書評

伊理正夫著 数値計算

朝倉書店　173ページ　定価2500円

評者は1年ほど前から不動点アルゴリズムの数値実験をやっている．$f: R^n \to R^n$ の作る方程式 $f(x)=o$ を解くのに，正則行列 A を用いて，$Af(x)=o$ を解いても同じことである．この A として，$f(x)=o$ の解 x^* での f のヤコビ行列の逆行列 $Df^{-1}(x^*)$ を用いると，x^* の近くでは $Af(x)$ は $Df^{-1}(x^*)f(x) \fallingdotseq x-x^*$ と簡単な線形関数に近い形をしているので都合の良いことが多い．もちろん，x^* が未知である以上，$Df^{-1}(x^*)$ は x^* の近似 $\hat{x}$ でのヤコビ行列の逆行列を数値的に計算したもので代えることになる．$f(x)$ が線形関数 $Bx+b$ であれば，$Df^{-1}(\hat{x})=B^{-1}$ と得られるはずであるが，数値微分の刻み幅にあたるものを小さくしていくと，$Df^{-1}(\hat{x})$ の近似は，B^{-1} からみるみるくずれてゆくのがわかる．各要素はぐずぐずとその形を変え，本来0であるべき所にくずれたカスが積ってゆく．このようなことを経験して以来，まじめに数値解析を勉強しなければと思っていたところへ，学会から本書が送られてきて，渡りに舟と読ませていただいた．したがって，このような評者には本書の書評を書く資格がないと思われるので，以下は本書の紹介であると読んでいただきたい．

本書は次の全11章より成る著者の構想の内の第1分冊ともいうべきもので，初めの3章より成っている．

第1章　反復と収束
第2章　非線形方程式
第3章　代数方程式
第4章　一次方程式系
第5章　行列の固有値問題
第6章　初等超越関数の計算と関数近似
第7章　内挿
第8章　数値微分
第9章　数値積分
第10章　常微分方程式の数値解法
第11章　偏微分方程式の数値解法

第1章では収束速度が定義されたあと，縮小写像の不動点を近似する反復計算過程が途中で混入した誤差を自動的に修正する自己修正機能をもつことが示されている．さらに，エイトケン加速や，ε−算法による加速についてもくわしい議論がされている．第2章では，まず非線形方程式(系)の解法として最もよく知られているニュートン・ラフソン法をとりあげ，解にある方程度近づいてしまえば導関数の計算をさぼってもかまわないが，関数値の計算は精度良くやる必要があること，第 ν 番目の近似 $x^{(\nu)}$ と真の解との差は，同方法の一段の修正量とほぼ同程度であることなどが，理論と数値例を織りまぜて示される．また，ニュートン・ラフソン法等の方法の大域的収束性を改善した方法として，減速ニュートン法，降下法，マルカール法，それに連続変形法と，その区分的線形近似版である単体法（メリル法）の説明がある．第3章では，まず多項式とその導関数を評価するホーナー法の精度について説明したあと，ベアストウ法，ベルヌーリ法，グレッフェ法等の歴史的に重要な方法の概説がある．ただし，実際の数値計算に役立たない事柄は，それが数学的に正しくとも書かないという本書の方針のため，これらの方法の記述は切り詰められている．さらに，多項式の減次について述べたあと，多項式に対するニュートン・ラフソン法の改良版と考えることができる平野の方法が説明され，室田氏による同方法の大域的収束性の証明が紹介されている．最後に根と係数の関係を用いて，多項式のすべての根を同時に求める方法が2種（いずれもニュートン・ラフソン法の変形とみなせる）が説明され，それが局所的収束性は優れているのみならず，かなり自由に選んだ初期値からでも収束することなどが説明されている．

どの章を見ても，理論的な説明と，それに続く数値例が，憎いほどうまく連係しており，まず理論的説明でなるほどとうなずき，数値例で再びなるほどと大きくうなずくといった調子であった．読者にはぜひ電卓を手元に置いて数値例を追試しながら読み進められることをおすすめする．そのさい，あまり有効桁数の大きくない電卓のほうが，各方法の差異が明瞭になって良いように思われる．手始めに，練習問題を1題：有効桁が10進4桁の計算で，2次方程式　$0.2876z^2-53.14z+9.872=0$ の根を求めよ．(本書の127ページ参照)

（山本芳嗣　筑波大学）