提携形成をめぐる交渉プロセス

岡田　章

1. はじめに

最近，ゲーム理論，社会心理学，政治学などの分野において，ゲーム的状況におけるプレイヤーの間の提携形成に関する実験が盛んに行なわれ，多くの興味ある実験結果が報告されている([2], [3], [5] など)．そして，現在，これらの実験結果を整合的に説明する理論が強く求められている．本稿ではこのような試みの1つとして西独のゲーム理論家 Selten [6] の研究を紹介し，その理論結果と Kahan/Rapoport [2] による実験結果との比較を行なう．

多くの実験結果はプレイヤーの間で複数の提携がそれぞれ異なる頻度で形成されることを示しているが，Selten の理論は提携の形成確率を導出しようとするものであり，その本質はプレイヤーの間で提携形成をめぐって展開される交渉プロセスを非協力交渉ゲームとして表現し分析する点にある．

2. 3人ゲーム

次のような3人ゲームを考えよう．

(1) $v(1)=v(2)=v(3)=0$

(2) $v(12)=a$, $v(13)=b$, $v(23)=c$

ただし

(3) $a \geqq b \geqq c>0$, $b+c>a$

とする．ここで，$v(i)$, $i=1, 2, 3$, はプレイヤー i が単独で獲得可能な利得，$v(ij)$は2人提携 $\{i,j\}$ が獲得可能な利得を表わす．また，全体提携 $\{1,2,3\}$ の有利さはないとし，全体提携は形成されないとする．

ゲームにおいて，たとえば提携 $\{1,2\}$ が形成される場合，プレイヤー1と2は提携の利得 a を2人で分配することができるが，提携に参加できないプレイヤー3は単独で行動することになり利得は0となる．したがって，提携の形成をめぐって3人のプレイヤーの間で激しい競争が行なわれると予想される．また，ある提携が実際に形成されるかどうかは，その提携内部で利得がどのように分配されるかに大きく依存するであろう．

以下では，このような提携形成と利得分配をめぐるプレイヤー間の交渉を多段階の交渉プロセスとして表現し，非協力ゲームとして分析することによって，はたしてどのような提携が実際に形成される可能性が大きいか，また提携が形成されるとき，はたしてどのような利得分配がプレイヤーの間で合意されるかについて考えてみよう．

3. 交渉プロセス

3.1 交渉のルール

交渉は合意に達するまでくり返し行なわれる．

おかだ　あきら
東京工業大学　大学院システム科学専攻

1回の交渉は次の4段階から成る．

① 交渉の進行役を努めるプレイヤー P_0 が3人のプレイヤーのうち1人を等確率の1/3で指名する．その結果はすべてのプレイヤーに知らされる．

② 指名されたプレイヤー $i(i=1,2,3)$ は2つの提携 $\{i,j\}$，$\{i,k\}$ のうち1つを提案する．プレイヤー i の提案は他の2人のプレイヤー j,k に知らされる．

③ 提携 $\{i,j\}$ がプレイヤー i によって提案されたとする．このとき，プレイヤー i はこの提案に同意するか，あるいはこれを拒否して別の提携 $\{j,k\}$ を逆提案するかを決定する．もしプレイヤー j が同意すれば提携 $\{i,j\}$，もし拒否した場合は提携 $\{j,k\}$ が一時的に形成される．これを仮提携とよぶ．仮提携はすべてのプレイヤーに知らされる．

④ 仮提携 $\{g,h\}$ が形成されるとする．プレイヤー g,h はそれぞれ同時にかつ独立に利得ベクトル $x^g, x^h \in X_{gh}$ を提案する．ただし X_{gh} は

$$x_g+x_h=v(gh),\quad x_g, x_h \geqq 0$$
$$x_m=0,\quad m \neq g,h$$

を満たす利得ベクトル $x=(x_g,x_h,x_m)$ の集合である．もし2人の提案が一致すれば，交渉は終了し，利得ベクトル $x=x^g=x^h$ が合意される．そして仮提携 $\{g,h\}$ は最終提携となる．もし2人の提案が異なれば，仮提携は分裂し，再び①にもどって交渉が続けられる．このときプレイヤーは過去のすべての交渉経過を知ることができる．

