UK	32	Denmark	7
Japan	31	Australia	6
Germany	22	Switzerland	6
India	17	Austria	5
France	14	Egypt	5
Belgium	10	Ireland	4
Italy	9	Israel	4
Netherlands	9	Portugal	4
Argentina	3	Chile	1
Norway	3	Greece	1
South Africa	3	Hong Kong	1
Sweden	3	Malaysia	1
Korea	2	Mexico	1
New Zealand	2	Nigeria	1
Spain	2	Singapore	1
Yugoslavia	2	Thailand	1
Brazil	1	Turkey	1

5. プログラム：セッション数123(うちワークショップ15)論文数330，日本の発表は代表論文２，招待講演３，一般発表13

6. 次回(1987年)の開催国：アルゼンチン（ブエノスアイレス）