

逆日影問題

—日影規制を考慮した最適建設可能領域の決定—

安永通晴・中元三郎・小林智子

1. はじめに

われわれが社会生活を営んでいくうえで、さまざまな法律や規制によって行動にある一定の制限が行なわれているのと同じように、建物を建てる場合にも建築基準法をはじめとする多くの法律や規則が定められており、設計者の発想やイメージだけをもとに計画や設計を行なっているわけではない。

建築における法規制の1つとして、建築物の規模形状を直接規制する形態規制と日照権問題から発展した日影規制がある。特に、企画・基本設計段階における日影規制の検討は重要な問題である。つまり、形態規制では事前に建築可能領域を知ったうえで計画を進めることができるのに対し、日影規制では、計画が終了しなければその適法性が確認できない。なぜなら、日影規制は建物自体がつくり出す日影時間数でその形状を規制しようとするものであり、規制値そのものが具体的に建築可能な領域を示しているものではないからである。したがって、一般には設計過程を何度もフィードバックする必要が生じ、設計者にとっては心理的、物理的負担が大きくなる。

逆日影問題とは、日影規制から直接的に最適建築可能領域を求めることをいう。この問題は、適

やすなが みちはる、こばやし さとこ 日本情報サービス(株) 応用技術部、
なかもと さぶろう (株)安井建築設計事務所電算室

当な離散化によって、0-1 混合整数計画問題に定式化することができる。しかし、ごく小規模な敷地を解析する場合でも、整数変数の数が数万個という大規模な問題となり、直接的に解くことは不可能である。

本稿では、逆日影問題の定式化の手順および精度とコストのバランスを考慮した近似解法の概要を紹介する。

2. 逆日影問題

2.1 形態規制と日影規制

形態規制は、敷地の形状とその周辺の状況によって、複数の傾斜面で構成される多面体として表現され、幾何学的計算でその形状を求めることができる(図1)。得られる制限領域は確定的な条件であるため、後述する逆日影問題に対して「自然な」建築上限値を与える。

日影規制の主な内容は、建築物が隣接地につながる一定時間以上の日影となる部分の制限である。規制は、冬至日における午前8時より午後4時までの時間帯で行なわれ、敷地境界線より水平距離でそれぞれ5m、10mを越える範囲で規制値以上の日影時間をつくってはならないとしている。その適法性は、建築物の形状や規模が確定した後電子計算機などによって図2のような日影時間図を作成しなければ確認できない。したがって、規制対象となる建物は原則として図3に示すような検討過程を経なければ、建築可能か否かの判断がで

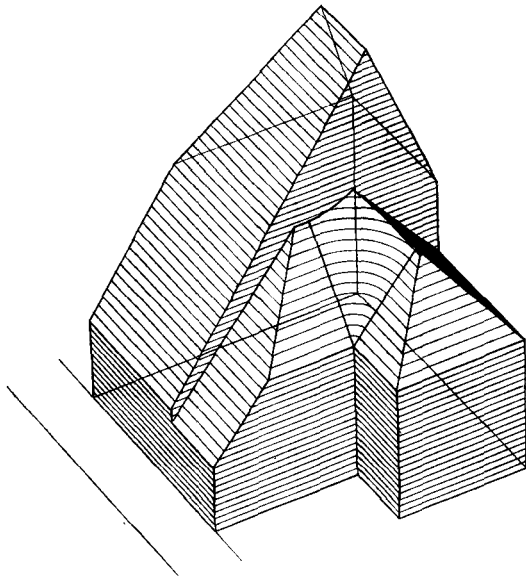


図1 形態規制による制限領域

きず、設計手間もさることながら、最初に立てた理想的な構想がフィードバックのたびに歪められていく恐れがある。

2.2 逆日影問題の定義

日影規制は総日影時間数だけが規制され、その時間帯に対する制約はないから許される影のパターンは無数に存在する。したがって、単に日影規制を満足する建物の形というものは無数に存在し、その中から前もって最も適切な形を見つけ出すこ

