非協力ゲームの支配戦略と Nash 均衡

──公共財の供給と費用負担──

中山 幹夫

1. はじめに

複数の事業主体が参加して行なわれる公共事業の費用分担の問題はゲーム理論の応用分野の1つである．これまでにも，たとえば，Suzuki and Nakayama [11] の水資源共同開発や林 [6] の共同ゴミ処理場の建設における費用負担分析などがある．これらの共同事業においては各主体間での協力の動機が一般に明確であり，また各主体が個別に所有している知識や情報も必要なものは共同で利用できると考えられるため，協力ゲームによるアプローチがとられている．

ところが共同で行なわれる事業や活動の中でも，特に公共財とよばれる財やサービスの供給が問題となるケースではこのような前提がいつも満たされるとは限らない．たとえばいくつかの企業の出資によって市場調査やマーケティングなどのサービスを提供する調査機関を設立するような場合がその一例である．採用される費用負担の方式にも依存するが，仮に便益に応じた費用負担をさせるものとすると各企業はそのサービスから得られる私的便益を実際より低く見積って費用負担を軽くしようとする動機をもつかも知れない．つまり私的利益につながる見込みがあるならば，各主体は自己の真の選好や評価を偽って行動するということがあり得る．

このような問題は経済学で「公共財のただ乗り問題」として知られているもので，各主体に公共財の私的便益に応じた費用負担をさせることが可能かということを問うものである．この問題の解決はしばらくのあいだ困難とみられていたが，1970年代に入り新たに非協力ゲームとして定式化されるにおよんで多くの注目を集め，いくつかの解決法が提示された．たとえばGroves and Loeb [5]，Groves and Ledyard [3]，Hurwicz [8]，Walker [13]，Nakayama [9] などがある．特に Groves と Loeb によるものは，公共財の評価に関してウソをつかないことが支配戦略となるといういちじるしい特性をもつものであり，これが後に続く研究の刺激となった．

本稿ではこの Groves と Loeb に始まり最近の Nash-Lindahl メカニズムとよばれるモデルにいたった非協力ゲームによる公共財供給の問題へのアプローチのいくつかについて単純な枠組の中で紹介しそれらの特性を述べることにしたい．

2. 公共財

共同で利用することができ，しかもその利用において混雑を生じない財やサービスは**競合性をもたない**といわれ，**公共財**とよばれる．たとえば，きれいな環境は近似的に公共財と考えられる．また，道路，橋，公園，港，灯台などの公共施設は

なかやま みきお 富山大学 経済学部

その利用においてある程度までは競合性を生じない．先にのべた情報サービスセンターのような機関もそこで生み出されるサービスが各企業に共通に利用可能であるとすれば，公共財とみなして考えることができる．

公共財が生み出す便益は非競合性によって私的に占有することはできない．そのため対価を支払おうとする動機は一般に弱いものとなる．これが市場で取引きされる通常の財やサービスと本質的に異なる点であり，問題の核心となる．以下で想定する公共財はこのように抽象化された財やサービスである．

3. 非協力ゲームのモデル

ある公共財が適当な単位で測って q の水準で供給されると仮定しよう．便益のおよぶ主体を $i=1,2,\cdots,n$ とし，各主体 i の消費量，つまり受けるサービスの量を q_i で表わすと，非協合性から

$$q_1=q_2=\cdots\cdots=q_n=q$$

となる．主体 i の便益が金額表示されて $v_i(q)$，また，供給費用が同じ単位で $c(q)$ であるとする．このとき，最適な供給水準 q^* は社会的純便益の最大値

$$\text{(1)} \qquad \max_{q\geqq 0}\left(\sum_{i=1}^{n}v_i(q)-c(q)\right)$$

を達成する $q=q^*$ で与えられる．

この最適水準 q^* を求めるには，費用 $c(q)$と，各主体 i の私的便益 $v_i(q)$とを知る必要がある．費用 $c(q)$は客観的に測定可能と考えられるが，$v_i(q)$に関する知識は，直接に各主体とコミュニケートしなければ得られない．しかし，それによって得られた情報が「私的便益に応じた費用負担」を決定するのに用いられることがわかっているなら，各主体は正直に私的便益に関する情報を伝えるとは限らない．それゆえ，報告される情報の信頼性は疑わしいものとなるだろう．