以上の交渉プロセスを図1にまとめる．

交渉のルールにもとづいて3人のプレイヤーはさまざまな駆け引きを行ない提案や逆提案をくり返すが，このようなプレイヤーの行動は次の戦略の概念で表わすことができる．

3.2 戦略と利得

プレイヤーの戦略とは，交渉プロセスの各段階でプレイヤーの行動を指定するプランのことである．プレイヤー $i(i=1,2,3)$ の戦略を $s_i=\{s_i^t\}_{t=1}^{\infty}$ で表わす．ここで s_i^t は t 回目の交渉における戦略であり，次の成分から成る．

(i) 進行役 P_0 に指名された場合，提携 $\{i,j\}$，$\{i,k\}$ を提案するための確率分布，

(ii) プレイヤー $h(h=j,k)$ が提携 $\{i,h\}$ を提案した場合，これに同意するかどうかを決める確率分布，

(iii) 仮提携 $\{i,h\}$ が形成された場合，提案する利得ベクトル $x^i \in X_{ih}$．

すべてのプレイヤーの戦略の組 $s=(s_1,s_2,s_3)$ に対して，各プレイヤーが自己の戦略にしたがって行動するとき，交渉プロセスにおいて実際に選択

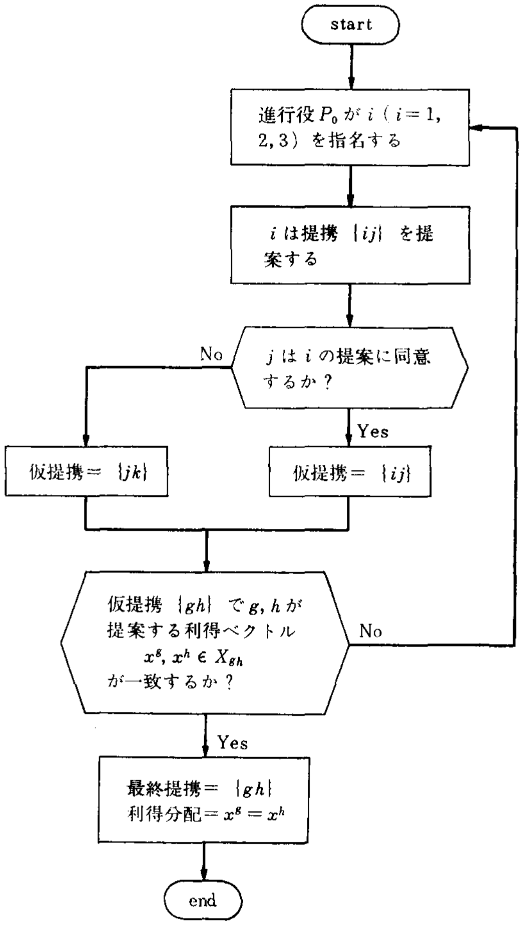


図 1 交渉プロセス

される行動の系列(プレイ)が定まる．各プレイヤーはそれぞれある確率分布にしたがって提携の提案や逆提案を行なうから，プレイは必ずしも確定的に定まるのでなく複数のプレイが可能となる．またプレイは必ずしも有限回で終了するとは限らず，あるプレイでは交渉は妥結せず無限に続くであろう．

