

通信干渉防止のOR問題 (下)

— 周波数選択と割当て

森戸 晋

1. はじめに

前回 [5] は船舶周辺の非線形性を有する物体の発見・除去による相互変調干渉の防止を中心に議論を進め、相互変調の最低位数を求める整数計画問題：

$$\begin{aligned}
 \text{(RFI) 最小化} \quad & Q = \sum_{i=1}^n |x_i| \\
 \text{制約} \quad & \sum_{i=1}^n F_i x_i = F \\
 & x_i \text{ は整数 } (i=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \quad (1)$$

に対する近似解法を考えた。一般に、この方法で通常問題となる低位の相互変調波までを完全に除去することは不可能である。そこで今回は周波数割当ておよび選択を工夫して低位の相互変調干渉を防止することを中心に話を進めよう。

2. 相互変調防止のための周波数割当ておよび選択問題

数十隻の艦艇からなる海軍オペレーションの実施に当っては、あらかじめ通信プランが設定される。図1に示すように、通信プランには通信場所（通常艦艇）および必要となる各種通信ネット（今後、単にネット、総数を m とする）が明示され、各ネット $i (i=1, 2, \dots, m)$ に属する船の集合 S_i 、および各船 $k \in S_i$ においてネット i が送信あるいは

もりと すすむ 筑波大学
社会工学系

受信専用か、または送受信共用 (transceive) かの別が規定される。通信プランと利用可能な周波数リスト $L = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ が与えられたとき、各ネットに周波数を割当ててゆくのが周波数割当て問題である。各ネットに異なる周波数を割当ててに当って以下の制約を考える：

(1) 分離 (separation) 制約：ある船がネット i_1, i_2 に属するとき、それらに割当てられる周波数は以下の分離条件を満足しなければならない。

$\left\{ \begin{array}{l} i_1, i_2 \text{ の一方が送信, 他方が受信のとき: } p_1\% \text{ 以上} \\ i_1, i_2 \text{ の双方が送信のとき: } p_2\% \text{ 以上} \end{array} \right.$

なお、送受信共用の場合は、送信かつ受信両方として考えられねばならない。

(2) 相互変調制約：各船において受信信号が許容最小位数 h 未満の相互変調干渉の犠牲になる可能性を除去しなければならない。ただし、

		ネットの番号 i																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
船の番号 k	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0
	3	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3	3	0	1	0	0	0
	4	0	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	3	2	0	0	0
	5	0	0	3	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	3	0	1	0	0
	6	0	0	0	0	0	3	0	3	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0
	7	0	0	0	3	0	0	3	3	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0
	8	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	0	2	0	0
	9	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	2	0	0	0
	10	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	0	3	0
		記号 (0 使用せず 1 送信専用 2 受信専用 3 送受信共用)																			
		利用可能な周波数リスト																			
	4323	21829	2129	19777	12178	13941	6750	6033	19049												
	3410	8101	8701	18895	8381	7749	22076	25800	14516												
	20703	29134	6865	8600	2611	22932	10913	12137	28960												
	29004	17335	2951	26279	15768	8883	4786	7335	28919												
	16470	8905	26337	17833																	

図1 通信プランと周波数リスト

2a) 受信信号の防衛帯 (guard band) を g とし, 相互変調波が受信周波数 $\pm g$ の幅に落ちる場合も干渉の可能性はあるものとみなし,

2b) t 個以下の (送信) 信号により作られる相互変調のみを考慮すればよいことにする (t を最大信号数と呼ぶ).

(3) その他: ネット i に割当て可能な周波数は, 周波数帯 (周波数の上下限), 出力等の特性のため周波数リスト L の一部 $L_i (L_i \subseteq L)$ に限られる.

各船で送信信号として使用されるネットの数は数十にのぼることが考えられるが, これらの信号全部が同時に送信されることはまずない. そこで, t 信号相互変調波は, t 個の信号が同時に送信されたときのみ発生すること, および複数信号の同時送信確率が信号数の増加とともに急速に低下することを考えあわせると, 現実的には最大信号数を適当に限定してもよいであろう. 実際, 相互変調に関する分析のほとんどは, 2 ないしは 3 信号の場合に限られている.

通信ネット, 周波数リスト L (および L_i), ならびにパラメータ h, g, t, p_1, p_2 が与えられると周波数割当て問題が定義されるが, その特例として次のような問題が考えられる. すなわち, たとえば図 1 のネット 1~12 のように, ネット $i (i=1, 2, \dots, m')$ が特定の船上で送受信共用として使われ, かつ $L_i=L$ であるとしよう. このとき相互変調干渉を排除する周波数割当て問題を周波数選択問題と呼ぶことにする.

