

ペトリネットについて (3)

篠沢 昭二・松島 俊章

先月号で、PNの基本的な解析手法である到達可能木、標号機械(略称TM)、および線形代数手法について述べた。

本号では、通信システムの実例をとりあげ、そのPN記述と解析、およびタイムペトリネット(略称TPN)による発火時間条件の考察について述べることにする。

8. コマンド再送機能をもつ片方向伝送

本誌7月号第2節で、簡単な2局間データ通信、すなわちコマンドの流れ方向が一方方向に固定されている片方向伝送の通信制御手順について述べ、そのPN記述を図2に示した。しかし、実際の通信制御手順のモデル化として図2は適切であろうか? たとえば、現実には、伝送中に信号が外乱等により減衰したり消滅し、相手局にコマンドやレスポンスが達しないこともおこりうるのである。しかるに、図2に示したPNにおいて、これらの事象や状態はモデル化されておらず、また仮りに、位置 p_2 あるいは p_6 から標号が消滅することを記述したとしても、それに対する正常動作への復帰機能を記述していない。このことは、図2の位置 p_2 あるいは p_6 から標号が消滅したとき、図6に示したTMに関し図9の点線で示す遷移がおこり、 p_4p_7 あるいは p_7p_6 という停止状態に陥り、修復不能であることから明らかであろう。

そこで、実際の通信システムにおいては、このような停止状態に陥り、修復不能にならないように、片方向伝送では一般に、1次局側にレスポンス受信監視用タイマをもっている。そしてこの受信監視用タイマにより、1次局側はコマンド送信後、ある設定時間以上経過してもレスポンスを受信できない、いわゆるタイムアウトが発生したとき、コマンドの再送を行なっている[1]。このコマンド再送機能をもつ片方向伝送のPN記述を図10に

示す[2][3]。

図10において、位置 $p_1 \sim p_9$ 、転位 $t_1 \sim t_7$ はそれぞれ、図2における位置 $p_1 \sim p_9$ 、転位 $t_1 \sim t_9$ と同じ意味をもち、新たに書き加えられている p_{10} は、伝送路外の状態を意味している。また、転位 t_8, t_9 はそれぞれ、コマンド伝送中の信号喪失、レスポンス伝送中の信号喪失を意味し、転位 t_{10} はコマンドの再送信を意味している。ここで、図10のPNのTMを書いてみると、図11となり、明らかに停止状態は存在せず修復可能となっている。

