

ペトリネットについて (1)

篠沢 昭二・松島 俊章

1. 序 論

ペトリネット(Petri net;以下PNと略す)は、システムにおける信号あるいは情報の流れを抽象化し、簡潔に表現できるモデルとして注目されている [1],[2].

今から約20年前、Carl Adam Petri(独)によって提示されたPN[3]は、その後、特にMITのタイムシェアリングシステム研究プロジェクトMACにおいて、その実用化の拡大と理論的發展が図られた [4].

PNは、現実のハードウェアシステム、あるいはソフトウェアシステムの“条件(condition)”と対応づけられる位置(place)の集合、システム中の“事象(event)”と対応づけられる転位(transition)の集合、およびそれらの条件と事象の関係を表わす有向線分(directed arc)とで構成され、位置に刻印(marking)を与えることにより、そのシステムのある“状態(state)”を表わすことができる。また、位置を円印(○)、転位を棒線(|)、有向線分を矢印(→)、小黒点(・)で示される標号(token)を位置に置くことで示される刻印によって、PNの図形表現を与えることができる。このようなPNの図形表現を用いると、システム中の事象の順序関係と状態の推移を、PNにより視覚的に把握でき、特に順序関係の複雑な非同期並列処理システムを記述する際に有用である。また、一度構築されたPNの静的性質および動的性質は、いくつかの適切な解析手段によって明確化され、もとのシステムの動作の正しきの検証に役立つ。

上述のような有用性から、PNは複雑な並列処理を含むコンピュータのオペレーティングシステム、および分散データベースシステムの記述モデル、検証モデルとして、広く用いられている [5],[6]。また、データ通信における通信制御手順のモデル化、およびその検証にも利

用されている [7],[8],[9].

本文では以後3回にわたり、特に通信制御手順を例にとって、PNにおいて使用される用語の意味、種々のPN、システムの記述例、およびPNで表現されたシステムの検証法について論じる。

2. 通信制御手順のPNによる記述

本節では、簡単な2局間データ通信の通信制御手順を例にして、それをPNで記述し、PNとはどのようなものかを概観することとする。

2局間でデータ通信を行なう場合、何らかの通信上の規約(communication protocol)が必要であり、概念上図1に示す階層構造を考えることができる。PNによるシステム記述は、そのシステムがハードウェアシステムであるか、ソフトウェアシステムであるかにかかわらず可能であるため、ハードウェア上での規約である図1の物理レベルの通信規約についても、それをPNで記述することができるが [7]、ここでは図1に示す階層構造のうちリンクレベルの通信規約を扱うこととする。すなわち、データリンクの設定や開放、伝送開始終了の確認、メッセージの再送などの機能を含むレベルの通信制御手順について考えるものとする。

また、2局間のデータ通信においては、コマンドの流れ方向が一方に固定されている片方向伝送と、コマンドの流れが両方向の両方向伝送があるが、本節では取り扱いを簡単なものとするために片方向伝送に限定されたモデルについて述べることにする。この片方向伝送では、リンクレベルの制御に関し全責任をもつ1次局と、1次局の指示によりデータリンクの制御機能を実行する2次局とがあり、そのそれぞれは固定的である。1次局は、通常、コマンドを送信し2次局からのレスポンスを受信する。一方、2次局は1次局からのコマンドを受信し、レスポンスを1次局へ送信する。このようなコマンドとレスポンスのやりとりを何回か繰り返すことにより、1

しのざわ しょうじ 日本電気 情報処理営業支援本部
まつしま としあき 日本電気 伝送通信事業部

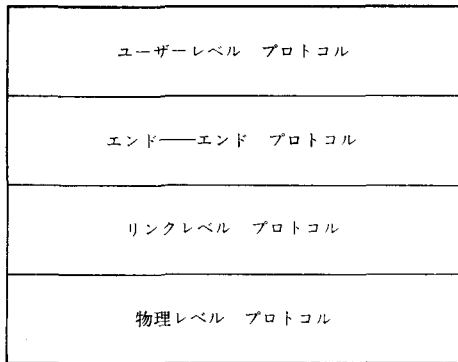


図 1 プロトコルの階層構造

次局は、2次局側からのレスポンスを確認しながら、2局間の通信制御を行なうことができる。なお、データ通信における通信規約に関しては、文献 [10], [11]などに詳しい。

