

# プロジェクト計画の最適化システム

石堂 一成

## 1. まえがき

大規模で長期にわたるプロジェクトの増加にもなって合理的な計画手法の必要性が強くなってきたのに応えるべく、筆者らはプロジェクトの種類・計画手法の適用目的に合わせていくつかのプロジェクト・マネジメント・システムを開発・実用化してきた[3]。本稿では、これらのうちから数理計画法による最適化実施の典型的な一例を選び報告する。具体的には、非常に大規模で離散的な数理計画問題を実際の観点からいかにして実用的に解き成果をあげているかについて報告する。

次章以下、問題の概要・解法・実用化結果について述べる。

## 2. 問題の概要

各種のプロジェクトのうち、フルターンキー・ベースのプラント建設プロジェクトではエンジニアリングおよびコンストラクションの両面からのプロジェクト・マネジメントが重要であり、総合的なプロジェクト・マネジメント・システムを開発し実用化している。ここでは、そのうちの建設機械計画サブシステムで数理計画法を適用している部分の問題の概要を示す。

(1) 工種区分 : 工事の種類を工種と呼ぶ。

いしどう かずしげ 三菱重工業

工種は、大区分・中区分・小区分に区分し、小区分段階では約400工種となる。

(2) 工種別工事量山積み : 数理計画法で扱う部分には、各单位時間ごとに消化すべき工事量を工種別に求めた工種別工事量山積みが与えられる。単位時間は通常、月を用い、単位工事量は工種ごとに適切な単位を用いる。ただ、どの工種でも1時間当りの平均工事量で各月の工事量を与えられる。これは、休日・天候・土質条件などのサイト特有の条件を考慮して計算されている。

(3) 建機種・建機クラス : 建設機械は、ブルドーザ・ダンプトラックというような種類に分けられる。この種類を建機種と呼ぶ。対象建機種の数は約100種である。建機クラスは、10トン型ブルドーザ・86トン型ブルドーザというような工事能力の異なる建設機械を区別するための分類である。建機クラスの数、建機種ごとに異なるが最大10クラス程度である。

(4) 建機種組合せケース : 工種によっては各種の工事機能をもつ建機種の異なる組合せによって遂行され得る場合がある。たとえば普通土掘削・積込・運搬・捨土という1つの工種は表1に示す(a)~(f)のような建機種組合せケースによって遂行され得る。建機種組合せケースの数は工種ごとに異なるが、最大10ケース/工種程度である。

(5) 工事機能 : 表1の例のように工種を構成する各種の要素的な機能を工事機能と呼ぶ。この例では、4つの工事機能によって工種が構成さ

表 1 建設機械の分担する工事機能の例

建機種 組合せケース	建機種	工事機能			
		掘削	積込	運搬	捨土
(a)	ブルドーザ	○	△	○	○
(b)	ブルドーザ	○			
	ホイールローダ		○		
	ダンプトラック			○	○
(c)	ブルドーザ	○			
	キャタピラローダ		○		
	ダンプトラック			○	○
(d)	パワーショベル	○	○		
	ダンプトラック			○	○
(e)	バックホー	○	○		
	ダンプトラック			○	○
(f)	モータスクレーパ	○	△	○	○

(△は実質的には不要)

れている。同一の工事機能をもつ複数の建機種が存在する一方、同一の建機種でも工種あるいは建機種組合せケースによって担当する工事機能が異なる場合がある。

(6) 最適化評価基準 : 建機費用を評価基準とし、購入済み建設機械も考慮に入れ、与えられた工事量山積みを消化するような建設機械の購入計画・運用計画を求めることになる。

(7) 最適化の困難性 : 最適化を困難にする要因として、工種の多さ・工事機能の組合せの複雑さ・建機種および建機クラスの多さ・建設機械台数の整数性等が存在し、結局、この問題は大規模で離散的な最適化問題となる。

### 3. 解法

#### 3.1 初期モデル

(1) 初期モデルの要点 : 全体を1つの最適化問題にモデル化する。具体的には、総建機費用を最小化するように各月・各工種ごとに新規購入分と購入済み分を区別して用途別に建機種・建機クラスごとの投入建機台数を求める。1つの工種

の遂行と同時に複数の建機種組合せケースを採用することを可能とする。以上の結果、利点として数式化が比較的簡明になる。

(2) 初期モデルの評価関数 :

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^2 (CR_{j,t,k,l} \cdot N_{t,j,t,k,l,m}) + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \{CI_{k,l} \cdot \text{Max}_{t \in \{1,2,\dots,T\}} (\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I N_{t,j,t,k,l,2})\} \rightarrow \min. N_{t,j,t,k,l,m}$$