3. (RFI) のバックトラック解法

周波数選択・割当て問題の解法を考える前に, これらの問題に適した (RFI) のバックトラック解法を考えることにしよう. ひと口に (RFI) のバックトラック解法といっても, いろいろな形が考えられる (バックトラック法に関しては, たとえば [7] を参照) が, ここでは制約等式にこだわらずに, 解の候補となる整数ベクトル (以下単に候補あるいは候補ベクトル) を系統的に羅列してゆき, 制約式を満足する最初の候補が最適解, すなわち最小位数を与えるという, いわば「双対」(dual)アプローチ (最適解が求まるまでは実行可能解が求まらない, という意味において) を考えることにする:

(RFI) バックトラック解法の基本アプローチ

ステップ 1 $Q \leftarrow 1$ とセットする.

ステップ 2 $\sum_{i=1}^n |x_i| = Q$ を満足するすべての候補ベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ を直接 (explicit) または間接 (implicit) に調べ, もし (1) の制約式を満足する候補 x が見つければストップ. この場合 $Q^* = Q$ が最小位数となる. さもなくば, ステップ 3 へ.

ステップ 3 $\sum_{i=1}^n |x_i| \leq Q$ を満足する解は存在しないので, $Q \leftarrow Q+1$ とし, ステップ 2 にもどる. ■

この基本解法の効率のカギを握るのが, ステップ 2 の $\sum_{i=1}^n |x_i| = Q$ を満足する候補ベクトル x の列挙にあることはいうまでもない. D. E. Knuth [4] は, バックトラック法の効率予知のむずかしさについて,

... a "minor improvement" to the algorithm might cause a hundredfold improvement in speed; a sophisticated "major improvement" might actually make the program ten times slower. These great discrepancies in execution time are characteristic of backtrack programs, yet it is usually not obvious what will happen until the algorithm has been coded and run on a machine. ...

と述べているが, 上記解法の効率もステップ 2 の一見些細と思われる細部設計に大きく依存する.

後に (表 2) 見るように, 一般に n が増加すると $F_i (i=1, 2, \dots, n)$ の組合せ数も増加し, Q^* は減少する傾向にあるが, $Q=1$ から出発して最小位数 Q^* を発見するまで Q を順次増加させてゆく上述のアルゴリズムは, 一定範囲内では n の増加とともに効率がよくするという傾向をもっている.

さて最小位数が Q^* であるとき, 基本解法では,

- 1) まず, $Q=1, 2, \dots, Q^*-1$ に対して実行可能解が存在しないことを確認し, 次に,
- 2) $Q=Q^*$ に対して $\sum_{i=1}^n F_i x_i = F, \sum_{i=1}^n |x_i| = Q^*$ を満足する整数ベクトルを発見する,

という手順をふむ. ここで, Q の増加にもなつて集合 $X_Q = \{X | \sum_{i=1}^n |x_i| = Q, x_i \text{ 整数 } (i=1, \dots, n)\}$ を構成する整数ベクトルの数 ($|X_Q|$ と記す) が急増することに着目しよう. 後に述べる間接列挙規準により実際に直接調べる候補は X_Q の一部であるが, $|X_Q|$ の増加は直接調べる候補の数の増加の指標となろう. 一般に,

$$|X_Q| = \sum_{p=1}^{\min[Q, n]} C_{p-1}^{Q-1} C_p^n 2^p$$

と表わされ, 表 1 に $n=5, 10, 20$ の場合の $|X_Q|$ および $\sum_{q=1}^Q |X_q|$ を $Q=2 \sim 5$ に対して示した. $Q \leq Q^*$ を満たす候補ベクトルに占める $Q=Q^*$ の候補ベクトルの比率はきわめて点く, しかもこの割合は n が上昇するにつれて一層高くなる. このことは基本解法において, 最小位数が Q^*-1 以下でないことが確認された後, なるべく早く制約等式を満たす $x^* \in X_{Q^*}$ を発見することがアルゴリズムの効率上昇につながることを示唆するといえよう. なお, 一般に n の増加にもない最小位数 Q^* を与える代替最適解の数も増加するので, そのいずれかが素早く見つければよいのである.

表 1 候補総数

Q	最大信号数に限度を設けない場合						最大信号数 = 3 の場合	
	n=5		n=10		n=20		n=20	
	①	②	①	②	①	②	①	②
2	50	60	200	220	800	840	800	840
3	170	230	1340	1560	10680	11520	10680	11520
4	450	680	6300	7860	107200	118720	29680	41200
5	1002	1682	28004	35864	864008	982728	57800	99000

①は $|X^Q|$ を, ②は $\sum_{q=1}^Q |X^q|$ を示す.

