住宅ローンは利率の低いものから借りるのがいいのか

住友商事　大村　雄史

1.　はじめに

われわれが，住宅を購入するために，銀行等から金を借りる場合，一般に利率の安いものから借りたらいいとよくいわれる．しかし，本当にそうだろうか．

たとえば，次の表1のような融資が使える場合，どう組み合わせればいいだろうか．

この場合には，利率の低い順，つまり，甲，乙，丙銀行の順に目一杯借りるのがいいだろうか．

2.　立場による評価の違い

上記の問題は，すでにお気づきのとおり，評価基準が明確でないため，答えるのは困難である．そこで，次の4人の立場で考えてみたい．

(1)　Aさん

家を買うためには，1000万円を借りる必要がある．しかし，子供の教育費や両親の面倒もみなければならないため，毎月の返済は絶対に9万円以下にしたい．できれば毎月の支払は少なければ少ないほどよい．

(2)　Bさん

最低1000万円借りたいが，可能ならもう少し多く借りたい．しかし，毎月の返済は，9万円以下にしたい．

(3)　Cさん

1000万円借りたい．ただし，総返済額を最小にしたい．また，毎月の支払は9万円以下としたい．

(4)　Dさん

1000万円借りたい．借りる期間は，長期であるので，そのあいだには，貨幣価値の下落が考えられる．そこで貨幣価値の下落を考慮した総返済額(元金＋利子)，つまり，総返済額の現在価値（NPVと略す.)が最小になるようにしたい．毎月の返済額は9万円以下としたい．要約すれば，

- Aさん：毎月の返済額の最小化
- Bさん：借入額の最大化
- Cさん：額面の総返済額(元金＋利子)の最小化
- Dさん：総返済額(元金＋利子)のNPVの最小化

ということである．

このためには，AさんとBさんは，単位借入金当りの毎月の返済額が最小のものから順に限度まで借りればよい．これは，もちろん利率の低い順ではない．Cさんは，単位借入金当りの総返済額が最小のものから順に限度まで借りればよい．Dさんは，単位借入金当りの総返済額のNPVが最小のものから順に限度まで借りればよい．

以上を定式化すれば，次のようになる．

3.　定　式　化

(1)　元利均等返済の毎月の返済額は，

$$\frac{r_i \cdot (1+r_i)^{n_i}}{(1+r_i)^{n_i}-1} \cdot x_i \qquad (1)$$

ただし，

r_i：月利(1％なら0.01％)

n_i：返済回数

x_i：第i銀行からの借入額

表1　使用可能な融資

銀行名	年利率	返済方法	融資限度
甲銀行	5.4%	据え置きなし．15年間の毎月払い．元利均等返済	400万円
乙 〃	8.4%	〃　20　〃	300万円
丙 〃	9.0%	〃　35　〃	700万円

表 2　各銀行の返済条件

i	銀行名	年利率 (%)	月利率 (100 r_i %) r_i	総返済回数（月）n_i	単位借入金当りの毎月の返済額（注1）a_i	単位借入金当りの総返済額 $n_i \cdot a_i$	単位借入金当りの総返済額のNPV（注2）$\frac{1-\left(\frac{1}{1+d}\right)^{n_i}}{d} \cdot a_i$
1	甲	5.4	0.0045	180	$\times 10^{-3}$ 8.117866091	1.461215896	0.9718572301
2	乙	8.4	0.007	240	$\times 10^{-3}$ 8.615044953	2.067610789	1.218032179
3	丙	9.0	0.0075	420	$\times 10^{-3}$ 7.839929729	3.292770486	1.401097715

（注1）(4) 式を計算
（注2）仮に割引率を年6%とする．毎月の割引率 d は，
$(1+0.06)^{1/12}-1=0.00486755055$

(2) 元利均等返済の総返済額は，

$$\frac{n_i \cdot r_i \cdot (1+r_i)^{n_i}}{(1+r_i)^{n_i}-1} \cdot x_i \qquad (2)$$

（変数の意味は(1)と同じ）

(3) 元利均等返済の総返済額のNPVは，毎月の割引率を d(100d%) とすると，

$$\sum_{k=1}^{n_i}\left[\left\{\frac{r_i \cdot (1+r_i)^{n_i}}{(1+r_i)^{n_i}-1} \cdot x_i\right\} \Big/ (1+d)^k\right]$$

$$=\frac{r_i \cdot (1+r_i)^{n_i}}{(1+r_i)^{n_i}-1} \cdot x_i \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+d}\right)^{n_i}}{d} \qquad (3)$$

ここで，

$$a_i \equiv \frac{r_i \cdot (1+r_i)^{n_i}}{(1+r_i)^{n_i}-1} \quad \text{とおくと，} \qquad (4)$$

(1)式は　$a_i \cdot x_i$（＝毎月の返済額）　(5)

(2)式は　$n_i \cdot a_i \cdot x_i$（＝総返済額）　(6)