CR : 建機ランニング・コスト係数(円/月・台)。

CI : 建機イニシャル・コスト係数(円/月)。

N : 建機台数。

t : 時間に関する添字。Tが全体の工期。

j : 工種に関する添字。Jが工種の総数。

i : 建機種組合せケースに関する添字。Iが工種ごとの建機種組合せケースの総数。

k : 建機種に関する添字。Kが建機種の総数。

l : 建機クラスに関する添字。Lが建機種ごとの建機クラスの総数。

m : 購入済み分と新規購入分とを区分する添字  
m=1…購入済み分。 m=2…新規購入分。

(3) 初期モデルの制約式 :

for  $\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, J\};$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^2 (P_{j,t,k,l} \cdot N_{t,j,t,k,l,m}) \geq Q_{t,j}$$

P : 各工事機能に対する各建機種組合せケースごとの各建機種・各建機クラスごとの時間当たり平均工事処理能力(工事量/h・台)

Q : 各工事機能の各月ごとの時間当たりの平均工事量(工事量/h)。

for  $\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\},$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, L\};$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I N_{t,j,t,k,l,1} \leq NUL_{k,l}$$

NUL : 各建機種・各建機クラスごとの購入済み建機台数。

(4) 初期モデルの実用性 : 初期モデルは容易に整数線形計画問題に変換できるから、実用的に解けるかどうかは問題の大きさに依存する。変

換後の変数および制約式の個数は次のとおり。変数の個数 $=2 \cdot T \cdot J \cdot I \cdot K \cdot L + K \cdot L$ 、制約式の個数 $=2 \cdot T \cdot K \cdot L + T \cdot J$ ;  $T=60, J=400, I=10, K=100, L=10$ であるから、変数 $=480,001,000$ 個、制約式 $=144,000$ 個となる。若干、問題を变形し、かつ取り扱える範囲を限定するとしても、 $T=30, J=10, I=6, K=25, L=5$ 程度にしかなできないから、変数 $=450,125$ 個、制約式 $=7,800$ 個となる。このように大きな問題は、整数性を無視するとしても実的に解くことは困難である。

そこで、初期モデルの基本的な考え方をできるだけいかにしながら、実的に解けるようなモデルを検討した。その結果、実用上のコスト・パフォーマンスも考慮して、最終的には次に示すモデルを採用することになった。

### 3.2 最終モデル

(1) 最終モデルの要点 : 問題の特性を活用して部分的な最適化問題に分割し、それらを全部解いて全体の最適解を求める。具体的には、総建機費用をほぼ最小化するように各月・各工種ごとに新規購入分と購入済み分を区別して用途別に建機種・建機クラスごとの投入建機台数を求める。工種を十分細分化すれば、1つの工事の遂行に同時に複数の建機種組合せケースを採用する必要性をなくせるから、比較して1つを採用する。ただし、月単位で採用するものが異なってもよい。複数工種に投入できる建機種は、重要な工種から投入する。以上の結果、計算時間が短くなる反面、解法が複雑になる。

(2) 最終モデルの解法 : 最終モデルでは、多数の部分問題を解いて全体の解を得る。部分問題の最小単位を問題 $(t, j, i)$ と表記するが、これは月 $t$ において工種 $j$ で建機種組合せケース $i$ を採用した場合の最適化問題を意味する。この部分問題を解くと、新規購入分とイニシャルコスト加算不要分に区分した建機種・建機クラスごとの投入建機台数および建機費用が求められる。

部分問題 $(t, j, i)$ を適切な順序で生成して繰返し解き、全体の解を得るが、その概略フローは図1のとおりである。図1中の記号の意味は次のとおり。

- $j''$  : 建設機械計画未決定の工種の添字。
- $j\star$  :  $\{j''\}$ のなかの最も重要な工種。
- $tj''$  : 工種 $j$ の工事量与えられている月のうち、建設機械計画未決定の月の添字。
- $t\star$  :  $\{tj''\}$ のうちの最も重要な月の添字。
- $i''j\star$  : 工種 $j\star$ の建機種組合せケースのうちそのケースを採用するとした場合の建設機械計画の試算を未実施であるケースに関する添字。

$U_{t,j,k,l}$ : 月 $t$ に工種 $j$ に投入し得るイニシャルコスト加算不要の建機種 $k$ 、建機クラス $l$ の総建機台数。ただし、

$$\{j''\} = \{1, 2, \dots, J\} \text{ の場合,}$$

$$U_{t,j,k,l} = NUL_{k,l}$$

(3) 部分問題 $(t, j, i)$ の評価関数・制約式:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^2 (CR_{j,t,k,l} \cdot N_{t,j,t,k,l,m}) + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (CI_{k,l} \cdot N_{t,j,t,k,l,2}) \longrightarrow \min. N_{t,j,t,k,l,m}$$