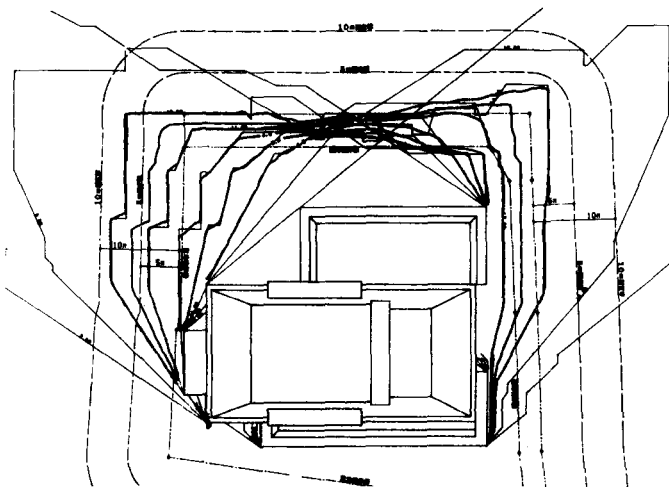


図2 建物の日影時間図

とは通常の方法では不可能である。そこで、建築最適性という条件を考慮して建築可能領域を確定させることを考えるが、建築最適性とは何かという問題がある。すなわち、単に容積が大きければよいのか、経済性を重視するのか、それとも芸術性が重要なのかというように、一般的には結論できない性質のものである。以上の議論から筆者らは、建築最適性の判断を一部設計者にゆだねながら容積を最大にすることを考え、容積以外の要求を建築上下限値の指定によってある程度与えることができるかと判断した。したがって、逆日影問題は次のように定義される。

逆日影問題

建設敷地Dにおいて、日影規制を満足するための各地点の許容高さを表わす関数 $h(x, y)$ のうち、全体の容積が最大になるものを求める。ただし、 $b'(x, y)$ 、 $b(x, y)$ をそれぞれ建築下限高さおよび建築上限高さとした時、

$$b'(x, y) \leq h(x, y) \leq b(x, y) \quad (1)$$

である。

2.3 0-1 混合整数計画問題への定式化

建設敷地Dをメッシュ $\{D_i; i=1, 2, \dots, N\}$ に

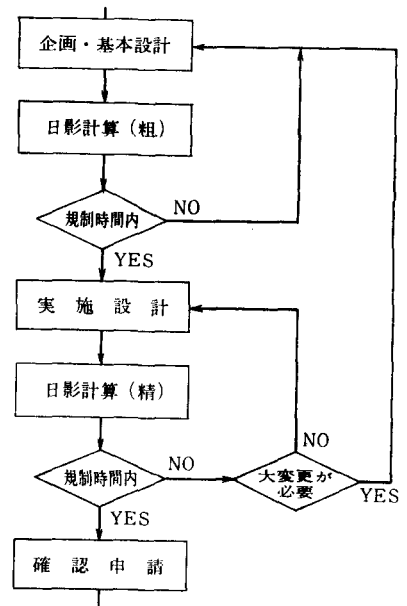


図3 実務設計における日影計算の利用

分割し、おのおのの許容高さを $\{h_i; i=1, 2, \dots, N\}$ とすると、目的関数 V (容積) はメッシュの面積が一定であるから

$$V = \sum_i h_i \quad (2)$$

となる。また(1)式は、おのおののメッシュ内において $b'(x, y)$ の最大値を b_i' 、 $b(x, y)$ の最小値を b_i とすれば、 $b_i' \leq h_i \leq b_i$ となる。