戦略の組 s に対するすべての可能なプレイにおいて特に1回目から t 回目までの交渉プロセスを考え，その間のプレイヤー i の期待利得を $H_{it}(s)$ とする．交渉が無限に続く場合，各プレイヤーの利得を0と定めると，交渉プロセス全体にわたるプレイヤー i の期待利得は

$$H_i(s)=\lim_{t\to\infty} H_{it}(s)$$

で与えられる．

4. 交渉均衡の定義

交渉プロセスにおいて各プレイヤーはそれぞれ独立に自己の期待利得を最大にするように戦略を決定し，プレイヤーの間で提携形成をめぐって交渉が展開されるが，このようなプレイヤーの交渉は次のような戦略の組において均衡する．戦略の組 $s^*=(s_1^*, s_2^*, s_3^*)$ が**均衡点**とは

$$H_i(s^*)\geqq H_i(s^*/s_i),\ s_i \text{ は任意の戦略}$$

がすべての $i=1,2,3$ に対して成立することである．ただし s^*/s_i は s^* の第 i 成分を s_i でおきかえたベクトルである．均衡点ではどのプレイヤーも他のプレイヤーの戦略が不変な限り自己の戦略を進んで変更しようとはしない．

一般に，多段階ゲームは多くの均衡点をもち，単に均衡点の概念だけでは明確な結論を求めることはむずかしい．そこで，さらに交渉プロセスの均衡状態として妥当と思われる性質を考え，次の4つの性質を満たす均衡点 s^* を，特に**交渉均衡**とよぶ．

(A) (定常性)

プレイヤー $i(i=1,2,3)$ の均衡戦略 s_i^* が交渉プロセスの各段階で指定する選択は，過去の交渉の回数やプレイの結果に依存しない．

交渉のルールによれば，プレイヤーは過去の交渉の経過を知ることができ，それらに応じて各段階での行動を選択できるが，性質(A)を満たす均衡点ではプレイヤーは現在の状況だけをみて行動することによって，他のプレイヤーの戦略が不変な限り自己の期待利得を最大にできる．戦略の実行の容易さという点からみて，均衡解はこのように単純で多くの情報を必要としない戦略から構成されるのが望ましいと考えられる．

(B) (正の提携提案確率)

交渉プロセスにおいて進行役 P_0 から指名された場合，プレイヤー i は2つの提携 $\{i,j\}$，$\{i,k\}$ をそれぞれ正の確率で提案する．また，プレイヤー j,k はそれぞれ i の提案に同意するか，あるいは拒否するかを正の確率で決定する．

性質(B)をもつ均衡点ではすべての2人提携が正の確率で形成される可能性があり，多くの実験結果はこの事実を示している．

(C) (進行役の指名結果からの独立性)

提携 $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ が最終提携として形成される確率 α,β,γ は進行役の指名結果に依存せず，かつ正とする．

もし均衡状態が性質(C)を満たさなければ，進行役 P_0 が誰を指名するかによって各提携の形成確率が異なり，P_0 の指名は交渉の結果に影響をおよぼす．このような均衡状態はプレイヤーの交渉の帰結として好ましくない．

次に，仮提携におけるプレイヤーの利得分配の交渉を考えてみよう．いま t 回目(t は任意)の交渉において仮提携 $\{g,h\}$ が成立したとする．プレイヤー g,h は総利得 $v(gh)$ の利得分配をめぐって交渉するが，もし2人の交渉が決裂した場合，交渉プロセスは $t+1$ 回目の交渉に進行する．均衡点 s^* は性質(A)より定常的だから，$t+1$ 回以後の交渉プロセスにおいても全体の交渉プロセスと同じプレイが行なわれ，プレイヤー g,h の期待利得は $t+1$ 回以後の交渉プロセスにおいて

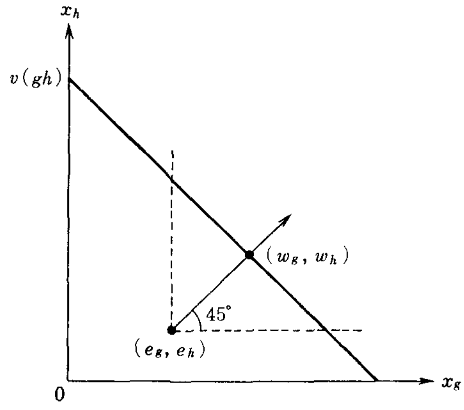


図 2　プレイヤー g と h の利得分配

もそれぞれ $e_g=H_g(s^*)$, $e_h=H_h(s^*)$である．したがって仮提携 $\{g,h\}$ において交渉が決裂した場合，2人の利得は(e_g,e_h)となる．われわれはこのような交渉問題に対して Nash の交渉理論を適用することができる．Nash の交渉理論については［1］および［7，第6章］を参照．