候補ベクトルの列挙と間接列挙規準

ここでは $F_1 > F_2 > \dots > F_n$ を仮定し, x_1, x_2, \dots, x_n の順で変数に値を割りつけていくことにする. 列挙の過程において最後に値を割りつけられる変数の添字を l (これが図 2 の列挙木のレベルに相当) とすれば, 列挙レベルが l のとき, $x_i, i=1, \dots, l-1$ がすでに何らかの値に固定されたもとの, x_l に何らかの整数値をセットしようとする. ここでは,

『 x_l を $\sum_{i=1}^l |x_i| = Q$ となる最小の整数にセット』

すなわち, $x_l = -(Q - \sum_{i=1}^{l-1} |x_i|)$ にセットするという規則を考えよう. レベルを 1 増加させた後, このように変数 x_l に値を割りつけるステップを前進 (forward) ステップと呼ぶ. 前進ステップで $\sum_{i=1}^l |x_i| = Q$ を満たす候補が見つかる, この候補が制約式を満たすかどうかのチェックがなされる. 制約式を満足しない場合は, 最後に値を固定された変数 x_l から割りつけられた値を取り払い, 1 段前のレベル $l=1$ にもどるが, これを後退 (backward) ステップと呼ぶ. ここでは, 後退ステップでレベル l にもどった場合,

『 x_l に割りつけられている値を 1 増加 ($x_l \leftarrow x_l + 1$ させる)』

ことにする.

次に間接列挙規準を考えよう. $x_i, i=1, \dots, l-1$ が固定されているとき $\sum_{i=1}^n |x_i| = Q$ を満たすためには x_l は最大 $Q - \sum_{i=1}^{l-1} |x_i|$, 最小 $-(Q - \sum_{i=1}^{l-1} |x_i|)$ なる値をとる.

ここで $F_1 > F_2 > \dots > F_n$ を考えあわせると,

$$\sum_{i=1}^{l-1} F_i x_i + (Q - \sum_{i=1}^{l-1} |x_i|) * F_l < F \quad (2)$$

あるいは,

$$\sum_{i=1}^{l-1} F_i x_i - (Q - \sum_{i=1}^{l-1} |x_i|) * F_l > F \quad (3)$$

が成立するときには, 後退ステップをとってレベル $l-1$ にもどり x_{l-1} を 1 つ増加させてよい. 前者(2) (後者(3)) は固定されていない変数 x_l, x_{l+1}, \dots, x_n をどんなに大きく (小さく) しても制約式の左辺が右辺より小さい (大きい) ことを意味し, いずれの場合も, $x_i, i=1, \dots, l-1$ が現在の値に固定されている限り解が存在しないことを示すからである.

以上をまとめると, 基本解法のステップ 2 は次のようになる:

$\sum_{i=1}^n |x_i| = Q$ (一定) なる候補の列挙 (ステップ 2)

ステップ 2.1 (初期化) $x_1 \leftarrow Q; x_i \leftarrow 0, i=2, \dots, n; l \leftarrow 1$ とセットし, ステップ 2.2 へ.

ステップ 2.2 (制約式チェック) $\sum_{i=1}^n F_i x_i = F$ ならばストップ. さもなくばステップ 2.3 へ.

ステップ 2.3 $l=n$ かつ $x_n < 0$ のときは, $x_n \leftarrow -x_n$ としステップ 2.2 へもどる. $l=n$ かつ $x_n > 0$ のときは, ステップ 2.6 へゆく. さもなくば, $x_l \leftarrow x_l + 1$ とし, ステップ 2.4 へ.

ステップ 2.4 (前進ステップ) $l \leftarrow l + 1; x_l \leftarrow \sum_{i=1}^{l-1} |x_i| - Q$ (x_l は負になる) としステップ 2.5 へ.

ステップ 2.5 (間接列挙規準) もし $\sum_{i=1}^{l-1} F_i x_i - F_l * x_l < F$ または $\sum_{i=1}^{l-1} F_i x_i + F_l * x_l > F$ ならば, ステップ 2.6 へ. さもなくば, ステップ 2.2 へもどる.