次に日影条件が満足されるべき 5 m および 10 m 測定線においても、ある間隔で代表点 $\{P_j; j=1, 2, \dots, M\}$ を選び日影条件をその代表点で満足させること考える。以後 P_j のことを観測点と呼ぶことにする。さて、 P_j における日影時間 f_j は $\{h_i\}$ の関数と考えられるので、規制される日影時間数を α_j とすると制約条件式は、

$$f_j(h_1, h_2, \dots, h_N) \leq \alpha_j \quad (3)$$

と表わすことができる。ここで、 f_j の具体的な構造を明らかにするために時間方向に対してある刻み ΔT で離散化し、その時刻点列を $\{T_k; k=1, 2, \dots, l\}$ とする。この時各 T_k での太陽光線の方程式が求まり各観測点 P_j に影響を与えるメッシュ列および可照たらしめる高さの上限を求めることができる。そのメッシュ列の添字の集合を I_{jk} とし、メッシュ $i \in I_{jk}$ における高さの上限を h_i^0 とすると、 P_j において時刻 T_k が日照であるためには、すべての $i \in I_{jk}$ に対して $h_i^0 > h_i$ でなければならない。したがって、0-1 整数値をとる補助変数 t_{jk} を導入して、

$$t_{jk} = \begin{cases} 1 & \dots P_j \text{ において時刻 } T_k \text{ は日影。} \\ 0 & \dots P_j \text{ において時刻 } T_k \text{ は日照。} \end{cases}$$

とし、 u を十分大なる正数とすれば、(3)式は複数個の線形な制約条件式に分解される。すなわち、

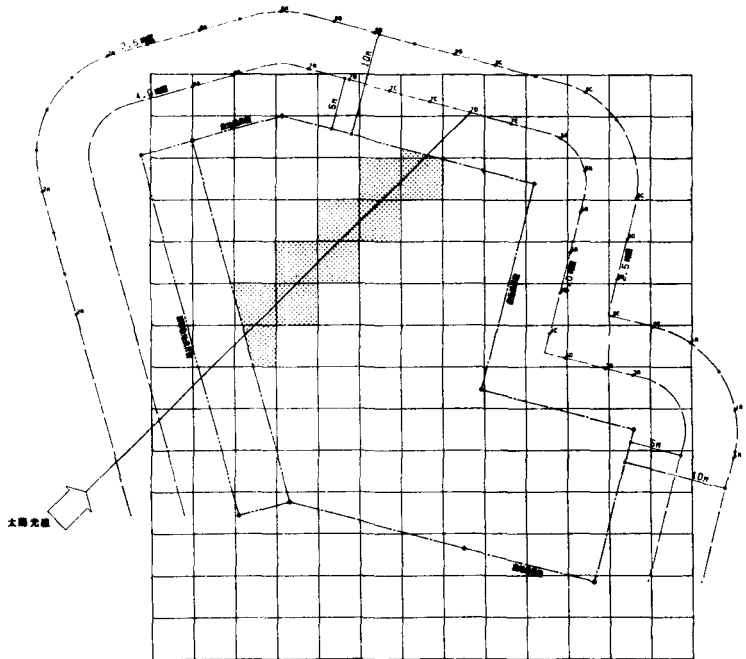


図 4 敷地のメッシュ分割および観測点

$$f_j = \Delta T \cdot \sum_{k=1}^l t_{jk} \leq \alpha_j \quad (4)$$

$$h_i - u t_{jk} \leq h_i^0 \quad (i \in I_{jk}; k=1, 2, \dots, l)$$

である。

以上から、逆日影問題は次に示すような 0-1 混合整数計画問題に帰着する。すなわち、ベクトル表現を用いて、 $\mathbf{h} = (h_i)$ 、 $\mathbf{b}' = (b_i')$ 、 $\mathbf{b} = (b_i)$ 、 $\mathbf{t}_j = (t_{jk})$ 、 $\mathbf{c}_j = (h_m^0, \alpha_j / \Delta T)$ ($m \in I_{jk}; k=1, 2, \dots, l$) とし、 \mathbf{h} および \mathbf{t}_j の係数マトリックスをおのおの \mathbf{A}_j 、 \mathbf{B}_j とすると、制約条件、

$$\mathbf{A}_j \mathbf{h} + \mathbf{B}_j \mathbf{t}_j \leq \mathbf{c}_j \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (5)$$