（D）（Nash 交渉解）

均衡点 s^* のプレイにおいて仮提携 $\{g,h\}$ が形成されるとする．このとき，もし

(4)　$e_g+e_h<v(gh)$, $e_g=H_g(s^*)$, $e_h=H_h(s^*)$,

ならば，プレイヤー g,h は共に

(5)　$\omega_g=e_g+\{v(gh)-e_g-e_h\}/2$

$\omega_h=e_h+\{v(gh)-e_g-e_h\}/2$

を満たす利得ベクトル $\omega=(\omega_g,\omega_h,0)\in X_{gh}$ を提案する．

プレイヤー g,h は，提携による利得の増加分 $v(gh)-e_g-e_h$ が正であれば，これを均等に分配することで合意に達する（図2）．

5. 交渉均衡の決定

交渉均衡が一意に存在することを証明し，各提携の形成確率を求めよう．

補題 1　交渉均衡でのプレイにおいて，仮提携の2人のプレイヤーは同じ利得ベクトルを提案する．

（証明）ある t 回目の交渉において仮提携 $\{g,h\}$ が形成されるとする．もしプレイヤー g,h が異なる利得ベクトルを提案すれば，性質（A）より2人は仮提携 $\{g,h\}$ においていつも異なる提案をし，$\{g,h\}$ が最終提携になることはない．このとき提携 $\{g,h\}$ の形成確率は0となり，性質（C）に矛盾する．（証明終り）

交渉均衡が達成されない間はプレイヤーの合意が成立せず仮提携の形成，崩壊がくり返されるが，一度，交渉均衡が達成されると，補題1が示すように仮提携内で合意が成立し，交渉は1回で終了する．

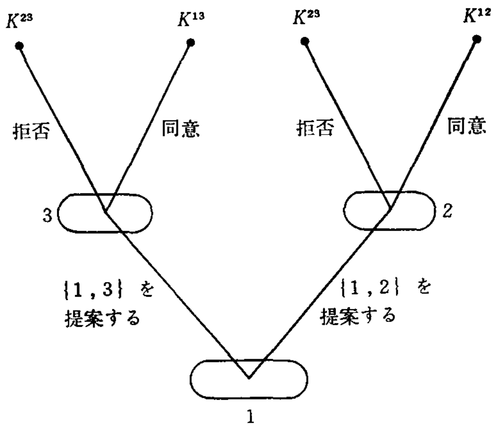
次に，仮提携内でどのような利得分配が合意されるかを考えてみよう．いまプレイヤー1が指名されたとすると，交渉プロセスは図3のようなゲームの木によって表わすことができる．たとえば，プレイヤー1が提携 $\{1,2\}$ を提案するとき，次にプレイヤー2がこれに同意すれば，$\{1,2\}$ が最終提携となり，ある利得ベクトル $(x_1,x_2,0)$ が合意される（状態 K^{12}）．逆にプレイヤー2が拒否すれば，$\{2,3\}$ が最終提携となり，ある利得ベクトル$(0,x_2',x_3')$が合意される（状態K^{23}）．性質（B）より交渉均衡ではプレイヤー2はこの2つの行動をそれぞれ正の確率で選択するから，プレイヤー2にとってこれらの選択は無差別であり，$x_2=x_2'$ である．なぜならもし $x_2>x_2'$ ならば，プレイヤー2は常に提携 $\{1,2\}$ に同意しこれを拒否する確率は0であり性質（B）に反する．$x_2<x_2'$ の場合も同様である．結局，性質（A）と合わせて，プレイヤー2が提携を形成する場合，提携のパートナーや提携がどのような交渉経過によって成立したかには依存せず常に同じ利得を獲得する．このことは他のプレイヤーについても同様である．