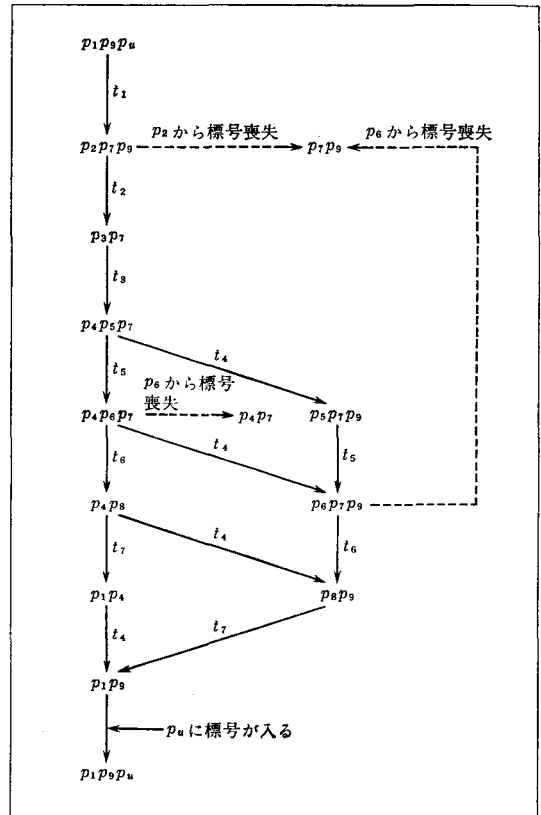


図9 図2のPNで $p_2 p_6$ から標号が喪失したときのTM

しのざわ しょうじ 日本電気 情報処理営業支援本部
まつしま としあき 日本電気 伝送通信事業部

さて、以上に述べたコマンド再送を行なう片方向伝送において、タイムアウト時間をどれほどに設定するか、あるいは、いったん設定された時間が正しいか否かを検証することは、しばしば重要な問題となる。このようなタイムアウト時間の設定に関する問題は、PNの各転位に発火時刻許容範囲を指定したTPN（7月号第4節参照）を用いることにより、次のように換言され明確化される。すなわち、「転位 $t_1 \sim t_7$ の発火時刻許容範囲が、
 $t_1; [\tau_1^*, \tau_1^{**}] \quad t_2; [\tau_2^*, \tau_2^{**}]$
 $\dots\dots\dots t_7; [\tau_7^*, \tau_7^{**}]$
と知ることができるとき、転位 t_{10} の発火時刻許容範囲 $[\tau_{10}^*, \tau_{10}^{**}]$ を決定、あるいは検証せよ。」という問題となる。

ここで、TPNの概念を把握するために、図10に示すPNの各転位に発火時刻許容範囲を付したTPNにおいて、発火列が $t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8$ としたときの発火時刻許容範囲と発火時刻をタイムチャートで例示しておく。

さて、図10の転位 $t_1 \sim t_7$ の発火時刻許容範囲が上記のように既知であるとする、 t_8 あるいは t_9 が発火可能な

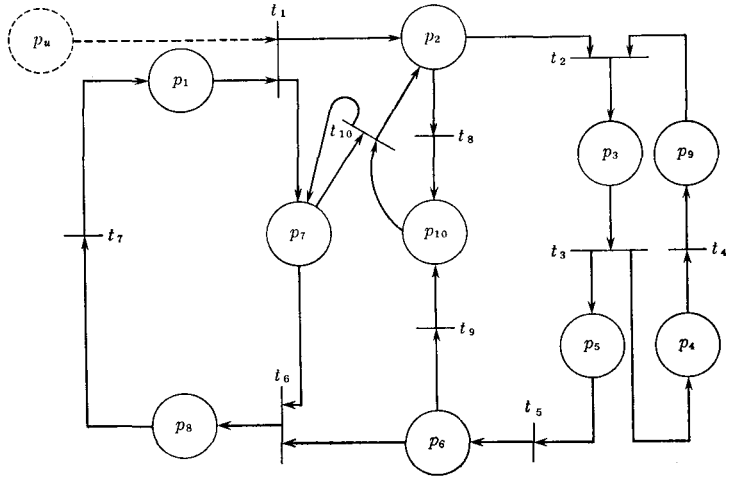


図10 通信制御手順のPN記述(コマンド再送機能有)

のは、標号が p_2 あるいは p_6 に存在する間に限られ、したがって t_8, t_9 の発火時刻に関する制限条件は おのずと算出され、次のようになる。

$$t_8; [\tau_8^*, \tau_8^{**}] = [\theta, \tau_2^{**}]$$

$$t_9; [\tau_9^*, \tau_9^{**}] = [\theta, \tau_6^{**}]$$

また、タイムアウト時間は、伝送路外に信号が喪失されず正常に通信が行なわれたときの1次局のコマンド送信からレスポンス受信までに要する最大時間より大きく設定されねばならない。これを図10のTPN+上に対応させて考えると、 t_1 発火後 p_{10} に標号が存在することなく、 t_8 が発火するまでの最大時間、すなわち位置 p_7 が標号を連続して保持する最大時間を求め、この時間より大きな値を τ_{10}^* とすればよいことがわかる。 p_{10} に標号が存在せずに、 p_7 が標号を連続して保持している間の発火列としては、図11のTMより下記の6通りがあり、それぞれの場合について、 p_7 の標号保持最大時間を $h_1 \max, \dots, h_6 \max$ で表わすと、

①発火列 $t_2 t_3 t_4 t_5 t_6$ の場合

$$h_1 \max = \tau_2^{**} + \tau_3^{**} + \tau_5^{**} + \tau_6^{**}$$

②発火列 $t_2 t_3 t_4 t_5 t_8$ の場合

$$h_2 \max = \begin{cases} h_1 \max (\tau_4^{**} \leq \tau_5^{**} \text{ のとき}) \\ \tau_2^{**} + \tau_3^{**} + \tau_4^{**} + \tau_6^{**} (\tau_4^{**} > \tau_5^{**} \text{ のとき}) \end{cases}$$