ただし、

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^2 (P_{j,t,k,l} \cdot N_{t,j,t,k,l,m}) \geq Q_{t,j}$$

for  $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall l \in \{1, 2, \dots, L\}$ ;

$$N_{t,j,t,k,l,1} \leq U_{t,j,k,l}$$

この問題は整数線形計画問題であり、大きさも変数 $\leq 200$ 個、制約式 $\leq 101$ 個となって十分実的に解ける。

(4) アルゴリズム : 部分問題 $(t, j, i)$ を解くためのアルゴリズムは図2に概略フローを示しているような分枝限定法のアルゴリズムである。 $[\bar{P}]$ は、もとの問題から整数性条件を除去したものであり、改訂シンプレックス法を用いて解く。分枝によって生成された部分問題を解く段階では双対シンプレックス法を用いる。活性節点の選択では最新の活性節点を選択する方法をとり、分枝

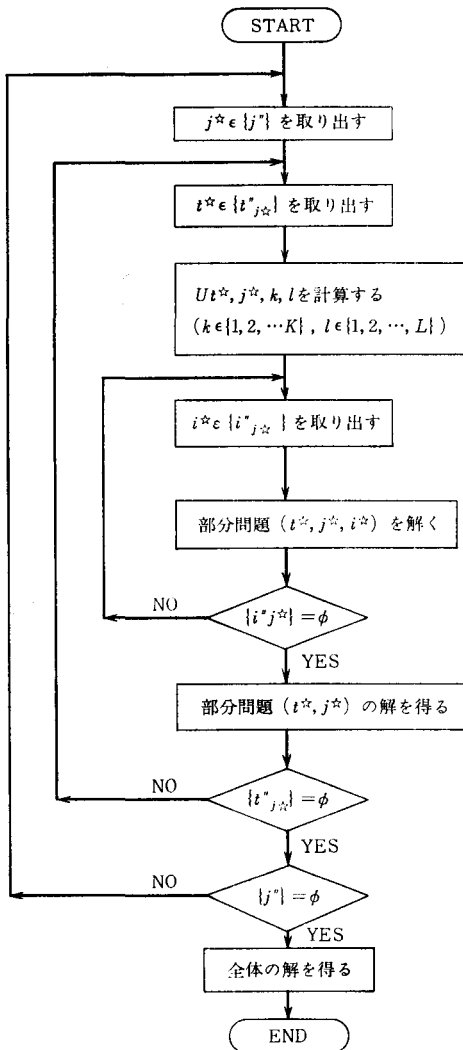


図 1 最終モデルの解法の概略フロー

変数の抽出では評価関数式で最大係数をもつものを選ぶ方法をとっている。

#### 4. 実用化結果

大規模で離散的な最適化問題を数理計画法によって実用的に解いた結果に關し、数理計画法の応用技術の側面および具体例の側面から述べる。

(1) 数理計画法の応用技術にはモデリング・トランスフォーメーション・アルゴリズムの3つの要素がある。今回の実用化ではこれらの要素が相

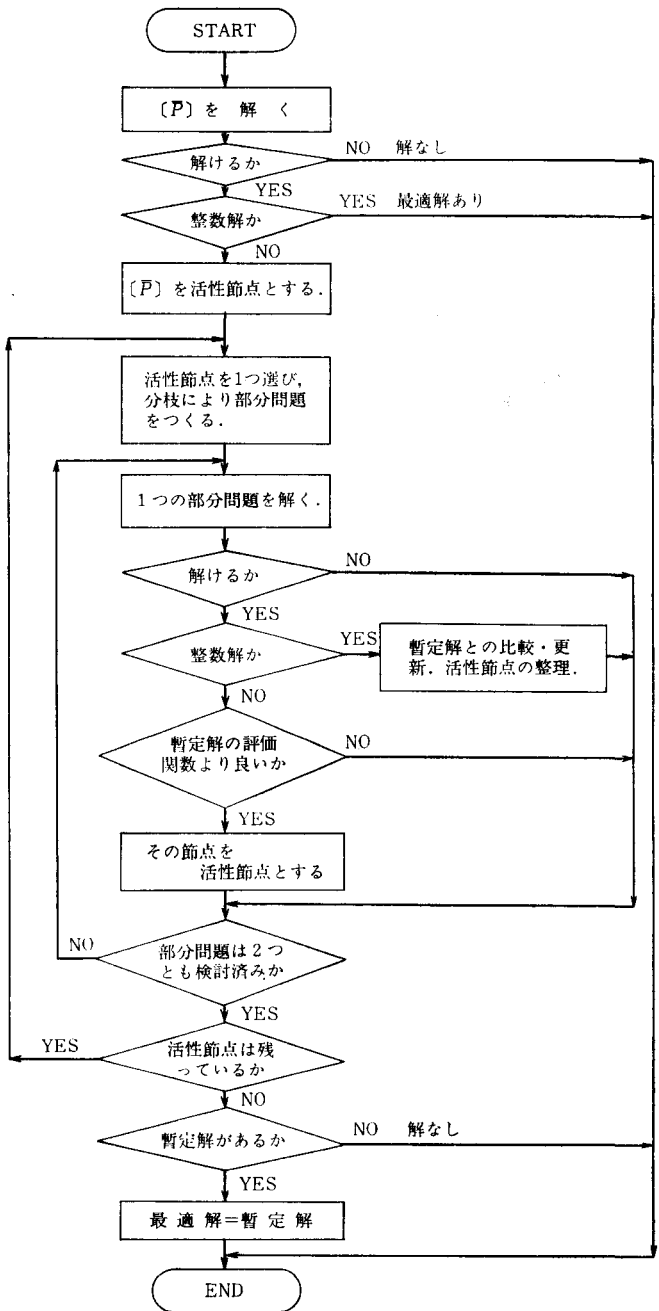


図 2 分枝限定法の概略フロー

補う形となって全体として有効に機能し、実用化が可能となった。

(2) 今回の応用技術上の課題としては、大規模性・離散性・最適化の度合・計算時間が主要なものであった。

表 2 最適化の度合の例

方 法	建 機 費 用 例			
	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
概 略 計 算	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
数理解画法による最適化計算	$0.81 \cdot C_1$	$0.95 \cdot C_2$	$0.65 \cdot C_3$	$0.79 \cdot C_4$

(3) 大規模性については、問題を小規模の部分問題に分割して解き、それらを合成することにより解決できた。この分割・合成は、具体例として取り上げた問題の固有の特性を主としてモデリング段階で利用したものである。