(3)式は　$\frac{1-\left(\frac{1}{1+d}\right)^{n_i}}{d} \cdot a_i \cdot x_i$（＝総返済額のNPV）　(7)

となる．

ここで4人の条件をLPの考えをもちいて定式化すると（**2** でのべたように，算数的な計算で十分答は求まるが），次のようになる．（単位は1000円）

• Aさん

$$\min \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot x_i \qquad (8)$$

$$\text{S.T.} \begin{cases} \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot x_i \leqq 90 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i = 10000 \\ 0 \leqq x_1 \leqq 4000 \\ 0 \leqq x_2 \leqq 3000 \\ 0 \leqq x_3 \leqq 7000 \end{cases} \qquad (9)$$

• Bさん

$$\max \sum_{i=1}^{3} x_i \qquad (10)$$

$$\text{S.T.} \begin{cases} \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot x_i \leqq 90 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i \geqq 10000 \\ 0 \leqq x_1 \leqq 4000 \\ 0 \leqq x_2 \leqq 3000 \\ 0 \leqq x_3 \leqq 7000 \end{cases} \qquad (11)$$

• Cさん

$$\min \sum_{i=1}^{3} n_i \cdot a_i \cdot x_i \qquad (12)$$

$$\text{S.T.} \begin{cases} \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot x_i \leqq 90 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i = 10000 \\ 0 \leqq x_1 \leqq 4000 \\ 0 \leqq x_2 \leqq 3000 \\ 0 \leqq x_3 \leqq 7000 \end{cases} \qquad (13)$$

• Dさん

$$\min \sum_{i=1}^{3}\left\{\frac{1-\left(\frac{1}{1+d}\right)^{n_i}}{d} \cdot a_i \cdot x_i\right\} \qquad (14)$$

$$
\text{S.T.}\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} a_i \cdot x_i \leqq 90 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i = 10000 \\ 0 \leqq x_1 \leqq 4000 \\ 0 \leqq x_2 \leqq 3000 \\ 0 \leqq x_3 \leqq 7000 \end{cases} \qquad (15)
$$

4. 計算結果

(1) まず，表1の各銀行の返済条件のデータから，計算に必要な数値を求めると前ページの表2となる．

(2) 表2の数値を用いて4人の借入額を求めると，表3となる．

表3 4人の借入計画（単位1000円）

	銀行	Aさん	Bさん	Cさん	Dさん
借入額	甲(限度4000千円)	3000	4000	4000	4000
	乙(限度3000千円)	0	307.489	3000	3000
	丙(限度7000千円)	7000	7000	3000	3000
	(合　計)	10000	11307.489	10000	10000
毎月の返済額	甲	24.354	32.471	32.471	32.471
	乙	0	2.649	25.845	25.845
	丙	54.880	54.880	23.520	23.520
	(合　計)	79.234	90.000	81.836	81.836
総返済額	甲	4383.648	5844.864	5844.864	5844.864
	乙	0	635.768	6202.832	6202.832
	丙	23049.393	23049.393	9878.311	9878.311
	(合　計)	27433.041	29530.025	21926.007	21926.007
総返済額のNPV	甲	2915.572	3887.429	3887.429	3887.429
	乙	0	374.531	3654.097	3654.097
	丙	9807.684	9807.684	4203.293	4203.293
	(合　計)	12723.256	14069.644	11744.819	11744.819

(注1) 実際には，端数の取扱方がいろいろあろうが，ここでは単に四捨五入とした．

(注2) 割引率は，年6％で計算したが，インフレが激しく，年12％とすると，毎月の割引率dは，

$d = (1+0.12)^{1/12} - 1 = 0.00948879292$

表2の右端の列の数値は，

甲銀行　0.6992208976
乙銀行　0.8137969891
丙銀行　0.8105820419

となる．

その結果，Dさんの借入額は，

甲銀行　4000(千円)
乙銀行　　0(千円)
丙銀行　6000(千円)

とするのがよい．

5. おわりに

以上のべたことは，よく考えれば，あたり前のことであるが，たとえばAさんの条件を満たすためには，一番利率の高い，しかし返済期間の一番長い丙銀行からまず目一杯借りるということは，直観的には思い浮かばないように思われる．

しかし，さらに現実的に考えれば，Aさんの毎月の支払いは，表3より79.234(千円)，Cさんは，81.836(千円)で，差額は2.602(千円)，いっぽう，返済総額は，Aさんは，27433.041(千円)，Cさんは，21926.007(千円)，差額は，5507.034(万円)である．もし，Aさんが毎月2602円を余分に支払うことが可能なら，借入先を変えることにより約550万円も返済額を少なくできるともいえる．

Dさんの考え方でいけば，毎年の物価上昇をどう見積るかにより，借入先の組合せが変ってくる．

結局は，表面に表われている数字にまどわされないで，実際に計算してみるということであろう．