このような可能性を許したうえで費用負担の問題にアプローチするため，以下のように定式化される非協力ゲームを考える．

3.1 プレイヤーと供給主体

公共財の便益のおよぶ主体の範囲が特定化されているとし，これを $N=\{1,2,\cdots,n\}$ とする．N の要素を**プレイヤー**とよぶ．また，その公共財の供給に関する仕事を担当する架空の主体を想定し，これを**供給主体**とよぶ．

供給主体は，各プレイヤーとの間で公共財に対する私的便益や評価，あるいは要求量などについてコミュニケートし，これにより得られた知識にもとづいて，ある一定のルールにしたがって供給量と費用の各プレイヤーへの帰属とを決定する．

3.2 戦略

各プレイヤー i は，供給主体とのコミュニケーションに応答するため，集合 M_i で示される私的な情報のリストをもっている．コミュニケーションの内容に応じて，要素 $m_i\in M_i$ は，たとえば公共財に対する私的な評価関数や要求量などを意味する．各プレイヤー i は，M_i の中から適当に m_i を選んで供給主体に伝達する．このような m_i がプレイヤー i の**戦略**である．

ここで，M_i の中のどの m_i が**真の**情報であるかは i のみが知っていて，外からはわからないとする．ただし，伝達された m_i の内容はすべてのプレイヤーが知ることができると仮定する．

3.3 配分ルール

各プレイヤーが独立に選んで伝達された戦略の組を $m=(m_1,m_2,\cdots,m_n)$で表わす．ここに$m\in M\equiv M_1\times M_2\times\cdots\times M_n$ である．

供給主体は，この m をあらかじめ規定されたルール

$$f(\cdot):M\to R\times R^n$$

にしたがって，公共財の供給水準 $q(m)$と各プレイヤー i への費用負担の帰属 $c(m)=(c_1(m), c_2(m),\cdots c_n(m))$とを$(q(m), c(m))=f(m)$と決定する．このルール f を**配分ルール**，または，**配分**

メカニズムなどとよぶ.

配分ルールは，すべてのプレイヤーによって正確に知られていると仮定する.

3.4 利 得

供給主体によって，**配分**$(q(m), c(m))$が決定されると，各プレイヤーは

$$u_i(q(m), -c_i(m)),\ i \in N$$

で表わされる**利得**を得る．各プレイヤーの目的はむろん利得を最大化するように戦略を選ぶことである.

こうして標準型のゲーム$G=[N, M, f, \{u_i\}_{i\in N}]$が定義される．このゲームにおいて，戦略の集合 M_i をたとえばプレイヤー i の公共財に対する評価関数の集合とし，配分ルールfを適当に設定することにより，各プレイヤーが真の評価を伝達することが G のある解となるかという問題の分析が可能となる．まず，この問題に解答を与えた Groves and Loeb [5] のモデルから説明しよう．このモデルはGrovesメカニズムとよばれることがある.

4. Groves メカニズム

配分ルール f によって戦略の組 $m\in M$ から配分$(q(m), c(m))$が決定されたとする．このとき，次の条件を満たす戦略 $m_i^* \in M_i$ をプレイヤー i の**支配戦略**(dominant strategy)という.

$$u_i(q(m/m_i^*), -c_i(m/m_i^*)) \geqq u_i(q(m), -c_i(m)),\ \text{for all } m\in M.$$

ただし，$m/m_i^* \equiv (m_1, m_2, \cdots, m_{i-1}, m_i^*, m_{i+1}, \cdots, m_n)$である.

定義から，支配戦略 m_i^* が存在すればプレイヤー i は m_i^* を選ぼうとする強い動機を与えられる．支配戦略はこのようにいちじるしい性質をもつ解の概念であり，一般に存在することはまれである．ところが，Groves and Loeb [5] は真の情報の伝達が支配戦略となる配分ルールを提示した．これが **Groves メカニズム**である.