③発火列 $t_2 t_3 t_4 t_5 t_8$ の場合

$$h_3 \max = h_2 \max$$

④発火列 $t_4 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6$ の場合

$$h_4 \max = \tau_4^{**} - \tau_5^* - \tau_6^* - \tau_7^* - \tau_1^* + \tau_2^{**} + \tau_3^{**} + \tau_5^{**} + \tau_6^{**}$$

(ただし、 $\tau_4^* - \tau_5^{**} - \tau_6^{**} - \tau_7^{**} - \tau_1^{**} \geq 0$ が必要)

⑤発火列 $t_4 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6$ の場合

$$h_5 \max = \tau_4^{**} - \tau_5^* - \tau_6^* - \tau_7^* - \tau_1^* + \tau_2^{**} + \tau_3^{**} +$$

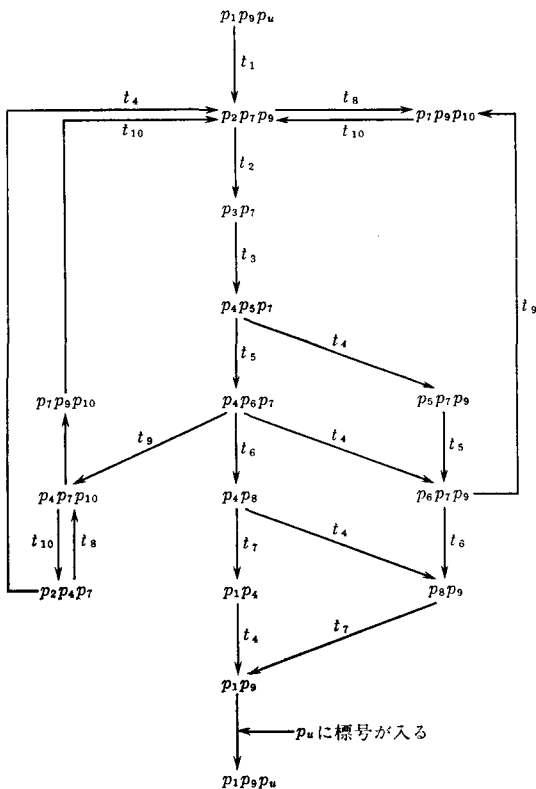


図11 図10のPNのTM

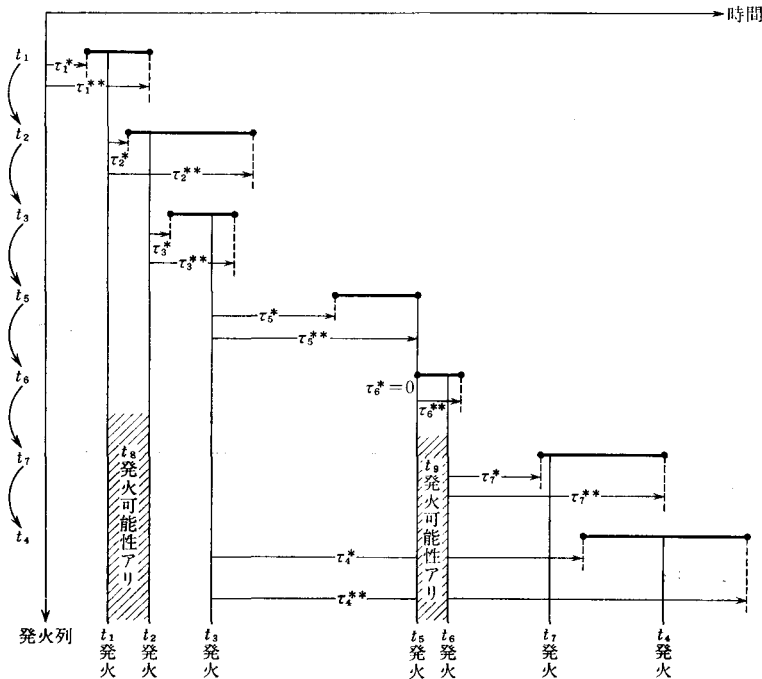


図 12 発火時刻許容範囲と発火時刻のタイムチャート例
(図10における発火列 $t_1 t_2 t_3 t_5 t_6 t_7 t_4$ に対して)

$$\tau_4^{**} + \tau_6^{**}$$

(ただし、 $\tau_4^* - \tau_5^{**} - \tau_6^{**} - \tau_7^{**} - \tau_1^{**} \geq 0$ が必要)