のもとで、 $V = \sum_{i=1}^N h_i$ を最大にする。ただし、 \mathbf{t}_j は 0 または 1 を要素とするベクトルで、 $\mathbf{b}' \leq \mathbf{h} \leq \mathbf{b}$ である。

2.4 考察

逆日影問題において、工学上要求される解の表現精度は 1 m 程度であるから、メッシュ間隔および観測点ピッチも 1 m 程度にする必要がある。また時間刻み ΔT も 2 分程度が望ましく、この時 1 観測点に対する整数変数の数は 240 となる。一方

対象とする敷地は、2000m² から 20000m² 程度の規模におよび、広範囲なものになる。今 2000m² 程度の敷地について考えると、メッシュ数2000, 観測点も 100 点は必要と思われ、小規模な敷地でさえ (5) は、実数変数 2000, 0-1 整数変数 24000 というきわめて大きな問題となり直接的には解くことができない。そこで筆者らは、日影計算の性質などを考慮して、元の問題を解の精度を保ちながら近似的に小問題へ分解する方法を試みた。

3. 逆日影問題の近似解法

3.1 問題の分析

この場合の近似解法とは結局実際に解く問題の規模の縮小を考えることであるが、そのためには元の問題の性質をよく考えてみる必要がある。さて日影現象の性質から次のことが推察される。

- (a) 日影パターン $\{t_j\}$ と h には関数関係が存在する。すなわち、 h は $\{t_j\}$ の決定にしたがうので、最適日影パターンの決定にのみ注目すればよい。
- (b) 隣接する観測点では、類似の最適日影パターンをもつ。
- (c) 最適日影パターンは、ある程度日影および日照の状態が連続している。たとえば 2 分おきに日影と日照が交互に現われることはない。
- (d) 1 観測点のみの制約による最適化問題は比較的簡単に解くことができるが、その重ね合わせだけでは、十分な近似解は得られない。観測点間の相互作用も考慮しなければならない。
- (e) 十分離れた観測点間では、その相互影響の程度が小さく、日影制約条件を独立して考慮することができる。

以上のことは、(5) の逆日影問題の小問題への分解の可能性を示唆している。

3.2 問題の分解

逆日影問題(5)を作用素 R で表わし、その問題を解くことを建築上限 $h^0 = b$ に R を作用させると考え、その解を $R(h^0)$ で表わす。また各観測点

1 点のみの制約による最適化問題を $\{R_j; j=1, 2, \dots, M\}$ とし、部分問題 R_j の h^0 に対する解を $R_j(h^0)$ で表現する。この時、2 つの部分問題 R_i, R_j の制約条件を連立させた新しい部分問題を $R_i \oplus R_j$ で表わすことにする。また、 $R_i \cdot R_j(h^0) = R_i(R_j(h^0))$ と定義し、 $R_i(h^0) \cap R_j(h^0)$ は $R_i(h^0)$ と $R_j(h^0)$ の共通部分を意味することにする。

さて、逆日影問題 R の近似を考えるが、一番単純な近似 \bar{R} は

$$\bar{R}(h^0) = R_1(h^0) \cap R_2(h^0) \cap \dots \cap R_M(h^0) \quad (6)$$

である。しかし、3.1 の(b)に述べたように、この近似では観測点相互間の影響がまったく考慮されないので、 h^0 が一定で十分低い場合しか近似解の精度は保証されない。