(4) 離散性については、アルゴリズム段階で分枝限定法を採用して解決できた。分枝限定法では活性節点および分枝変数の選択方法が問題であったが、活性節点は最新のものを選択する方法、分枝変数は評価関数式で最大係数をもつものを選ぶ方法を採用したところ、良好な結果が得られた。

(5) 最適化の度合についても、実用的に十分なものとなった。モデリング段階で問題の分割・合成を行なっているため、想定範囲外の特殊なデータを入力する場合には最適性が保証されない。しかし、通常の場合はほぼ最適と考えて支障ない。

(6) 具体的な最適化の度合は、たとえば表 2 の

ようになる。

(7) 計算時間については、最適化の度合を犠牲にしなくても現状で十分実用的なものになっている。具体的には、数十億円の建機費用となる場合の計算時間が IBM 3033 で CPU 5 分程度となっている。

(8) 以上からもわかるように、数理解画法による最適化の実用化によって十分満足のできる成果をおさめることができた。

具体例として説明したシステムの実用化は、社内関係部門の積極的な協力によってはじめて可能になったことを付言しておく。なお、末筆ながら、最適化の考え方についてご指導いただいた京都大学三根久教授に深謝の意を表します。

#### 参 考 文 献

- [1] Garfinkel, R. S. and Nemhauser, G. L. : Integer Programming, John Wiley & Sons, 1972.
- [2] 茨木俊秀: 整数計画法, オペレーションズ・リサーチ, Vol.15, No.9~Vol.16, No.1 (1970~71)
- [3] 石堂一成ほか: 不確定性をもつプロジェクトの計画評価手法, 三菱重工技報, Vol.13, No.6 (1976)



## 研究部会報告

### ●予測とその周辺課題●

日時: 4月14日(水) 18:00~21:00 場所 早大システム研15F 出席者 8名

議題 (1) 文献輪読: 予測モデルの選択について

小野氏: 鉄道技研

各種の定量的予測モデルの選択につき述べている。

ある1つのクラスのモデルが他よりも必ず良いということはない。予測者はモデルの選択において、コストやモデルの敏感性等を考えて選ばねばならぬ。

- (2) 文献紹介・局間呼量へのカルマンフィルターの適用  
阿部氏: 武蔵野通信  
その他スタインのパラドックスの話題もでた。

### ●未来分析●

●第1回 日時: 4月24日(土) 14:00~17:00

場所: 青山学院大学8号館第5会議室 出席者13名

議題: 日本の高齢化社会における医薬と福祉に関するシステム分析, 高森寛氏。

未来分析のメソドロジーとして、本質的支配要因が何であるかを明らかにすることを当面の研究課題としたが今回はその第1歩として老人医療費の増加要因を社会システムの見地からとりあげたものであった。その要因として、市場機能としての競争原理の欠如と、モラルハザードの2点がクローズアップされたのは、今後の研究に示唆を与えるところが大きかった。