ステップ 2.6 (後退ステップ) $l=1$ のときは終了 ($\sum_{i=1}^n |x_i| = Q$ なる解は存在しない). $l \geq 2$ のときは, $x_l \leftarrow 0; l \leftarrow l - 1; x_l \leftarrow x_l + 1$ とし, $\sum_{i=1}^l |x_i| < Q$ であればステップ 2.4 へゆく. $\sum_{i=1}^l |x_i| = Q$ のときは, $\sum_{i=1}^n F_i x_i = F$ であればス

列挙レベル

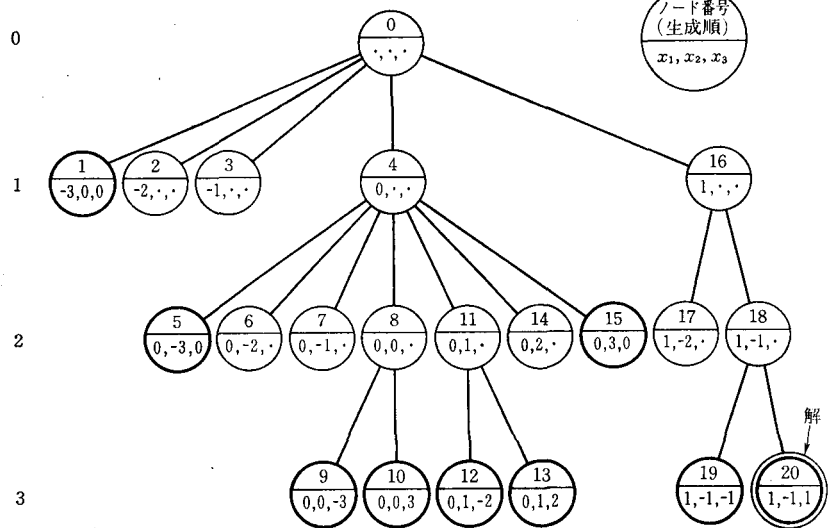


図 2 候補の列挙木

表2 (RFI) バックトラック解法の計算結果(注)

周波数 (左辺) の数 n	最小位数 Q^*			直接列挙された 候補数の候補総 数(表1)に占め る割合(%)	平均計算時間 ($n=4$ の時を 100とする)
	平均	最高	最低		
4	19.1	33	5	?	100.0
5	11.6	18	2	19.33	30.9
7	7.2	11	4	16.72	21.8
10	5.2	7	3	5.10	13.9
20	3.5	5	2	2.18	9.0
50	2.9	3	2	1.41	8.8

(注) 計算結果はランダムに作成(整数 F_i, F_j は、1~9999の範囲から一様に選択)された50の問題にもとづく。防御帯, 最大信号数に関する制限は設けていない(すなわち, $g=0, t=\infty$)。

トップし, さもなくばステップ2.6を繰り返す。■

アルゴリズム記述では防御帯, 最大信号数を考えなかったが, これらは容易に考慮に入れることができるのでここではふれない。図2は, $8342x_1 + 6471x_2 + 5362x_3 = 7233, \sum_{i=1}^3 |x_i| = 3$ を満足する候補の列挙木であり, 図中・は変数値未定を示す。なお, たとえばノード14で間接列挙規準の結果 $x_2=2$ が不可と判定された後 x_2 の値をさらに1増やして3にするのは不要でただちに後退ステップがとれる等, 解法には多少改良の余地が残っている。表2は計算結果をまとめたものである。 n の増加とともに Q^* の平均が急速に低下していることに注意されたい。

なお, ここでは変数に値を割り付ける際, 最小値(負)から最大値(正)に1ずつ変化させていった。もう1つの方針としては, 絶対値の小さいものから大きいものへ(符号はたとえば+, -, +, -, ...という具合に考えればよい)と変化させることが考えられるが, 計算実験ではこの方法は本稿の方法にくらべてはるかに時間がかかる。読者はこの理由について考えられたい。周波数割当て・選択問題では, 最小位数が h 未満であることさえ確認されたが, 最小位数を求めずに解法をストップできることは言うまでもない。

4. 周波数選択問題のバックトラック解法

前節で述べた(RFI)の列挙解法を基礎とする周波数選択問題の簡単な列挙解法を考えてみよう。任意の $F_j \in \{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ に対して,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m |x_i| &\leq h-1 \\ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m F_i x_i &= F_j \end{aligned} \right\} (4)$$

を満たす整数解 x が存在しなければ, $\{F_i; i=1, 2, \dots, m\}$ は(位数 h 未満の)相互変調なしと言える。そこで, 集

合 $\{F_i; i=1, \dots, m\}$ が作りうる相互変調を調べるためには,

$$\left. \begin{aligned} (\text{RFI}_0) \text{ 最小化 } Q_0 &= \sum_{i=1}^m |x_i| \\ \text{制約 } \sum_{i=1}^m F_i x_i &= 0 \\ x_i (i=1, \dots, m) &\text{は整数, かつ少} \\ &\text{なくともひとつは1または-1} \end{aligned} \right\} (5)$$