さて、以上に述べた2局間データ通信における片方向伝送をPNで記述してみよう。まず、PNにおける転位と実際のシステムにおける事象とが対応することを念頭において、片方向伝送における事象（動作）を列記すれば、下記のようなのである。

1次局側の事象（動作）

- ① コマンド送信準備
- ② コマンド送信

③ レスポンス受信

2次局側の事象（動作）

- ① コマンド受信準備
- ② コマンド受信
- ③ レスポンス作成、および受信コマンドの上位レベルへの伝達

次に、これらの事象間に存在するシステムの状態を考えると、コマンド伝送中の状態、レスポンス作成中の状態などがあり、これらをPN中の位置に対応づけると、図2に示すPNが得られる。

ただし、図2における各転位と位置の意味は下記のようなのである。

- t_1 ; コマンド送信
- t_2 ; コマンド受信
- t_3 ; レスポンス作成と上位レベルへの伝達
- t_4 ; コマンド受信準備
- t_5 ; レスポンス送信
- t_6 ; レスポンス受信
- t_7 ; 送信準備
- p_1 ; コマンド送信準備完了状態
- p_2 ; コマンド伝送中
- p_3 ; 受信バッファに滞留中
- p_4 ; 上位レベルでコマンド使用中
- p_5 ; レスポンス送信待ち状態

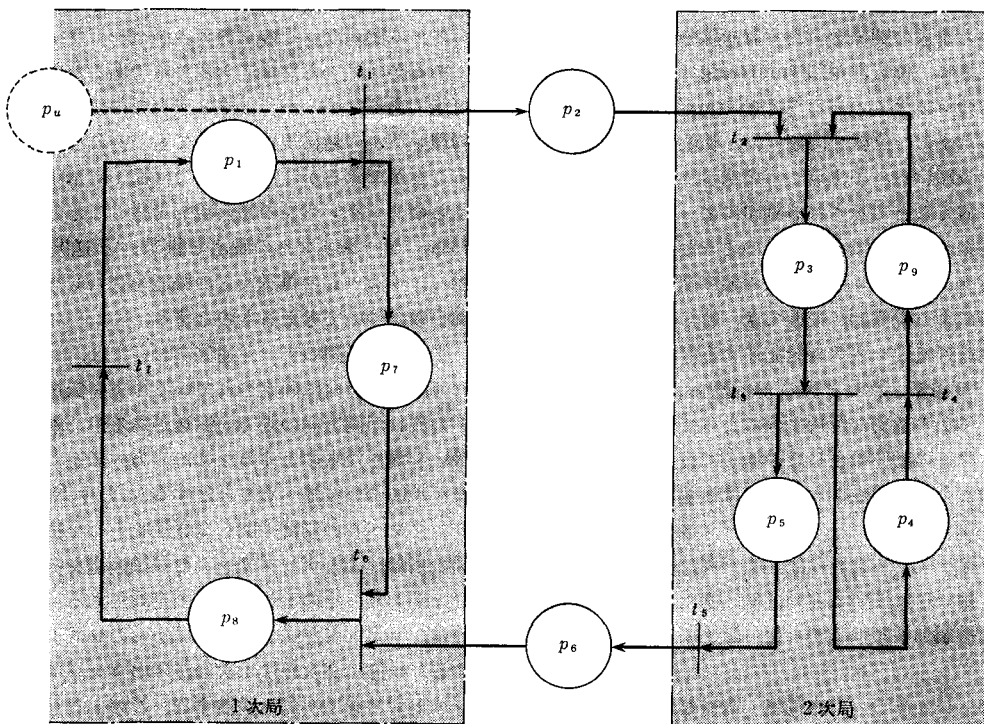


図 2 通信制御手順のPN記述

- p_6 ; レスポンス伝送中
- p_7 ; レスポンス待ち状態
- p_8 ; レスポンス受信完了状態
- p_9 ; コマンド受信準備完了状態
- p_u ; 上位レベルよりのコマンド入力が存在

なお、前述のように、PNはハードウェアシステムの記述、あるいはソフトウェアシステムの記述に限定されるものではないから、上記の各位置を現実のハードウェアとして考えてもよい。たとえば、位置 p_1 を送信バッファメモリそのもの、位置 p_2 をケーブル、位置 p_3 を受信バッファそのものというように置き換えて考えてもさしつかえない。また、このような場合、必ずしもバッファメモリの数と位置の数を一致させる必要はないが、有限個のバッファメモリを有限個の位置に対応させなければならない。

