# 確 率 の 影

小和田 正

大学などでＯＲの数学理論を講義していると，確率を使う部分で学生たちは何かと抵抗を感じていることを知らされることが多い．その理由をせんさくしてみると，おぼろげながら共通の原因が浮かびあがってくる．現在の学校教育の中で確率概念の取扱い方が定着していないこともあるが，それも確率概念のもつ「特異性」にその根をもっているように思われる．以前からこの問題を気にしながら教師としてなんら講義に工夫もしてこなかったという後めたさを覚えているのだが，今回本号の「確率」の特集に何か書けといわれた時，ふとこの後ろめたさを思い出し，引き受けてしまった．

この特集にふさわしい内容になったかどうかははなはだ心細く，後ろめたさの上塗りになってしまうかもしれないが，まずは以下の２人の同僚の教師（故あって氏名を秘す）の会話から意を汲んでいただければ筆者の後ろめたさもいくばくかは薄らいでくれるのではないかと期待する．

## 1. 確率論と決定論

「確率や統計はほかの数字とちがって，何かすっきりしない印象を学生に与えるようだね」

「どうすっきりしないんだい？」

「たとえば，コインを投げても，表と裏のどっちが出現するのか答えてくれないし，答えてくれるのは，それらの確率が 1/2 だとか意味不明の数だしね」

「わからんものはしょうがないよ」

「しかし，たとえば，このボールを指から離したらどんな運動をするか聞かれれば，地球の重心に向かって等加速度直線運動をするという答えと比べると，確率のほうの答は頼りないこと，はなはだしいじゃないか」

「そのボールの運動だって確率の言葉で述べることはできるよ．指をボールから離したら，その点からのびるいろいろな曲線にそって運動する可能性があり，そのうち地球の重心に向かう等加速度運動をする確率が１でその他の運動の確率は０であるという具合に」

「なるほど．くどい言い方だけど，まあいいだろう．それでもニュートン力学のほうが優勢だな」

「それではきくけど，ニュートン力学ではコイン投げの問題にはどう答えるのかね？」

「コインを投げる時の手首の状態などの初期条件がわかれば唯一の結論が出せるはずだ」

「投げる瞬間の手首の状態を測っている間にとっくに結果が出てしまい，実際には役立んだろうね．でも初期条件がわかれば答は出せるはずだということで，半分は妥協しよう．それでは量子力学の不確定性原理はどうなるかね．粒子の位置を知る時，その速度は確率分布しかわからないっていうのは．まさか人間の測定技術が未熟だからっていうんじゃないだろうね」

こわだ まさし 名古屋工業大学

「ふーむ．そんなことは言わないよ．そのことは，自然の構造自体に偶然性が内蔵されているといってもいいかな」

「だから初めにわからんものは仕方がないといったんだよ」

「考えてみれば，ニュートン力学も量子力学も，自然そのものではなくて，それぞれ1つの自然の捉え方だといえるね」

「確率論的見方と決定論的見方というわけだ」

「どちらが正しいということでなくて，どちらがより有効かということか」

「コイン投げには確率論が，ボールの運動には決定論が向いているわけだ」

## 2. 確率空間は見えるか

「ところでわれわれの日常生活では，決定論的発想のほうが，確率論的なものよりはるかに多いような気がするね．やはり人間には確率論的な発想法は苦手なところがあるんじゃないかい？」

「うーん率直に言えばそんな気がするなあ．ORでもずいぶん確率を使うけどね」

「どんな点で使いにくいのか考えてみようよ」

「人間はとかく唯一性を求めるという性向の分析も問題だけど，今は確率の概念のほうを問題にしよう」

「まずコイン投げの簡単な例をみると，表の確率が 1/2 だという情報を与えられたとしても，何かわかった気がしないね．確率 1/2 というのは2回に1回表が出るということでもないし，大数の法則を介在させて考えてみても，無限回コイン投げをやることは人間にできないし，たとえできたにしても，ちょうど半々に出てるという意味が少しあいまいだね」