を解けばよい。(RFI₀)を解いた最小値を Q_0^* とすると, $\{F_i; i=1, \dots, m\}$ には (Q_0^*-1) 位の相互変調をおこす組合せ (m 個の F_i のうちいずれかが相互変調の犠牲, すなわち(4)の右辺 F_j になるため, Q_0^* でなく Q_0^*-1 である)が存在し, (Q_0^*-1) 位未満の相互変調の可能性はない。(RFI₀)に防御帯や信号数に関する制約を加えることは簡単であり, また前節で述べた(RFI)の列挙解法が容易に(RFI₀)用に修正できることは言うまでもない。(なお(RFI₀)では, ベクトル x が解であれば, $-x$ も解であることに注意)

集合 L のすべての部分集合を直接あるいは間接に列挙し, (RFI₀)を解くことより各部分集合の相互変調の有無を判定する, というのがここでの基本的な考え方である。このとき, たとえば F_1, F_2, F_3 の間に(許容範囲外の)相互変調がおこりうるとすれば, F_1, F_2, F_3 を含むすべての部分集合は考慮しなくてよいから, 多くの部分集合が間接的に列挙できる。ただし, 相互変調を生む周波数の組合せ(部分集合)はあらかじめわかっているわけではなく, 列挙の過程において次第に明らかになるのである。たとえば利用可能な周波数が50ほど存在するときに考えられる位数3の相互変調を生む周波数の組合せ総数は通常膨大で, それらを完全に列挙することは困難であり, たとえそれらがわかっているも, その情報を効率的に使う方法は明らかでないことに注意されたい。

さて, ここでは周波数リスト $L = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ が与えられたとき, 空集合から出発して徐々に周波数を加えて部分集合を形成し相互変調の可能性を判定してゆく。ただし, 同じ部分集合を重複して考慮するのを防ぐために周波数は添字の小さいものから順に部分集合に加えることとし, F_i を含む部分集合には $j < i$ なる F_j を加えないことにする。(このようにすれば, 任意の部分集合が与えられたとき, いかなる周波数がいかなる順序で部分集合に加えられたかが一意に決まるので同じ集合が重複することはありえない。)なお簡単のために分離制約は考慮しないことにする。以下に示すステップは, リスト L の中から相互変調(関連するパラメータは定められているものとする)の可能性のない最大の部分集合を求めるよう書くことにする。必要とする部分集合の大きさがわかっている場合は, 望む大きさの部分集合が見つかった

列挙レベル

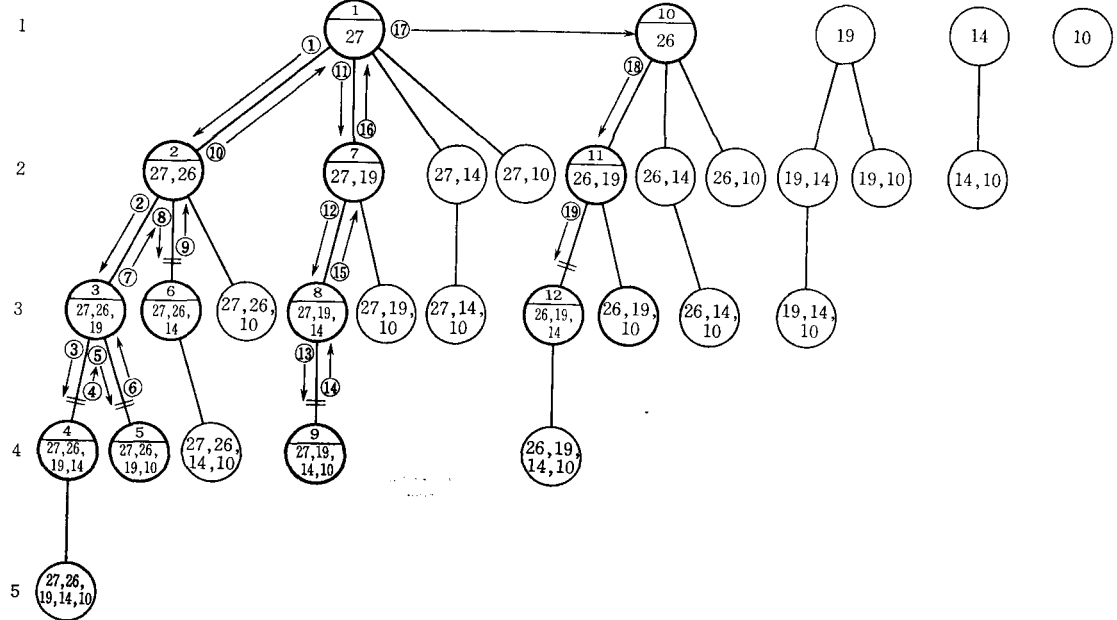


図 3 周波数選択問題の列挙木

(注) 分枝上の二重線はその直後のノードに5位以下の相互変調があることを示す。また分枝わきの矢印および番号は分枝の順序を示し、ノード番号(ノード上方)は生成順を示す。ノード番号のないもの(細線の丸)は直接列挙されなかったものである。