したがって，プレイヤー $i(i=1,2,3)$ が他のプレイヤーと提携することによって獲得する利得を改めて ω_i とおくと

$$\omega_1+\omega_2=a,\ \omega_1+\omega_3=b,\ \omega_2+\omega_3=c$$

となり，これを解くと

(6)　$\omega_1=(a+b-c)/2$



K^{ij}…… $\{i, j\}$ が最終提携となる

図 3　交渉プロセスのゲームの木

$$\omega_2=(a+c-b)/2$$
$$\omega_3=(b+c-a)/2$$

である．ω_i をプレイヤー i の**割当て値** (quota) という．(3)よりすべてのプレイヤーの割当て値は正である．

次に，提携の形成確率を求めよう．

補題 2　交渉均衡でのプレイにおいて提携 {1, 2}，{1,3}，{2,3} が形成される確率 α, β, γ はそれぞれ

(7)
$$\alpha=\omega_1\omega_2/(\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3)$$
$$\beta=\omega_1\omega_3/(\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3)$$
$$\gamma=\omega_2\omega_3/(\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3)$$

で与えられる．

(証明)　交渉均衡におけるプレイヤー $i(i=1, 2, 3)$の期待利得を e_i とする．プレイヤー 1 が他のプレイヤーと提携を形成する確率は $\alpha+\beta$ であり，そのとき利得 ω_1 を得るから，$\alpha+\beta+\gamma=1$ より

$$e_1=(\alpha+\beta)\omega_1=(1-\gamma)\omega_1$$

が成立する．プレイヤー 2，3 についても同様に

$$e_2=(\alpha+\gamma)\omega_2=(1-\beta)\omega_2$$
$$e_3=(\beta+\gamma)\omega_3=(1-\alpha)\omega_3$$

である．このとき任意のプレイヤー g, h に対して $e_g+e_h<\omega_g+\omega_h=v(gh)$だから，性質(D)より

$$\omega_1-e_1=\omega_2-e_2$$
$$\omega_1-e_1=\omega_3-e_3$$
$$\omega_2-e_2=\omega_3-e_3$$

となる．以上より $\gamma\omega_1=\beta\omega_2=\alpha\omega_3$ となり $\alpha+\beta+\gamma=1$ に注意すれば(7)が得られる．　(証明終り)

以上の結果より，次の定理が証明される．

定理　交渉均衡は一意に存在し提携 {1,2}，{1,3}，{2,3} の形成確率 α, β, γ は(7)で与えられる．また，各提携においてプレイヤーはそれぞれの割当て値を分配する．

割当て値は次のような意味をもつ．たとえば，提携 {1,2} でプレイヤー 1 が割当て値 ω_1 以上の利得を要求した場合，プレイヤー 2 の利得は割当て値 ω_2 以下になってしまう．このとき，プレイヤー 2 はプレイヤー 1 との提携を解消し，プレイヤー 3 と提携してそれぞれの割当て値 ω_2, ω_3 を分配することができる．したがって提携 {1,2} においてプレイヤー 1 は割当て値 ω_1 以上の利得を要求することはできず，交渉はそれぞれの割当て値を分配することで妥結する．このように割当て値はプレイヤーの交渉力を反映していると言える．(7)によれば，提携の形成確率はそのメンバーの交渉力の積に比例し，交渉力の強いプレイヤーほど提携を形成する可能性が大きいことがわかる．

6. 実験結果との比較

5 節で得られた理論結果と Kahan/Rapoport [2] の実験結果とを比較しよう．実験で行なわれた交渉のルールは 2 節のルールにくらべて非常に複雑なので，ここでは実験の交渉プロセスを直接交渉均衡によって分析することはしない．