まず，各プレイヤーの利得は，**転移可能効用**であると仮定される．すなわち，配分$(q, c)\in R\times R^n$に対する利得 $u_i(q, -c_i)$は，公共財に対する金額表示された評価関数 $v_i(\cdot): R\to R$ によって

$$u_i(q, -c_i)=v_i(q)-c_i,\ i\in N$$

と表わされる．この仮定のもとで，Groves メカニズムとは次のように与えられるゲーム $G=[N, M, f, \{u_i\}_{i\in N}]$ である.

$$M_i=\{m_i(\cdot)/m_i(\cdot): R\to R\},\ i\in N$$

$$f(m)=(q(m), c(m))$$

$$(2)\quad \sum_{i\in N} m_i(q(m))-p\cdot q(m) = \max_{q\geqq 0}\Bigl(\sum_{i\in N} m_i(q)-p\cdot q\Bigr)$$

$$(p>0 \text{ は供給価格})$$

$$(3)\quad c_i(m)=-\sum_{j\neq i} m_j(q(m))+p\cdot q(m) + a_i(m\backslash m_i),\ i\in N$$

ここで，$a_i(m\backslash m_i)\equiv a_i(m_1, \cdots, m_{i-1}, m_{i+1}, \cdots, m_n)$は m_i に依存しない関数で次の条件を満たす.

$$(4)\quad \sum_{i\in N} a_i(m\backslash m_i) \geqq (n-1)\Bigl(\sum_{i\in N} m_i(q(m))-p\cdot q(m)\Bigr).$$

戦略 $m_i(\cdot)$は，公共財に対する金額表示された i の評価関数である．むろん $v_i(\cdot)\in M_i$ である.

(2)は，報告された評価関数に関して社会的純便益が最大となるように供給水準を決めることを意味する．なお，max は自然な条件のもとで存在する．詳しくは，[5] 参照．(3)できまるプレイヤー i の費用負担額は，供給費用 $p\cdot q(m)$から i 以外のすべてのプレイヤーの評価額の和を差し引いた額と，i のコントロールのおよばない額 $a_i(m\backslash m_i)$の合計である．(4)は

$$(5)\quad \sum_{i\in N} c_i(m) \geqq p\cdot q(m)$$

と書きかえてみればわかるように，収支に欠損を生じないための条件である.

(2), (3)で与えられる配分ルールをf_Gと書くと，Grovesメカニズムの特性は次の命題で示される.

命題 1 配分ルール f_G のもとでは，各プレイヤー i について，$v_i(\cdot)\in M_i$ が支配戦略である.

(証明) 任意の $i\in N$ に対して

$$v_i(q(m/v_i))-c_i(m/v_i)$$
$$=v_i(q(m/v_i))+\sum_{j\neq i}m_j(q(m/v_i))$$
$$-p\cdot q(m/v_i)-a_i(m\backslash v_i)$$
$$\geqq v_i(q)+\sum_{j\neq i}m_j(q)-p\cdot q-a_i(m\backslash v_i)$$

この不等式は任意の $q\geqq 0$ に対して成立するから，特に，任意の $m_i\in M_i$ と $m\in M$ に対する $q(m/m_i)\geqq 0$ についても成立する．ゆえに

$$v_i(q(m/v_i))-c_i(m/v_i)\geqq v_i(q(m/mi))$$
$$-c_i(m/m_i).$$
（証明終り）

こうして，Groves メカニズムは各プレイヤーに対し，公共財の私的評価を正しく報告する強い動機を与えることがわかる．

Groves メカニズムには，しかし，以下に述べるような弱点がある．まず達成される配分は一般にパレート最適にはならない．ここで配分 (q,c) が**パレート最適**であるとは，次のような収支を均衡させる配分$(\bar{q},\bar{c})$が存在しないことをいう．

$$u_i(\bar{q},-\bar{c}_i)>u_i(q,-c_i),\ \text{for all}\ i\in N.$$

配分ルール f_G がパレート最適性を満たさない理由は，不等式(5)を等号で成立させるような関数 $a_i(m\backslash m_i)$を，特殊なケースを除いてつくることができないからである．したがって，各プレイヤーは全体として費用を負担し過ぎているのである．この問題は Groves メカニズムの範囲内では解決できない．[12]

もうひとつの弱点として考えられるのは，転移可能効用の仮定である．応用上は問題とはならないが，モデルとしてはこの仮定が満たされないケースをも含み得るほうが望ましい．

次に述べる配分メカニズムは，これらの弱点を改良したものである．

5. Groves-Ledyard メカニズム

Groves and Ledyard [3] によって提示された配分メカニズムでは，解の概念として次にのべる Nash 均衡が採用されている．

各プレイヤーが選んだ戦略の組$m^\circ=(m_1^\circ,m_2^\circ,\cdots,m_n^\circ)\in M$ が次の条件を満たすとき，m° は **Nash 均衡**とよばれる．

$$u_i(q(m^\circ),-c_i(m^\circ))\geqq u_i(q(m^\circ/m_i),$$
$$-c_i(m^\circ/m_i)),$$
$$\text{for all}\ m_i\in M_i,\ \text{for all}\ i\in N.$$