「コルモゴロフ流の近代確率論の立場からは，確率はコイン投げの可測空間上の測度だという訳ですっきりはするね」

「それでもその測度は運命の女神チュケー以外われわれ人間の目で事前に見ることはできないよ．面積などの測度は目に見えるような気がするけどさ」

「確率 $P$ の実際は，統計的推定や検定を使うけど結論には誤りの確率がつきまとって，やはり気持わりーい」

「そもそも確率が定義されるべき可測空間もかなり気持わりーいよ」

「たとえば待ち行列を観測するとき確率空間は見えないね．確率変数のほうは見えるような気がするけど」

「ORの論文でもほとんど確率空間をもち出すことはないようだね」

「研究者同士ではお互いわかっているものとして省略してもいいんじゃないか」

「しかし実際確率空間の実現 (realization) は，なかなかむずかしいね」

「たいていは，確率空間 $(\Omega, \mathfrak{B}, P)$ 上の確率変数 $X_1, X_2, \cdots$ という具合に話をすすめ，時には，確率変数も言葉で述べるのみで，その分布だけをもち出すこともある．そこでは直観や意味が幅をきかせていて，やりすぎると結論までも『明らか』ということになりかねない」

「待ち行列の本でも，たいてい確率空間は明示されてないけど実際述べるとどうなるかな．時刻 $t$ の系内人数に注目するとして，人数だから負でない整数値の単純関数 $\omega=\omega(t)$ $(t\geq 0)$ の全体を標本空間 $\Omega$ とし，有限時刻 $t_1<t_2<\cdots t_n$，その時の関数値を指定し，それらの点を通る単純関数のなす部分集合たちの生成する $\sigma$-algebra を $\mathfrak{B}$ とするとして，ここまではいいね．確率をどう入れるかが問題だ．現実のモデルの分布を推定し，それに見合った確率をつくらねばならないが……これは実際には面倒だな」

「システムを定義づけている確率変数たちを探し（その時点ではまだ単に量としかいいようがないが），その分布のほうを推定し，それらがのっている確率空間が存在し，それらの量はその上の確率変数であるとみなしてしまうのが普通のやり

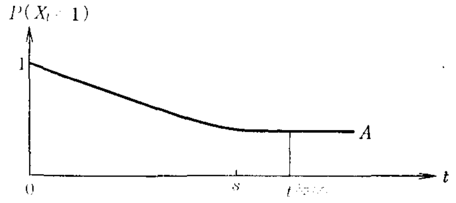


図 1

方じゃないか」

「それでも，まあいいとしよう」

「確率空間や確率変数が構成できたとしても，ここで大問題があるよ．つくりあげた数学的モデルが現実のモデルにどれだけ適合してるかを判定しなくては」

「数学モデルは人様が勝手につくりあげものだからね．数学ないし理論と現実の相剋か．認識論までいってしまいそうだね」

「理論は現実の近似値にすぎず，人間は常に現実によって疎外される」

「ORでは特に重要な問題だけど，近似が得られたということで，ここは通り抜けてしまおう」

## 3. 解析結果の解釈と適用

「さて数学モデルができあがり問題設定が終われば，ここから先は数学ということになるが，この部分をやる人は応用数学者とでもよべばいいのかな．誰がやってもかまわないけど，こういう人たちを養成するカリキュラムが日本の大学にどれだけ用意されているだろうか？」

「それも問題だけど確率にしぼろうよ．解析の仕方の応用と純粋数学者(こんな言葉あるかな？)の違いも目をつぶるとして，得られた結果の解釈や適用の仕方に問題はないかな？」

「あるある．たとえば極限分布――信頼性理論から極限アベイラビリティ $A=\lim_{t\to\infty} P(X_t=1)$ のとり扱い方を例にとろう．われわれは時刻0からはかって現在充分時間がたった時点に身を置いているとしよう．充分というのは問題だけど，ほとんど平衡状態に達しているということにしよう．すると目前のシステムが稼動する確率はほぼ$A$というわけだ．ここでシステムが自家用車であって修理や買換えを最適政策にしたがって維持してきたものとするとき，目前の車が動く確率がほぼ$A$であるといっていいだろうか？」

「君が述べた仮定のもとならそうなるはずだ」

「昨日新品に取り替えたばかりでも？」

「その情報があれば，今日は昨日からシステムが出発した今日のアベイラビリティになるはずだね」

「昨日の情報があるなしで，今日の車の性質が変わるのかい？」

「車の性質だけじゃなくて，観察者の立場にも関係するということだ．この例では昨日情報が入った時点で確率空間の設定を変えたといってもいいし，確率空間は変えずに昨日の状態の条件は確率で今日のことをみているといってもいい」

「最適政策も，途中で情報が入ったら取り替えるほうがいいともいえるかもしれない．とにかく確率は観察者の立場によって意味が変わるものだね．光をあてる方向によって物の影の形が変わるように」