⑥発火列 $t_4 t_2 t_3 t_5 t_4 t_6$ の場合

$$h_6 \max = h_5 \max$$

したがって、 $\tau_{10}^{**} > \text{MAX} [h_{1 \max}, h_{2 \max}, h_{4 \max}, h_{5 \max}]$ が t_{10} の発火時刻に対する制限条件であり、求めるタイムアウト時間はこの条件式より決定すればよい。

一方、図11のTMより、図10のTPNが活性であり、かつ有界(安全)であることが確認できるが、参考のために付録に線形代数手法によりこのTPNの不変性、無矛盾性を示しておく。

また、ここで述べた例はコマンド再送のみを考慮したPNモデルであるが、文献[4]には伝送路からレスポンスも喪失したときのレスポンス再送のPNモデルが述べられている。

さらに、実際の通信制御手順では、いくつかのコマンドが連続して送信されることもあるが、このようなコマンド列、レスポンス列の送受信を記述したPNモデルも報告されている[2]。

9. 両方向伝送のPN記述

前節では、コマンドの流れ方向が一方に固定されている片方向伝送について、TPNによる考察を行なったが、本節では、コマンドおよびレスポンスの両方を送受

信する、いわゆる複合局間の両方向伝送の通信制御手順について、PNにより記述、解析を行なうことにする。1つの複合局は、データリンク制御に関し相互に対等の責任をもっており、片方向伝送における1次局機能と2次局機能をあわせもっている。しかし、一般には、伝送路の物理的な容量の制約から、一方の局でのコマンド送信とレスポンス送信の競合は避けるようにし、重要度の高いコマンドあるいはレスポンスを優先して送信するようにしている。このような重要度を判定し、優先順位を決定するのは、図1におけるリンクレベルより高位のレベルのプロトコルである。

このような両方向伝送の伝送制御手順のPN記述を図13に示す。ただし、実際には両方向伝送においてもタイムアウトによるコマンド再送を行なっているが、簡単のためにここ

ではこの機能を記述していない。図13中で位置および数字添字は、それぞれ図2の対応する数字添字をもつ位置および転位と同じ意味をもち、図中の位置、転位の英添字A、Bは、複合局A、複合局Bを表わす添字である。また、 p_{10}^A 、 p_{10}^B はそれぞれ、A局側、B局側のリンクレベルより高位のレベルの状態を示す位置であり、コマンドとレスポンスの競合を避け、優先順位をつける役割を果たしている。

さて、この図13のPNのままTMを考えてもよいのであるが、これは非常に複雑なTMとなる。(興味ある読者は試みられたい。図11のTMに比し飛躍的に複雑になることが、おわかりいただけると思う。)

しかるに、PNでは、PN中のあるまとまった位置や転位の集合を1つの位置で置き換えたり、1つの転位で置き換える階層的記述(hierarchical description)が可能である[5]。たとえば、図13のPN中の(イ)の部分を1つの位置 p_A に、また(ロ)の部分を位置 p_B に置き換えることができる。図13のPNにこのような置換を施すことにより、そのTMは簡単化され図14のようになる。

図14から明らかのように、置換された p_A 、 p_B の中が活性であり、かつ有界(安全)であるならば、図13のPNは活性であり、かつ有界(安全)であることがわかる。