そこで、次の近似方法として初期上限 h^0 に始まって R_j をある順序で次々に作用させる方法が考えられる。たとえば、 $R_j \cdot R_{j+1}(h^0)$ は R_{j+1} の解を次の上限として R_j を作用させることであるから、 R_j においては一方向ながら R_{j+1} の影響が考慮されることになる。この時作用の順序が問題になるが、その最適な順序を $\{J_k; k=1, 2, \dots, M\}$ とすると、この時の近似 \tilde{R} は、

$$\tilde{R}(h^0) = R_{J_M} \cdot R_{J_{M-1}} \dots R_{J_1}(h^0) \quad (7)$$

となる。これは一般的に比較的良好な解を得るが、なお不完全である。なぜなら、部分問題を分解しすぎているため、各段階での最適決定が全体の最適性からみた時必ずしも適切な決定とはいえないからである。

以上から、部分問題 $\{R_j\}$ をある基準で適当に合成して、いくつかのグループを構成することが必要と考えられる。今、近似に対する許容誤差を ε とした時、グループ $\{G_a; a=1, 2, \dots, A\}$ を仮に次のような基準

$$\|G_a \oplus G_b(h) - \text{MAX}(G_a \cdot G_b(h), G_b \cdot G_a(h))\| < \varepsilon / A \quad (8)$$

を満足するように選べれば、グループの最適な作用の順序 $\{a_\theta; \theta=1, 2, \dots, A\}$ が存在して、

$$G(h^0) = G_{a_A} \cdot G_{a_{A-1}} \dots G_{a_1}(h^0) \quad (9)$$

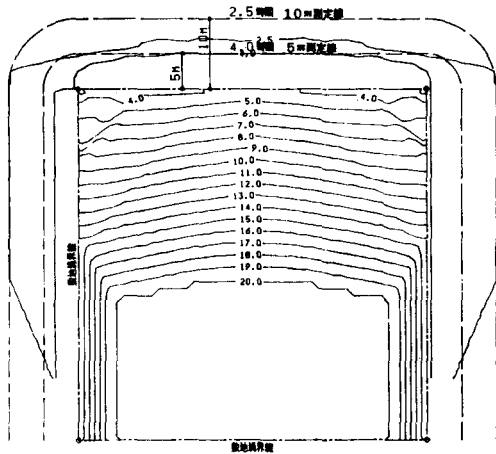


図 5 初期上限20mの場合の解の等高線表示

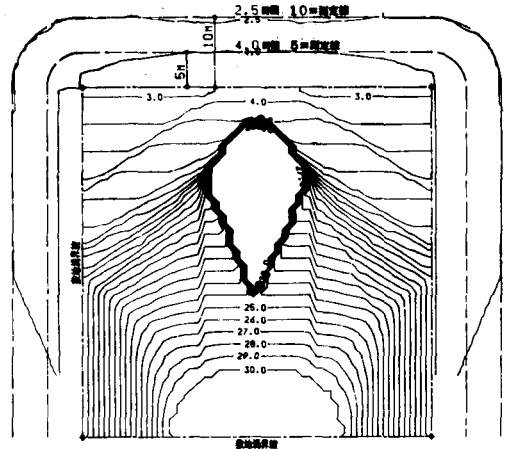


図 6 初期上限30mの場合の解の等高線表示

によって許容近似解を得ることができる。

3.3 近似解法

さて、逆日影問題を(9)式の近似解法で解くには、(8)式を満足するようなグループおよび最適作用順を見つけることが重要な意味をもってくるが、残念ながら(8)式を直接評価してグループを設定するのは困難である。ところで、最小の部分問題 $\{R_j\}$ は簡単に解くことができるので、初期上限 h^0 に R_j を作用させた時の h^0 の損失 $\|h^0 - R_j(h^0)\|$ および最適日影パターン t_j^0 を求めることができる。したがって実際には、これらの評価値を用いて $\{P_j\}$ の性質を類推しグループ化およ

び作用順の決定を行なっている。また、部分問題 G_a も当然大規模な問題になっている恐れがあるが、観測点を同一の最適日影パターンをもつと思われる組合せにより、さらにいくつかのサブグループに分割する。そして、サブグループ内では最適日影パターンが一致すると仮定し $\{t_j\}$ を適当にたばねるなどの操作により、問題規模の縮小をはかっている¹⁾。