さらに、図2に示すPNは、各転位および各位置間の静的な連結関係を示しているにすぎず、システムの動的性質を知ることはできない。しかしながら、1つのコマンドあるいは1つのレスポンスなどの情報や信号を1個の標号で表わし、図2の中の位置に刻印を与え、この標号をある決められた規則にしたがって移動させ、刻印を変化させてゆくことによって、システムの動的な性質を知ることができる。

このように、PNの位置や標号のそれぞれの意味づけは固定的でないことに注意する必要がある。これは本質的にPNが、システムを記述するうえで、構文(syntax)を与えるもので、意味(semantics)を与えているものではないことを示していると言えよう。

3. PNにおける用語の意味

本節では、PNを記述するとき、および解析するときによく用いられる用語の意味を、複雑な論理式表現を避け、2節で示したPNを例にとり、直観的な方法にしたがって述べることにする。

ペトリネット (Petri net)

ペトリネットNは、次の4つの組で定義される二部分有向グラフである。††

$$N = \langle P, T, A, M_0 \rangle$$

ただし、

$$P = \{p_i \mid 1 \leq i \leq |P|\}$$

・・・有限個の位置 p_i の集合で○印で図示する。

$$T = \{t_j \mid 1 \leq j \leq |T|\}$$

・・・有限個の転位 t_j の集合で|印で図示する。

A

・・・有限個の有向線分の集合で、位置 p_i から転位 t_j への有向線分の部分集合と、転位 t_j か

ら位置 p_i への有向線分の部分集合とで構成される。

M_0

・・・初期刻印。システムの初期状態の設定により決定される。

たとえば、図2においてはP、Tはそれぞれ、

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_u\}$$

$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7\}$$

であり、AはこのPとTの要素である位置と転位を連結する有向線分の集合となる。また、初期状態として、2次局側がコマンド受信準備完了状態、1次局側がコマンド送信準備完了状態にあり、かつコマンド入力が存在する状態を設定すると、PNにおいて標号は p_1, p_9 および p_u にそれぞれ1個ずつ割り当てられる。このとき M_0 は、次のようにベクトル表示され、その要素はそれぞれPの要素に置かれた標号の個数に対応している。

$$M_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$$

入力位置と出力位置

集合Aに属する有向線分で、位置 p_i から転位 t_j へ向かう有向線分があるとき、位置 p_i を転位 t_j の入力位置(input place)と呼び、 $I(t_j)$ と表わす。また、集合Aに属する有向線分で、転位 t_j から位置 p_i へ向かう有向線分があるとき、位置 p_i を転位 t_j の出力位置(output place)と呼び、 $O(t_j)$ と表わす。

図2において、転位 t_2 の入力位置および出力位置は、次のようになる。

$$I(t_2) = \{p_2, p_9\}$$

$$O(t_2) = \{p_8\}$$

刻印

システムの“状態”を表わすために、標号を位置に割り当てることを刻印(marking)と言い、Mで表わす。Mは位置の集合Pと対応する|P|次元ベクトルで表わされ、その第i成分の値 $M(p_i)$ は、位置 p_i に置かれる標号の個数の和を示す。

発火可能性と発火

転位 t_j のすべての入力位置に刻印があるとき、その転位 t_j は発火可能(firable, あるいはenable)であるという。発火可能になった転位 t_j が発火(fire)するということは、転位 t_j のすべての入力位置から標号を1個ずつ取り去って、その出力位置のすべてに、それぞれ1個ずつ標号を割り当て、刻印を移動させることをいう。ここで、転位 t_j の発火により、刻印 $M = \{M(p_i) \mid 1 \leq i \leq |P|\}$ が刻印 $M' = \{M'(p_i) \mid 1 \leq i \leq |P|\}$ へ変化するとき、 $M'(p_i)$ と $M(p_i)$ の間には次の関係が成り立っている。

$$M'(p_i) = \begin{cases} M(p_i) - 1 & (p_i \in I(t_j)) \\ M(p_i) + 1 & (p_i \in O(t_j)) \end{cases}$$

たとえば図2において、初期刻印 $M_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$ のとき、発火可能な転位は t_1 であり、転位 t_1 の発火により刻印は、 $M = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$ となる。