むすび

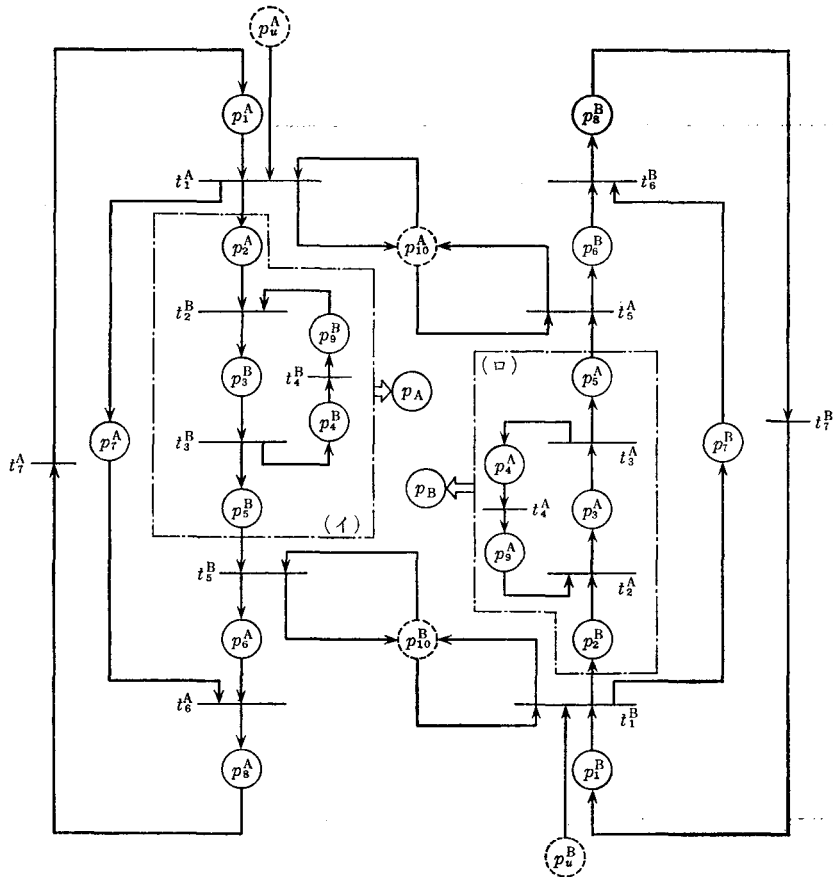


図 13 両方向伝送における伝送制御手順のPN記述

7月号から3回にわたり、ペトリネット で用いられる用語の意味、および通信制御手順を例に、ペトリネットの記述・解析の具体例を述べてきた。

本文では誌面の関係で言及できなかったが、論理回路のモデル化にもペトリネットは応用されている[6][7]。また、形式言語の研究の立場からペトリネットを扱った論文や[8][9]、PNの複雑さ、到達可能性の決定問題を、オートマタによりアプローチした論文[10][11]も多い。

筆者の考えるところ、ペトリネットの長所は、システムの構文(syntax)記述能力の高さと、その形式的な解析が可能である点にあると思う。ペトリネットによりシステムの意味(semantics)を記述する試みも種々行なわれているが、現在のところ、決定的なものはないように思われる。

今後、動作の順序関係の複雑なシステムのモデル化技術として、さらに応用範囲が広がることが予想されるが、同時に、より形式化されたペトリネットの解析法の発展が期待される。(完)

↑ PNもTPNも、その図形表現上の差違はなく、転位に発火時間条件が付されているか否かの違いだけである。また、換言するとPNは、そのすべての転位の発火時刻許容範囲が $[0, \infty]$ のTPNであるといえる。

[付録] 生起行列

| | p_1 | p_2 | p_3 | p_4 | p_5 | p_6 | p_7 | p_8 | p_9 | p_{10} |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $C=t_1$ | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| t_2 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| t_3 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| t_4 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| t_5 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| t_6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| t_7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| t_8 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| t_9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| t_{10} | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |

n_1 (列数)=10 r_1 (階数)=7

基本解: $(n_1 - r_1)$ 個 = 3個

$$x_1 = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)^t$$

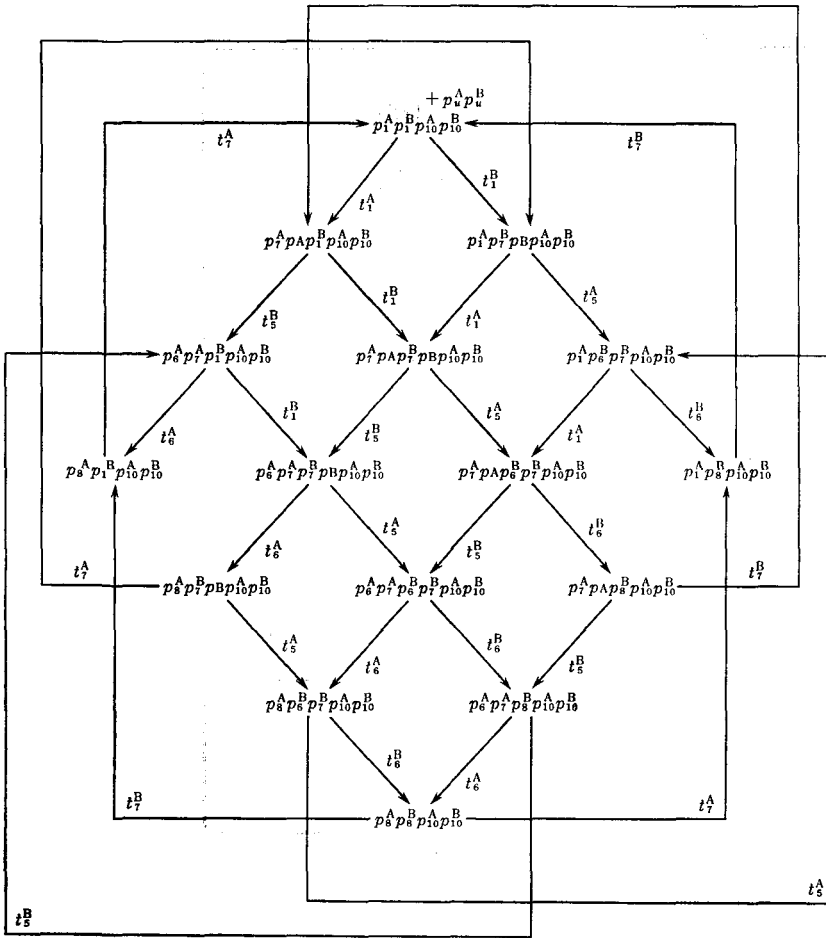


図 14 図13のPNのTM

$$x_2 = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^t$$

$$x_3 = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1)^t$$

完全 p 回路

たとえば,

$$x = 2x_1 + x_2 - x_3 (2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1)^t$$

であり, 完全 p -回路存在. したがって, 不変.

生起行列の転置行列

$$C^t \quad n_2(\text{列数})=10$$

$$r_2(\text{階数})=9$$

基本解: $(n_2 - r_2)$ 個 = 1 個

$$y_1 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$$

完全 t 回路

存在し, 無矛盾

参考文献

[1] 日本規格協会: JIS ハンドブック, 情報処理 1980
 [2] P. M. Merlin, D. J. Farber: Recoverability

of Communication Protocols—Implication of a Theoretical Study, *IEEE Trans. on COM*, Vol. COM-24, No. 9, pp. 1036-1043, Sept. 1976

[3] 嵩 忠雄他: タイムペトリネットに関する判定問題—通信制御手順の検証への一考察—, 信学論(D), Vol. J-60-D, No. 10, pp. 822-829, Oct. 1977

[4] 森 将豪他: Time Petri Net に関する判定問題, 信学技報, AL 76-31, July 1976

[5] J. L. Peterson: Petri Nets, *Computing Surveys*, Vol. 9, No. 3, pp. 223-252, Sept. 1977

[6] D. Misunas: Petri Nets and Speed Independent Design, *Comm. ACM*, Vol. 16, No. 8, pp. 474-481, Aug. 1973

[7] A. A. Khan, G. S. Hura, H. Singh, and N. K. Nanda: State Equation Representation of Logic Operations Through a Petri Net, *Proc. of the IEEE*, Vol. 69, No. 4, pp. 485-487, April 1981

[8] M. Hack: Petri net languages, *Computation Structures Group Memo 124*, Project MAC, M.I.T., June 1975

[9] 菊野 享他: ペトリネットのサブクラスの表現能力比較—ペトリネット言語による比較—, 信学論(D), Vol. J-60-D, No. 11, pp. 975-981, Nov. 1977

[10] 松浦敏雄他: セーフペトリネットに関する等価性ならびに簡単化判定問題の計算複雑さ, 信学論(D), Vol. J-63-D, No. 6, pp. 501-508, June 1980

[11] 嵩 忠雄他: Petri net の Reachability に関する二, 三の問題, 信学技報, AL75-12, June 1975