「ただしこの例の場合，今日という有限な時刻で平衡状態にあるとしているが，平衡状態は$s>0$，$i$によらず $\lim_{t\to\infty} P(X_t=1|X_s=i)=\lim_{t\to\infty} P(X_t=1)=A$が成立することが多いから，今日が無限に遠い時刻(？)なら$A$は過去の経歴に関係しないことが多い．それに反して，今日$(t)$，$P(X_t=1)\fallingdotseq A$だとしても$P(X_t=1|X_s=i)\fallingdotseq A$かどうか，いいかえると $\lim_{t\to\infty} P(X_t=1|X_s=i)=A$ の収束の様子が$i$にどのように依存するかが問題だ」

「そういう問題は現実に適用するとき大事だけど，あまり論文もないようだね」

「アベラビリティのように確率は肌で感じることもできないし，実行の結果確かめることも困難な量だから，理論的にしっかり押さえておかないといけないね」

「何だかアベラビリティや確率は幻の量のよう

に思えてくるなあ」

「確率だけでなく，平均なども目的関数に用いられることが多いから，分散の解析もやらないとこれまた幻を追っかけてるようなものだ」

「無限計画期間の問題で単位時間当りの最大利益の極限を目的関数にしているときは，分散を0に収束しているから問題ないわけだけどね」

「それでも単位時間当りの利益の極限というのも気持わりーいね．わかるような，わからないような量だ」

## 4. むすび

「他にも，気になることはいっぱいあるけど，確率の概念のとり扱いはなかなかむずかしいといえそうだね．教育の面でもＯＲなどを使う現場にしても，われわれ研究者のはしくれとしても考えなきゃいけないことが沢山あるといえるだろ」

「確率の概念そのものに欠陥でもあるのだろうか？ しかし，それに替るアイデアはなさそうだね．人間の認識能力の構造的限界に原因があるのだろうか？」

「今そんなことをいっても始まらないよ．試行の結果，現象が唯一つ特定できないが，そのかわり，その確率法則は唯一つ定まるというのもカッコイイじゃないか．幻の確率の影を求めて今日も旅立つ…」

「何だそれは，悲観的なような楽観的なような」

「とにかく，今まで話し合ってきたことをかんがみると，実際的応用を意識すればかえって理論をもっと精密に推し進める必要性を感じさせるし，実際の問題へ理論を適用する時は理論の限界に注意しなければならないという現実と理論の相剋を研究や教育の場で，今よりはもう少しとりあげたほうが，みんなのためになるといえそうだね」

「学生などに，はじめからそのむずかしさを強調しすぎるのはかえって教育的でないんじゃないか？」

「強調するんじゃなく例などを多用して現実と概念や理論とをつき合わしてみせるのさ．さっきは言わなかったが，確率過程の path の概念なども，実際出現するのは１本の path だという意味で，もっと教育も研究もする必要があるだろう」

「来年度の講義ノートをつくるのは，しんどくなりそうだね」

「研究方向を定めるのもね」

「確率の影におびえてしまいそうだな」

「それは己の影さ」

## 「ＯＲ事例集」の編集作業報告

1975年に本学会の法人化記念も兼ねて発行された「ＯＲ事典」の事例篇を増補する形で，「ＯＲ事例集」発行の計画が立てられ，昨年末に当委員会が発足致しました．

その後，多くの会員の方々に，事例の推薦や執筆をお願いし，多大のご協力をいただき，約400篇の原稿を頂戴いたしました．この誌上を借りて，厚くお礼申し上げます．

編集作業もそろそろ終り，11月頃には発行できるだろうと意気込んでおります．「ＯＲ事典」の事例篇よりも100篇ほど多い，内容豊かなものになりますので，どうぞご期待ください．スタイルは「ＯＲ事典」とまったく同じで，各ページに２編ずつの事例を行数を揃えて収録しています．編集作業はその行揃えに苦労しました．そのため，いただいた原稿に手を入れさせていただきましたので，ご執筆いただいた各位には，その点ご諒承いただきたいと存じます．

編集作業をしていて，つくづく感じたのは，この８年間にＯＲの対象や使われる手法がずいぶん変わったということです．その実情に合わせるため，「ＯＲ事典」で採用した分類は若干変えざるを得ませんでした．この「ＯＲ事例集」ができ上がりましたら会員各位もぜひご自分の眼でそのことをお確かめください．いろいろな発見をなさることでしょう．

（「ＯＲ事例集」編集委員会　文責：森村）