時点で解法をストップすればよい。

周波数選択問題の列挙アプローチ

ステップ1 $l \leftarrow 0; l_{\max} \leftarrow 0; i(j) = j+1, j=0, 1, \dots, n;$
 $T \leftarrow \phi$ (空集合) と初期化する。

ステップ2 (RFI₀) $i(l) > n$ であればステップ4へゆく。さもなければ、部分集合 $T \cup \{F_{i(l)}\}$ に対応する (RFI₀) を解き、相互変調がある場合は、 $i(l) \leftarrow i(l)+1$ としてステップ2を繰り返す。相互変調なしと判定された場合はステップ3へ。

ステップ3 (前進) $T \leftarrow T \cup \{F_{i(l)}\}; l \leftarrow l+1$ とする。 $l > l_{\max}$ の場合 (現在までの最大の部分集合が見つかった) は、 $M \leftarrow T; l_{\max} \leftarrow l$ とする。いずれにせよ、ステップ2へもどる。

ステップ4 (後退) $l=0$ の場合は終了 (M が最大の相互変調なしの部分集合で、大きさは l_{\max})。さもなければ、 $l \leftarrow l-1; T \leftarrow T / \{F_{i(l)}\}$ (T から $F_{i(l)}$ を除いた集合を T とする); $i(l) \leftarrow i(l)+1$ とし、ステップ2へもどる。■

図3は $L = \{27, 26, 19, 14, 10\}$ に対して位数5以下の相互変調なしの最大の部分集合を求める問題 (分離制約・防御帯等の制約は考慮しない) に基本アプローチを適用したものである。(実際の周波数は4~5桁の数値であることが多いが、ここでは簡単のために2桁とした) なお、図3では参考のために直接列挙されなかった部分集

合も表示した。このアルゴリズムに関していくつかのコメントを加えておく:

1) まず各ノードで解かれる副問題 (RFI₀) について考えると、前述の (RFI) バックトラック解法の間接列挙規準が F_i の順序づけを要請するので、リスト L 中の周波数も大きさの順に並べておく。これは分離制約を考慮に入れる場合にも好都合である (この場合ステップ1の $i(j)$ の初期値だけを修正すればよい)。また、(RFI₀) の結果相互変調ありと判定される場合がきわめて多いが、その時には、最後に加えられた $F_{i(l)}$ を除く残りの集合は相互変調なしのはずであるから、 $F_{i(l)}$ が相互変調に直接関係しており、 $x_{i(l)}$ が非0の値をとるはずである。このことを利用して (RFI₀) の効率を幾分あげることができる。

2) 図3からも明らかのように、列挙木は左側のほうが深くなり得、右側にむかうにしたがって最大深度は浅くなる。このことは木全体のみならず、特定のノードからの分枝に関してもあてはまる。したがって、考慮中の部分集合と残っている利用可能な周波数を加えても暫定的な最大集合より大きい集合ができない、とわかれば考慮中の集合から後退ステップをとることができる。

3) ノード4で $27 \times (-2) + 14 \times 2 = 26$ なる位数4の相互変調が発見された。基本アプローチでは、このしぼら

く後ノード6={27,26,14}を考慮したが実はこれは不必要である。なぜなら、ノード4で{27,26,14}が4位の相互変調をもつことがわかったので、26が後退ステップで集合から除去されるまで、つまりノード1にもどるまでは14を考えなくてよい。いったん26が集合から除かれると、14がまた追加の対象となる。一般に、ある集合に F_{i_3} を追加したときに $F_{i_1}, F_{i_2}, F_{i_3}(i_1 < i_2 < i_3)$ の間に相互変調が見つかる、 F_{i_2} が部分集合から除去されるまでは F_{i_3} を追加の対象からはずしてよい。この点に注意すれば、部分集合としては異なるが、すでに発見された同一の相互変調の組合せを含む集合を何度も「重複」して調べることをかなり防ぐことができ、解法の効率をあげることができる。

4) 前項のように「いずれかの周波数が除去されるまでは、ある周波数は忘れてよい」という考え方に加えて、「いずれかの周波数が加えられた場合、ある周波数は考慮からはずしてよい」という考え方にもとづき「重複」を察知することもできる。すなわち、上述の例で F_{i_2} がいったん除去されると F_{i_3} は「復活」するが、以後の計算で $F_{i_1}, F_{i_2}, F_{i_3}$ を含む集合が再度考慮される可能性は残る。これを防ぐために、後の計算で F_{i_1} を含む集合に F_{i_2} が追加された時点で F_{i_3} を考慮からはずそうというのである。しかし、こうしたいわば前向きな重複チェックは、列挙の過程で検出される相互変調の組合せ数が多く、それらの記憶・検索が容易でないことから、なかなか解法の効率化につながりにくいのが現状である。