直接到達可能性と到達可能集合

刻印 M において、転位 t_j が発火し、新たに刻印 M' が生成されるとき、 M' は M から直接到達可能 (immediately reachable) であるという。刻印 M からいくつかの転位が発火し、刻印 M' が得られるとき、 M' は M から到達可能 (reachable) であるという。また、刻印 M から到達可能なすべての刻印の集合を到達可能集合 (reachability set) といい、 $R(M)$ と表わす。

図2において、初期刻印 M_0 より直接到達可能な刻印は、 $M = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$ のみであり、この M_0 や M 、およびこの M から直接到達可能な刻印 $M' = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ などは、 $R(M_0)$ の要素となっている。

活性と停滞

初期刻印 M_0 から到達可能な刻印 M に関し、転位 t_j が発火可能であるとき、その転位は活性 (live) をもつという。また、初期刻印 M_0 からの到達可能集合 $R(M_0)$ に含まれるどの刻印においても、 PN 中のいずれかの転位が発火可能であるとき、その PN は活性をもつという。一方、 $R(M_0)$ に含まれる刻印に関し、いずれの転位も発火できないとき、その PN は停滞 (deadlock) が生じているという。

PN に停滞が生じたときは、モデル化された被対象システムに誤りがあるか、あるいは、 PN 記述に誤りがあるかのいずれかであるので、再検討が必要となる。

有界と安全

初期刻印 M_0 からの到達可能集合 $R(M_0)$ に属するすべての刻印 M に対し、 $M(p_i) \leq k (\forall p_i \in P)$ を満たす非負の整数 k が存在するとき、その PN は有界 (bounded) であるという。特に $k=1$ のとき、その PN は安全 (safe) であるという。

PN の有界性 (もしくは安全性) は、現実のシステムにおける状態や資源の有限性に対応している。仮に図2において、位置 p_2 に無限個の標号が置かれるとすると、これは伝送路容量が無限であるシステムとなつて、現実的ではなくなってしまう。

発火列

刻印 M から連続して発火可能な転位の列を発火列 (firing sequence) といい、 σ と書く。発火列 σ によって、刻印が M から M' へ到達したとき、 $M \xrightarrow{\sigma} M'$

と表わす。

また、発火度 (firing degree) とは、 $|T|$ 個の成分から成るベクトルで、その第 j 成分は、発火列 σ における転位 t_j の発火回数を表わす。この発火列 σ の発火度を $\bar{\sigma}$ と書く。

たとえば、図2において、

$$M_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$$

$$M = (0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$$

とするとき、 $M_0 \xrightarrow{M} M$ で表わせば、

$$\sigma = t_1 t_2 t_3 t_5 \text{ で、また、}$$

$$\bar{\sigma} = (1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$$

発火列や発火度は、 PN を解析するうえで重要な役割を果たす。

4. PN のサブクラスおよび拡張

記述された PN が有界であるか、活性をもつかなどを解析することは、現実のシステムの特性を知るうえで重要である。しかしながら、一般に、記述能力と解析能力が両立することはむずかしく、現実のシステムを PN で十分に記述できないこともある。また逆に、通常の PN ではその性質を十分に解析できないこともある。このため、 PN の解析能力の向上を考慮して、 PN に構造上の制限を加えた PN のサブクラスを定義すること、 PN を拡張して定義することによって、システムの記述能力を向上させようとする提案がいくつか行なわれている。

本節では、いくつかの PN のサブクラスと拡張された PN について述べることにする。

PN のサブクラスとしては、自由選択ペトリネット (free choice Petri net; FCN と略す)、有限状態機械 (finite state machine; FSM と略す)、マークドグラフ (marked graph; MG と略す)、単純ペトリネット (simple Petri net; SPN と略す) などが代表的である。

FCN は、位置から転位へ向かうすべての有向線分が、その位置のただ1つの出力となっているか、またはその転位のただ1つの入力となっている PN である。FCN において、位置から複数個の有向線分が出ているとき、その有向線分に連結しているどの転位が発火するかは構造上からは決定されず、場合に応じた自由選択となる。このFCNについては、それが活性をもち、かつ安全であるための必要条件が存在することが知られている [1]。

FSM は、すべての転位が、ただ1つの入力位置とただ1つの出力位置しかもたないような制限を加えた PN である。FSM においては、転位の発火が何回繰り返されても、標号の個数の和は初期刻印時の標号の個数の和と同等で、保存的 (conservative) な性質をもっている。