Nash 均衡m°は，このように，任意のプレイヤー i について他のプレイヤーの戦略の組 $m^\circ\backslash m_i\equiv(m_1^\circ,m_2^\circ,\cdots,m_{i-1}^\circ,m_{i+1}^\circ,\cdots,m_n^\circ)$が与えられたという条件のもとで m_i° が最適となるので，$m\in M$ が観察可能という前提が意味をもつ．また，$m^*\in M$ が支配戦略の組ならば m^* は Nash 均衡であるが，逆は真ではない．したがって，解としては支配戦略よりも弱いが，Groves メカニズムの弱点を克服するには Nash 均衡への移行は不可欠であることがわかっている．(Walker [12])

さてGroves-Ledyard メカニズムは次のように与えられるゲーム $G=[N,M,f,\{u_i\}_{i\in N}]$ である．

$$M_i=R,\ i\in N$$
$$f(m)=(q(m),c(m))$$
$$(6)\quad q(m)=\sum_{i\in N}m_i$$
$$(7)\quad c_i(m)=\alpha_i pq(m)+\frac{\beta}{2}\left[\frac{n-1}{n}(m_i-\mu(m\backslash m_i))^2-\sigma(m\backslash m_i)^2\right]$$
$$(\beta>0,\sum_{i\in N}\alpha_i=1),\ i\in N$$

ただし

$$\mu(m\backslash m_i)=\frac{1}{n-1}\sum_{h\neq i}m_h$$
$$\sigma(m\backslash m_i)^2=\frac{1}{n-2}\sum_{h\neq i}(m_h-\mu(m\backslash m_i))^2$$

である．

利得は連続，準凹かつ狭義単調な効用関数 $u_i(\cdot):R\times R\to R$で与えられる．戦略$m_i\in M_i$は実数値である．(6)の供給水準の式からわかるように，各プレイヤーは供給水準の増加量あるいは減少量を戦略として選んで伝達することを要請される．したがって，公共財に対する私的評価や便益は直接，外へは現われてこない．

(7)で与えられる費用負担 $c_i(m)$は，供給費用の

分担分 $\alpha_i p\cdot q(m)$ と，m_i の，平均値 $\mu(m\backslash m_i)$ からの二乗偏差と，分散とから構成されている．直接計算することによって，つねに

$$\frac{n-1}{n}\sum_{i\in N}(m_i-\mu(m\backslash m_i))^2=\sum_{i\in N}\sigma(m\backslash m_i)^2$$

なること，したがって収支が均衡することが確かめられる．以上のような Groves-Ledyard メカニズムは，標準的な仮定のもとで次の特性をもつことが示される．この配分ルールを f_{GL} と書く．

命題 2 配分ルール f_{GL} のもとで Nash 均衡 $m^\circ\in M$ が存在すれば，配分 $(q(m^\circ), c(m^\circ))$ はパレート最適である．

証明は，Groves and Ledyard [3] 参照．また，Nash 均衡の存在については Groves and Ledyard [4] 参照．

Nash 均衡は定義にのべたように，他のプレイヤーの戦略が与えられたという仮定のもとでの均衡であるから，供給主体と各プレイヤーとの間での情報交換と逐次改訂のための適当な動学的プロセスを想定することにより，命題2に具体的意味を付与することができる．これに対して支配戦略を採用する Groves メカニズムではその必要はない．このように，Groves-Ledyard メカニズムでは，Nash 均衡でパレート最適な配分 $(q(m^\circ), c(m^\circ))$ が達成されるが，次のような事態を排除することはできない．いま，$(0,0)\in R\times R^n$ で公共財を供給する前の状態を表わす．配分 $(q(m^\circ), c(m^\circ))$ が，条件

$$u_i(q(m^\circ), -c_i(m^\circ))\geqq u_i(0,0), \text{ for all } i\in N$$

を満たすとき，配分ルール f は**個人合理的**であるということにする．すると，配分ルール f_{GL} は，個人合理的であるとは**限らない**のである．つまり，公共財の供給によって，現状より悪くなってしまうプレイヤーが出てくるかも知れない．