5) アルゴリズムは相互変調なしの最大の部分集合を求める形に書かれているが、リスト L の大きさ $|L|$ がちょっと大きくなると解法を完結させることは計算的にむずかしく、暫定的な最大集合が本当に最大かわからなくなる。一般に、 $|L|$ の値にもよるが、最大に近いと思われる集合は比較的簡単に見つかるが、本当の最大集合を見つけるのは大変むずかしいようである。ちなみに、周波数域が回線分割されているとし、1~56回線が利用可能なとき、位数3の相互変調をおこさせない回線数の最大は10であり、このような組合せは2つ存在することがわかっている[1]。ところが、56回線から59回線とする組合せは $C_{59}^3 \approx 3.56 \times 10^{10}$ あり、間接列挙を駆使しても完全な列挙は容易でなく、最大集合を見つけることは大変むずかしい。したがって何らかのヒューリスティックを加えて(多少組合せを見落すことがあっても)より多くの様相の異なる集合を調べることが必要となる。

表3は $|L|=20, 40, 80$ のそれぞれに対して5つの(2,000~30,000kHzの幅から一様分布にしたがい)ランダムに作られた問題の計算結果を示すものである。 $|L|=20$ の問題1は $|M|=10$ であることが確認(所要時間

表3 周波数選択問題のバックトラック解法の計算結果(分離制約 $p_1=p_2=5\%$, 相互変調制約 $h=6, g=5, t=3$)

周波数リストの大きさ $ L $	暫定的最大集合の大きさ(上残)とそれを得るまでの計算時間(下段)(注1)					
	平均値	1	2	3	4	5
20	9.6	10(注3)	9	9	10	10
	0.34(注2)	0.43	0.40	0.23	0.35	8.26
40	12.0	12	12	12	12	12
	2.23	2.56	1.29	1.06	3.68	2.57
80	13.8	14	14	13	14	14
	9.62	11.40	11.22	10.31	3.52	11.6

(注1) 計算時間はFACOM M-200のCPU秒(I/Oを含む)である。

(注2) 問題5の大きさ9の集合は0.29秒後に見つかり、この数値で平均値を計算すれば0.34秒となる。

(注3) 真の最大集合が確認された。

は、I/Oを含みFACOM M-200で約23.5CPU秒)されている(これは今のところ最大集合が確認されている $|L|$ として最大)が、他は暫定解である。一定の $|L|$ に対しては暫定集合の大きさがほとんど問題に依存しないことに注意されたい。その他の観察については紙面の都合上に別稿にゆずることにしよう。

5. 周波数割当て問題

周波数割当て問題に対して前節の選択問題同様のバックトラック列挙法を考えることができるが、ここでは両者の違いを考えるにとどめよう。第1の違いは、選択問題の場合には列挙レベルが部分集合の大きさに対応する以外は特別の意味をもっていなかったのに対して、割当て問題の場合には、レベルを特定のネット(たとえばレベル i をネット i)に対応させる必要が出てくる。同じ周波数の集合でもネットへの割当てを変えることにより実行可能とも不可能ともなりうるからである。すなわち、一般にレベル l_1 を F_{i_1}, l_2 を F_{i_2} とする割当てと、 l_1 を F_{i_2}, l_2 を F_{i_1} とする割当てとは別けて考える必要がある。ただし、これらを別けて考えると、通信プランの構成によっては送受信共用ネットが多く、しかもそれらの多くが1隻の船に集中している場合など、同じ相互変調を生む割当てを重複して調べる可能性が高くなり解法の効率が低下する。ここでは省くが、このために重複防止対策が迫られることになる。

第2の違いは、相互変調の存否判定のしかたである。割当て問題の場合、レベル i がネット i に、またネット i が船の集合 S_i に対応し、しかも船 $k \in S_i$ におけるネット i の使われ方にも3種類存在するので、各船について