4. 計算例

以上に述べたように、逆日影問題の計算条件が与えられた時、その問題をよりよく近似するため

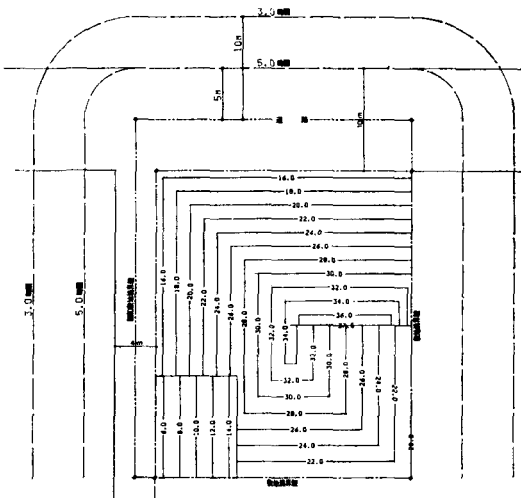


図 7 形態規制による制限領域の等高線表示

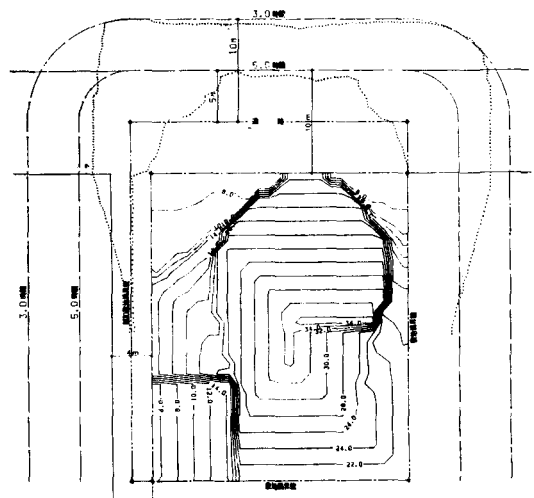


図 8 図7を初期上限とした場合の解の等高線表示

にグループおよび作用順を自動的に設定する。たとえば、敷地形状が異なる場合はもちろんのこと同一の敷地においてもその初期上限値の与え方によって、グループおよび作用順が異なってくる。

ここで示す計算例は同一の敷地に対して2種類の上限値を与えた場合である。図5は20mの上限値を、図6は30mの上限値を一律に与えた場合であり、いずれも平面図で等高線により許容高さを表わしている。ともによい解である。3.2節に示した近似解法では(6)式を用いた場合はどちらの上限値を与えても図5のタイプの解になり、逆に(7)式では両者とも図6のタイプの解になってしまう。当然、解の精度としても劣ってくる。

この例で示すように、現時点の近似解法でも評価のむずかしい単純な変化を適確に反映したよい近似解が得られている。

また図8は、図7に示すような形態規制によって求められた制限領域を初期建築上限値として解いた場合の等高線図である。このように、形態規制による自然な建築上限値が与えられると、グループ化などの機能がより適切に働き安定した解が得られることが観察されている²⁾。

5. おわりに

本稿に述べた計算アルゴリズムにもとづいた逆日影計算プログラム「SHADOW R-2」は所期の機能を発揮するにいたり、各界ユーザーの実用に供している。

最後に、本問題を解決するに当って、京都大学の長谷川利治教授、茨木俊秀助教授をはじめ、多くの方々に貴重なご助言をいただいたことに深く感謝いたします。

参 考 文 献

- [1] 安永, 中元, 青木, 「逆日影問題」第2回数理計画シンポジウム 昭和56年10月
- [2] 辻, 中元, 安永, 青木, 久米川, 「逆日影問題に関する一考察(その3)」日本建築学会第4回電子計算機利用シンポジウム 昭和57年3月