個人合理性を配分ルールがもつべきひとつの望ましい特性と考えるならば，配分ルール f_{GL} には改善の余地がある．個人合理性を満たすように改善された配分ルールはいくつか提案されているが，その中で Walker [13] によるものが最も単純で理解しやすい．これを次にのべる．

6. Nash-Lindahl メカニズム

個人合理性を満たす配分ルールとしてこれまで提案されているのは，Lindahl 均衡を達成するメカニズムである．

いま，$\pi=(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_n)$ を $\sum_{i\in N}\pi_i=1, \pi_i\geqq 0 (i\in N)$ を満たす比率とする．比率 π° と配分 (q°, c°) の組 $[\pi^\circ, (q^\circ, c^\circ)]$ が次の条件を満たすならば，$[\pi^\circ, (q^\circ, c^\circ)]$ は **Lindahl 均衡**とよばれる．

$$c_i{}^\circ=\pi_i{}^\circ\cdot pq^\circ, \text{ for all } i\in N$$

$$u_i(q^\circ, -c_i{}^\circ)=\max_{q,c_i} u_i(q, -c_i), \quad \text{for all } i\in N$$

ただし，$c_i=\pi_i{}^\circ p\cdot q$, $q\geqq 0$

Lindahl 均衡では，定義から，$u_i(q^\circ, -c_i{}^\circ)\geqq u_i(0,0)$，$i\in N$ となって個人合理性が満たされる．また，配分 (q°, c°) がパレート最適であることも容易に確かめられる．

Lindahl 均衡は，各プレイヤー i が，公共財の個別的な価格 $\pi_i{}^\circ\cdot p$ のもとで効用最大化を行なったと仮定した場合に達成される均衡である．しかし，均衡価格 $\pi_i{}^\circ\cdot p$ の形成にいたる有効なメカニズムが欠如していたため，Lindahl 均衡は形式上のものにすぎないと考えられていた．以下にのべるのは Nash 均衡によって Lindahl 均衡を達成するメカニズムで，均衡価格形成のためのルールを含んでいる．このようなメカニズムを，**Nash-Lindahl メカニズム**とよぶことにしよう．

Walker [13] によって与えられた Nash-Lindahl メカニズムは，次の単純な形をもつゲーム $G=[N, M, f, \{u_i\}_{i\in N}]$ である．

$$M_i=R, \quad i\in N$$

$$f(m)=(q(m), c(m))$$

(8) $$q(m)=\sum_{i\in N}m_i$$

(9) $$r_i(m)=\frac{1}{n}+R(m_{i+2}-m_{i+1}), i\in N (R>0)$$

(10) $$c_i(m)=r_i(m)p\cdot q(m), \quad i\in N$$

(ただし $n+1=1$，$n+2=2$ と規約する)

戦略 $m_i \in M_i$ と，(8)の供給水準は Groves-Ledyard メカニズムとまったく同じである．(9)は費用分担率，すなわち価格形成のルールを与える．$R>0$ は単位をそろえるための定数で $R=1$ と考えてよい．$r_i(m)$は m_i に依存していないことに注意する．費用負担額 $c_i(m)$は $r_i(m)$による分担分である．収支均等の条件は，$\sum_{i\in N} r_i(m)=1$ なることから明らかに満たされる．

(8)，(9)，(10)で与えられる配分ルール f を f_W と書くと，Nash-Lindahl メカニズムの特性は次の２つの命題で示される．

命題 3 配分ルール f_W のもとで，$m^\circ \in M$ が Nash 均衡ならば，$[r(m^\circ),(q(m^\circ),c(m^\circ))]$ は Lindahl 均衡である．

命題 4 $[\pi^\circ,(q^\circ,c^\circ)]$ が Lindahl 均衡であるとする．このとき，配分ルール f_W のもとで，$[r(m^\circ),(q(m^\circ),c(m^\circ))]=[\pi^\circ,(q^\circ,c^\circ)]$となる Nash 均衡 $m^\circ \in M$ が存在する．

証明はいずれもきわめて容易である．命題3については，$r_i(m)$が m_i に依存しないことから $m^\circ \in M$ が Nash 均衡ならば $q(m^\circ)$ が各プレイヤー i について $r_i(m^\circ)p$ のもとで効用を最大にする．命題4については，連立方程式 $\sum_{i\in N} m_i=q^\circ$, $m_{i+2}-m_{i+1}=\frac{1}{R}\left(\pi_i{}^\circ-\frac{1}{n}\right)$, $i=1,2,\cdots,n$ が解 $m^\circ=(m_1{}^\circ, m_2{}^\circ,\cdots,m_n{}^\circ)$をもち，これが Nash 均衡となる．