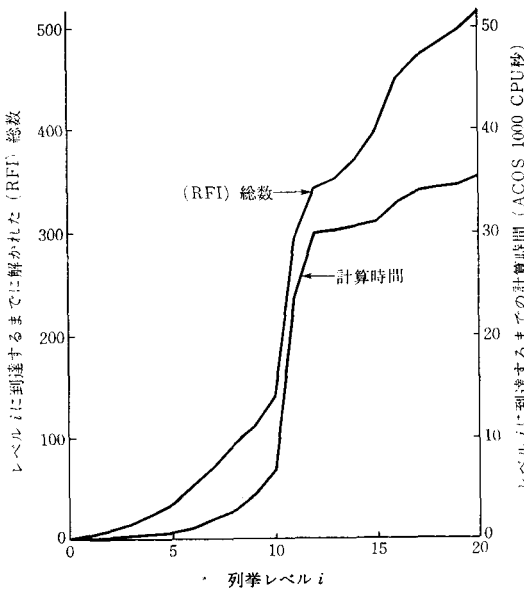


図 4 周波数割当て問題の計算結果

状況に応じて (RFI) を (一般に複数個) 解き相互変調の有無を判定する必要がある。

割当て問題は最適化問題ではないので列挙レベルが m (ネット総数) に達すれば実行可能解すなわちネットへの周波数割当てが決まることになる。列挙の効率化はレベルのネットへの対応のさせ方、割当てに当たっての周波数のとり方に大きく依存する。図 4 は図 1 に示した通信プラン (艦艇数 10, ネット数 20) と周波数リスト ($|L|=40$) に (RFI) を基礎とするバックトラック解法を適用した場合の計算の推移をまとめたものである。なお制約のパラメータは $p_1=p_2=5\%$, $h=6$, $g=6$, $l=3$ とし、位数 5 以下の最大 3 信号からなる相互変調を避けるものとし、各ネット i に対して $L_i=L$ とした。なお列挙に当たってレベル i をネット i ($i=1, 2, \dots, 20$) とした。図 1 からわかるようにこの例ではネット 1~12 が送受信共用として使われているため少なくとも 12 個の相互変調なしの周波数集合が必要となる。図 4 からわかるように、一旦ネット 12 の割当てが完了すると後の計算は容易である。

海軍では当初 7 位以下の相互変調を周波数割当てにより取り除くことを考えていたが、今までの計算結果はネット数が 20 を越える場合、このような割当てが存在しないか存在してもまず発見できないことが多いことを示唆している。そこで海軍では、許容最小位数を下げたり、ネットおよび艦艇に格差をつけ重要度の低いものは干渉の可能性を幾分許すことにより目標を落とし、問題を「やさしく」して解を見つける努力をしている。

6. 結 語

本稿では相互変調干渉防止に関する OR 問題を検討し

た。ここで述べた最低位数を求める整数計画問題 (RFI) の解法は活用されているが、周波数選択・割当て問題の解法はいくつかの問題を抱え、まだ実用化前の試験の段階である。改良の余地はまだかなり残っているので、周波数割当ての自動化が要請されるなかで (現在は手作業) 本稿のような解法が実際の割当てに利用され、干渉防止に一役買う日も遠くないものと思われる。

なお通信干渉防止の数学的問題には、OR が有用であるものが少なくない。本稿で扱わなかった同一/隣接回線干渉防止問題にはグラフ着色問題およびその変形に帰するものが多い。これらに興味ある読者は最新のサーベイ [3] およびその文献リストを参照されたい。これに対して相互変調を扱った研究は比較的少なく、大半は回線分割された場合の 3 位の相互変調を扱っている。位数 3 の相互変調なしの回線選択問題は、グラフの番号づけ問題 [2] と関係しおもしろい問題である。相互変調に関するサーベイとしては拙稿 [6] を参照されたい。

最後になったが、本研究にご協力くださった NOSC の Drs. Rockway, Li, ECAC (Electromagnetic Compatibility Analysis Center, Annapolis) の Mr. Hodges, および ONR プロジェクト (N00014-78-C-0028) の管理をしておられた Case Western Reserve University の H. M. Salkin 教授に謝意を表したい。

参 考 文 献

- [1] Fang, R. J. F. and Sandrin, W. A., "Carrier frequency assignment for nonlinear repeater", *COMSAT Technical Review*, Vol. 7, No. 1, pp. 227-245, 1977
- [2] Golomb, S. W., "How to number a graph", in *Graph Theory and Computing*, (ed.) R. C. Read, Academic Press, New York, 1972
- [3] Hale, W. K., "Frequency assignment: theory and applications", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 68, No. 12, pp. 1497-1514, 1980
- [4] Knuth, D. E., "Estimating the efficiency of backtrack programs", *Mathematics of Computation*, Vol. 29, No. 129, pp. 121-136, 1975
- [5] 森戸 晋: 「通信干渉防止の OR 問題—相互変調干渉について」, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 26, No. 10, pp. 603-609, 1981
- [6] Morito, S., "Mathematical problems related to radio frequency intermodulation: a survey" Discussion paper, 1981.
- [7] Wells, M. B., *Elements of Combinatorial Computing*, Pergamon Press, New York, 1971