表 1 は実験で採用された 5 つのゲームと各ゲームでのプレイヤーの割当て値を示している．表 2 は各ゲームで提携が実際に形成された頻度を示している．表 2 は各ゲームでの提携の形成確率の実験値と理論値を示している．

理論値は利得が大きい提携ほど形成されやすいことを示しているが，実験値もⅡ型のゲームの提

表 1 実験で採用されたゲームにおける 2 人提携の利得とプレイヤーの割当て値

ゲーム	2 人提携の利得			プレイヤーの割当て値		
	$v(12)$	$v(13)$	$v(23)$	ω_1	ω_2	ω_3
I	95	90	65	60	35	30
II	115	90	85	60	55	30
III	95	88	81	51	44	37
IV	106	86	66	63	43	23
V	118	84	50	76	42	8

表 2 提携の形成頻度の実験値

ゲーム	{1,2}	{1,3}	{2,3}
I	27	15	5
II	25	8	15
III	17	16	15
IV	35	7	6
V	42	6	0

表 3 提携の形成確率の実験値と理論値
上の数字—実験値（相対頻度）
下の数字—理論値

ゲーム	{1,2}	{1,3}	{2,3}
I	.57 .43	.32 .36	.11 .21
II	.52 .49	.17 .27	.31 .24
III	.36 .39	.33 .33	.31 .28
IV	.73 .53	.15 .28	.12 .19
V	.88 .77	.12 .15	.00 .08

携 {1,3}，{2,3} を除いてはこれを裏づけている．II型のゲームではI型のゲームにくらべてプレイヤー2が属する提携 {1,2}，{2,3} の利得がすべて20増加し，この増加分はすべてプレイヤー2の割当て値の増加分となっている．このためII型のゲームではプレイヤー2の交渉力が強まり，提携 {2,3} のほうが提携 {1,3} より形成の頻度が一時的に大きくなったと思われる．また全体的に理論値は実験値より提携 {1,2} の形成確率を過少評価するなどのくい違いがあるが概して理論値は実験値の傾向を示すことに成功していると言えよう．

7. おわりに

本稿でみたように利得分配や提携形成をめぐるプレイヤーの間のさまざまな交渉を，非協力交渉ゲームとして表現し分析することはこれらの問題の解明に非常に有効である．今後，非協力ゲームの理論，特にその基礎をなす展開形ゲーム（ゲームの木）の理論の重要性は高まると思われる（[7，第4章] 参照）．なお，展開形ゲームによって国際関係を分析する手法としてシナリオ・バンドル法がある [4]．

参考文献

[1] 石川眞：宇宙船軌道の選定に関する交渉のゲーム，オペレーションズ・リサーチ **23**，4(1978)，228–231

[2] Kahan, J.P. and Rapoport, Am.: Test of the Bargaining Set and Kernel Models in Three Person Games, *Game Theory as a Theory of Conflict Resolution* (ed. An. Rapoport), Dordrecht Holland, D. Reidel, 1974, 161–192

[3] Levinsohn, J.R. and Rapoport, Am.: Coalition Formation in Multistage Three-Person Cooperative Games, *Coalition Formig Behavior* (ed. H. Sauermann), Mohr, Tübingen, 1978, 107–143

[4] 中村健二郎，岡田章：国際関係の結果予測の展開形ゲーム—シナリオ・バンドル法—，オペレーションズ・リサーチ **23**，4(1978)，232–239

[5] Riker, W.H.: Bargaining in a Three-Person Game, *American Political Science Review* 61(1967), 642–656

[6] Selten, R.: Coalition Probabilities in a Non-Cooperative Model of Three-Person Quota Game Bargaining, Working Paper Nr. 61, Institute of Mathematical Economics, Universität Bielefeld, 1977

[7] 鈴木光男：「ゲーム理論入門」共立全書，共立出版，1981