配分ルール f_W で注意すべきことは，$m^\circ \in M$ が Nash 均衡であるとき，価格形成ルール(9)によって一般に $r_i(m^\circ) \neq r_i{}^\circ$ となることである．つまり，各プレイヤーが Nash 均衡で選ぶ分担率は，実際に割り当てられる Lindahl 均衡の分担率とは一般に異なる．このようなメカニズムは，間接的(indirect)であると言われ，結果として生ずる配分にのみ関心を集中するものである．これに対して真の選好を報告させる意図をもった Groves メカニズムは，直接的(straight forward)あるいは選好顕示的(preference-revealing)であると言われることがある．

7. おわりに

Groves and Loeb [5] が非協力ゲームの概念を借りてアプローチを始めた「公共財のただ乗り問題」は，Nash-Lindahl メカニズムにいたって，その本来の形において，一応の決着をみたということができる．この間，本稿では触れなかったが，それと平行して Drèze and Poussin [2] に始まる動学理論も Nash 均衡と Lindahl 均衡との関係を中心として展開されてきた．[1]，[7]，[10]．

これらの発展に加えて，OR の観点から特に関心をひくと思われるのは V. Smith によって行なわれたこれらのメカニズムの適用可能性についての一連の実験である([14]，[15])．[14] では，Groves-Ledyard メカニズムに対して工夫された，ある単純な動学的調整プロセスが小グループの被験者に対して有効に機能するかどうかについて実験が行なわれた結果，被験者たちは急速に最適点に近づく傾向にあることが報告されている．この結果は，これらの配分メカニズムがそのまま具体的問題に応用可能であることを意味するものではないが，少なくともそのための第1歩であると言えるだろう．

参 考 文 献

[1] P. Champsaur, J. Drèze and C. Henry, Stability Theorems with Economic Applications, *Econometrica* 45 (1977), 273-294

[2] J. Drèze and D. de la Vallée Poussin, A Tatonnement Process for Public Goods, *Review of Economic Studies* 38 (1971), 133-150

[3] T. Groves and J. Ledyard, Optimal Allocation of Public Goods: A Solution to the "Free Rider Problem", *Econometrica* 45 (1977), 783-809

[4] ―― and ――, The Existence of Efficient and Incentive Compatible Equilibria with Public Goods, *Econometrica* 48 (1980),

1487-1506

[5] ＿＿ and M. Loeb, Incentives and Public Inputs, *Journal of Public Economics* 4 (1975), 211-226

[6] 林 亜夫, ゴミ処理施設共同事業の仁による費用負担分析, オペレーションズ・リサーチ 23 (1978), 214-220

[7] C. Henry, On the Free Rider Problem in the MDP Procedure, *Review of Economic Studies* 46 (1979), 293-304

[8] L. Hurwicz, Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points, *Review of Economic Studies* 46 (1979), 217-226

[9] M. Nakayama, Optimal Provision of Public Goods through Nash Equilibria, *Journal of Economic Theory* 23 (1980), 334-347

[10] J. Roberts, Incentives in Planning Procedures for the Provision of Public Goods, *Review of Economic Studies* 46 (1979), 283-292

[11] M. Suzuki and M. Nakayama, The Cost Assignment of the Cooperative Water Resource Development : A Game Theoretical Approach, *Management Science* 22 (1976), 1081-1086. 鈴木光男・中村健二郎；社会システム，第3章 共立出版 1976

[12] M. Walker, On the Nonexistence of a Dominant Strategy Mechanism for making Optimal Public Decisions, *Econometrica* 48 (1980), 1521-1540

[13] ＿＿, A Simple Incentive Compatible Scheme for Attaining Lindahl Allocations, *Econometrica* 49 (1981), 65-71

[14] V. Smith, Empirical Validation of an Incentive Compatible Mechanism for the Allocation of Public Goods, paper presented at TIMS/ORSA meeting, Las Vegas, 1975

[15] ＿＿, Incentive Compatible Experimental Processes for the Provision of Public Goods, in Research in Experimental Economics (ed. Smith) JAI Press, Greenwich, 1979