表 1 PNのサブクラスの例

	許されている型	許されていない型
FCN		
FSM		
MG		
SPN		

MGは、すべての位置について、位置に入力される転位がただ1つであり、かつ位置から出力される転位もただ1つであるPNをいう。MGについても、それが活性をもち、かつ安全であることを決定するためのアルゴリズムが存在することが知られている[1],[12]。

SPNは、すべての転位が、ただだか1個の共有入力位置しかもたないベトリネットである。

FCN、FSM、MGおよびSPNについて、それらの簡単な例を表1に示す[13]。

これらのPNサブクラスの外に、構造的な制限を加えず、また記述能力を落とすことなく、解析能力を向上させるものも提案されている。たとえば、PNの各位置に容量制限をもたせて、転位の発火可能条件を変更した容量ベトリネットなどである[14]。

次に、システムの記述能力を向上させるための種々の試みの中で、特に通信制御手順にとって興味深いタイムベトリネット(time Petri net; TPN と略す)について述べることにする。

Merlinらにより提案されたTPN[7],[8]は、通常のPNの各転位に、発火時刻許容範囲を指定したもので、通信制御手順におけるコマンド不達に対するタイムアウト

ト時間の設定問題、検証問題に有用である。TPNにおいて、転位 t_j は発火時刻許容範囲 $[\tau_j^*, \tau_j^{**}]$ ($1 \leq j \leq |T|$) により制約を受け、次の2条件を満足するときに限って、時刻 τ で発火するものとする。すなわち、

- ①時刻 τ で、通常のPNが発火可能であること。
- ②通常のPNにおいて、転位 t_j が発火可能になった時点 τ' とするとき、転位 t_j の発火時刻 τ は $\tau_j^* + \tau' \leq \tau \leq \tau_j^{**} + \tau'$ を満足する。

このようなTPNを考えると、通常のPNは発火時刻許容範囲が $[0, \infty]$ のTPNと見ることができる。なお、このTPNについての解析問題については、文献[8],[9]に詳しい。(以下次号)

↑ここで上位レベルとは図1におけるリンクレベルより上位のレベルの意である。

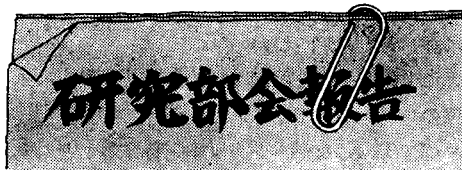
††N= $\langle P, T, A \rangle$ をベトリネットと称することもある。

参考文献

- [1] J. L. Peterson : Petri Nets, *Computing Surveys*, Vol. 9, No. 3, pp. 223-252, Sept. 1977.
- [2] T. Agerwala : Putting Petri Nets to Work, *Computer*, Vol. 12, No. 12, pp. 85-94, Dec. 1979. (邦訳) 応用分野が広がるベトリ・ネットの現状, 日経エレクトロニクス 1980. 6. 9, pp. 146-169.
- [3] C. A. Petri : Kommunikation mit Automaten, *Schriften des Rheinisch-Westfälischen Institutes für Instrumentelle Mathematik an der Universität Bonn*, Heft 2. Bonn, 1962.
- [4] M. Hack : The recursive equivalence of the reachability problem and the liveness problem for Petri nets and vector addition systems, *Proc. 15th Annual Symp. Switching and Automata*, IEEE, N. Y., 1974.
- [5] P. Azema, B. Berthomieu, P. Decitre : The Design and Validation by Petri Nets of a Mechanism for the Invocation of Remote Servers, *Proc. IFIP*, pp. 599-604, 1980.
- [6] J. D. Noe : A Petri Net Model of the CDC 6400, *Proc. ACM SIGOPS Workshop on System Performance Evaluation*, N. Y., pp. 362-378, 1971.
- [7] P. M. Merlin : A Methodology for the Design and Implementation of Communication Protocols, *IEEE Trans. on COM*, Vol. COM-24, No. 6, pp. 614-621, June 1976.
- [8] P. M. Merlin, D. J. Farber : Recoverability of Communication Protocols—Implication of

- a Theoretical Study, *IEEE Trans. on COM*, Vol. COM-24, No.9, pp.1036-1043, Sept. 1976.
- [9] 嵩 忠雄他: タイムペトリネットに関する判定問題—通信制御手順の検証への一考察—, 信学論(D), Vol. J-60-D, No.10, pp.822-829, Oct. 1977.
- [10] Special Issue on Computer Network Architectures and Protocols: *IEEE Trans. on COM*, Vol. COM-28, No.4, April 1980.
- [11] 日本規格協会: JISハンドブック, 情報処理, 1980.

- [12] F. Commoner, A. W. Holt, S. Even, A. Pnueli: Marked directed graphs, *J. Computer and Systems Science* 5, Oct. 1971. pp.511-523.
- [13] 菊野 享, 吉田典可, 宇都宮秀考: ペトリネットのサブクラスの表現能力比較—ペトリネット言語による比較—信学論(D), Vol. J-60-D, No.11, pp.975-981, Nov. 1977.
- [14] 松原康夫: 容量ペトリネット, 信学論(D), Vol. J-62-D, No.5, pp.309-316, May 1979.



●創造性開発の数学モデルとCBD●

- 5月例会 日時: 5月15日(金) 場所: 22森ビル
出席者: 14名 テーマ: ガロア体について
講師: 高橋磐郎(筑波大) 司会: 池沢茂樹
ブール代数が離散的情報処理の基礎理論に利用されているが, 今後はガロア体の利用が高まっていくものと思われる. また情報処理の基本機能である照合, 分類, 検索などが, ガロア体を用いた演算という操作を通して行なえることが可能かも知れない.

●政策問題●

- 3月例会 日時: 3月28日(土) 14:00~17:00
場所: 三菱総研(タイムライフビル)会議室
出席者: 16名 講師: 齊藤 昂(防衛庁)
議題: “ライフサイクルコストにおよぼす外部環境の経過と概念についての考察”
新しいシステムの導入を計画する場合, 主にそのシステムの効率を中心に評価し導入することが多い. しかし実際はその結果生ずる外部環境とのトラブルのため, 予期しなかった立場の経費がかさみ, 場合によっては効率どころかそのシステムの生命をも左右することがある.(環境問題, 空港問題, 新幹線, 高速道路等), この研究はシステムのライフサイクルコストに, 外部環境もふくめた総合的評価の概念にアプローチした. また昨年11月A.I.Tで開かれたI.S.E.M in D.C.で共同研究者の今村教授(防大), 細貝(三菱総研)の連名で発表され, 先進国の参加者にも注目された.
- 4月例会 日時: 4月18日(土) 14:00~17:00
場所: 三菱総研(タイムライフビル)会議室 出席者: 17名
今月から, 9月の政策問題特集号に投稿する課題の読み合せと討議を重ねることになった. まずドロー

教授の論文紹介で,

1. 小林守信(山武ハネウエル)

“政策分析と外交政策の意思決定”

複雑な現在の外交問題の処理のためには, 伝統的な外交方式よりも, 広く, 長期的視野にたつてゲームの理論, ファジー処理等, 新しいシステムズ・アプローチの手法をとり入れた政策科学の有効性を述べている. (*Israel Law Review* Vol.13, 1978-2)

2. 西村三世(OR実務協会), 藤川博己(三井情報開発) “上級幹部向け政策分析ワークショップ”

上級幹部向けに政策科学的手法の演習を実施するための意義, 目的, 構想, 概要について28項目にわけて一貫コースを示したプロポーザルである.

●予測とその周辺課題●

- 第11回 日時: 4月22日(水) 18:00~20:00
場所: 早大システム研 出席者: 11名
内容: (1)文献輪読: 指数平滑 (2)急激な経済変動に対応する予測についての考察: 村中氏(運輸調査局)
- 第12回 日時: 5月20日(水) 18:00~20:00
場所: 早大システム研 出席者: 9名
内容: TIMS予測文献輪読 (1)Seasonal Adjustment (2)カルマン・フィルター

●環境システム●

- 第3回 日時: 5月20日(水) 18:00~21:00
場所: 日科技連 参加者: 4名 議題: (1)有水疆, 生物反応速度式におけるターンバイク定理について, (2)田中寿男, 福祉政策の優先度配分モデルについて
(1) 生物一般は個体間の競争を通じて生長が行なわれるが, その中心は利用可能なエネルギーの獲得にある. その際系に属するあらゆる生物が質的に同一行動をターンバイクにおいてとることが考えられる.
(2) 福祉政策の効果性と公平性が問題であり, 人々の選好をよく反映させていくことが, 人々の欲求を満たし合意の得られる政策運営を可能にする. 普通の2次計画法と Fuzzy 数理計画法での解法とその結果を示した.